МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED = 45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y| > 6, \\ x^2-2x-3y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 19$, $3 \leqslant y \leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Будем решать неравенство методом интервалов.

Для начала заметим, что для любых x числитель не меньше нуля:

$$\left[\begin{array}{ll} x \le 1 & x^2-2x+5+4(x-1) = x^2+2x+1=(x+1)^2 \geqslant 0; \text{ равно нулю при } \boxed{x=-1} \\ x>1 & x^2-2x+5-4(x-1) = x^2-6x+9=(x-3)^2 \geqslant 0; \text{ равно нулю при } \boxed{x=3} \end{array}\right.$$

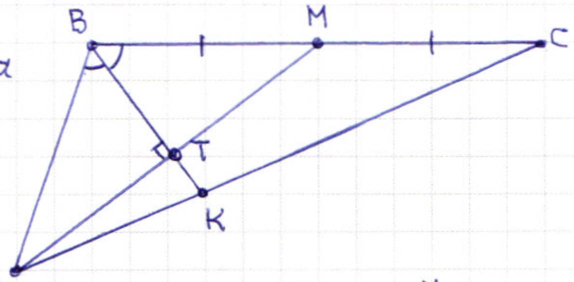
ОДЗ неравенства – $x \in \mathbb{R} \setminus \{0;3\}$, т.к. знаменатель равен или $3x(x-3)$, или $5x(x-3)$.

$$4x^2-12x+|x|\cdot|x-3| = 4x(x-3)+|x(x-3)| = (4\pm1)x(x-3)$$

Если числитель больше нуля, то знаменатель должен быть меньше нуля, что выполняется при $\boxed{x \in (0;3)}$.

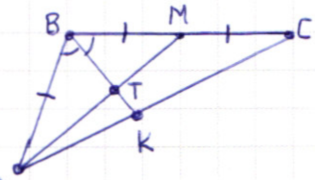
Ответ: $x \in \{-1\} \cup (0;3)$.

2. Проанализируем, какими свойствами должен обладать треугольник, чтобы условие выполнялось.



Пусть в $\triangle ABC$ медиана AM перпендикулярна биссектрисе BK, $AM \cap BK = T$.

$\triangle ABT = \triangle MBT$ по стороне BT и двум прилежащим углам $\to AB = BM = MC \to \underline{BC = 2AB}$.



Докажем, что это условие достаточное.

$BC = 2AB$, $BM = MC \to AB = BM$; $\angle ABK = \angle CBK \to \angle ABT = \angle MBT$.

Но биссектриса (BT) в равнобедренном треугольнике является и высотой $\to BT \perp AM$, чтд.

Если у треугольника одна сторона – AB, другая – $2AB$, то по условию третья равна $300-3AB$. Из неравенства $\triangle$

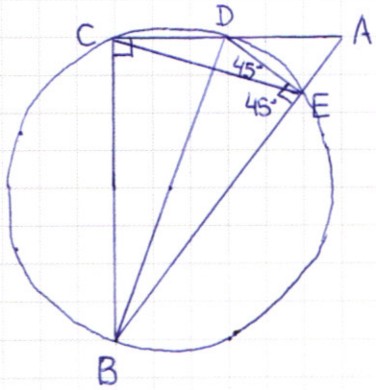
$$\begin{cases} 2AB < AB + 300 - 3AB \\ 300-3AB < AB + 2AB \end{cases} \quad \begin{cases} 4AB < 300 \\ 6AB > 300 \end{cases} \quad AB \in (50;75) \to \text{вариантов } 75-50-1=24.$$

Ответ: 24.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. Вычтем из второго уравнения удвоенное первое.

$$2y+x^2-2y+4x=9-2\sqrt{xy}$$
$$x^2+4x-9=-2\sqrt{xy}$$



5. По условию $DE \perp AB$, $AC \perp BC$ → четырёхугольник BCDE вписанный.

$\angle CBD = \angle CED = 45°$ как углы, опир. на одну дугу
$\angle CDB = \angle BEC = 90° - \angle CED = 45°$ аналогично

$\angle CBD = \angle CDB \rightarrow CD = BC$

$$\frac{AD}{AC} = 1 - \frac{CD}{AC} = 1 - \frac{BC}{AC} = 1 - \frac{2}{5} = \cancel{0{,}6} \left(\frac{3}{5}\right)$$

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ по 2 углам, коэфф. подобия $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}\sqrt{29} \cdot \sqrt{29} = 29 \cdot \frac{5}{4}$$

$$S_{ADE} = 29 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{9}{25} = 29 \cdot \frac{9}{20}$$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$, $S_{ADE} = 29 \cdot \frac{9}{20}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

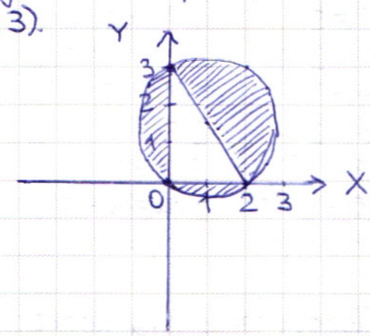
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. Преобразуем второе „уравнение":

$$x^2-2x+y^2-3y\leqslant 0$$
$$x^2-2x+1+y^2-3y+2{,}25\leqslant 3{,}25$$
$$(x-1)^2+(y-1{,}5)^2\leqslant 3{,}25$$

Это выражение ~~описывает~~ задаёт круг. Можно непосредственно проверить, что на его границе лежат точки $(0;0)$, $(2;0)$ и $(0;3)$.



по исходному уравнению

$$0^2-2\cdot 0+0^2-3\cdot 0\leqslant 0$$
$$2^2-2\cdot 2+0^2-3\cdot 0\leqslant 0$$
$$0^2-2\cdot 0+3^2-3\cdot 3\leqslant 0$$

Теперь рассмотрим первое ~~ур-е~~ неравенство:

(I четверть) $3x\geqslant 0,\ 2y\geqslant 0$ $\quad 3x+2y+|6-3x-2y|>6$

$\left[\begin{array}{l}3x+2y\leqslant 6 \quad 6-3x-2y\geqslant 0 \quad 3x+2y+6-3x-2y=6>6 \to X\\ 3x+2y>6, \quad |6-3x-2y|\geqslant 0 \quad \checkmark\end{array}\right.$

исключается Δ с вершинами $(0;0)$, $(2;0)$, $(0;3)$ – всё в I четверти, для чего $3x+2y\leqslant 6$ $(y\leqslant 3-1{,}5x)$.

(II четверть) $3x<0,\ 2y\geqslant 0$ $\quad 2y-3x+|6-2y-3x|>6$

$\left[\begin{array}{l}2y-3x\leqslant 6 \quad 2y+3x<2y-3x\leqslant 6 \quad 2y-3x+6-2y-3x>6 \quad -6x>0 \quad \checkmark\\ 2y-3x>6 \quad \checkmark\end{array}\right.$

(III четверть) круг не проходит здесь

(IV четверть) $3x\geqslant 0,\ 2y<0$ аналогично II четверти, подходит всё

Из уравнения круга квадрат его радиуса равен 3,25, или $\frac{13}{4}$.

Полученная фигура – круг с вырезанным треугольником. Её площадь равна

$$S_{кр}-S_{\Delta}=\pi r^2-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3=\frac{13}{4}\pi-3.$$

Ответ: $\frac{13}{4}\pi-3$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

7. $f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(\frac{x}{y}\right) + f(y) - f(y) = f(x) - f(y)$ $\qquad f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \leftrightarrow f(x) < f(y)$

Пусть некое натуральное n раскладывается на простые множители как $p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$.

$f(n) = f(p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}) = f(p_1^{\alpha_1}) + f(p_2^{\alpha_2}) + \dots + f(p_k^{\alpha_k}) =$ (неск. раз применим первое св-во из условия)

$= \alpha_1 f(p_1) + \alpha_2 f(p_2) + \dots + \alpha_k f(p_k) =$ (ещё несколько раз то же св-во)

$= p_1\alpha_1 + p_2\alpha_2 + \dots + p_k\alpha_k$ (второе св-во f)

t	$f(t)$
$3 = 3^1$	$3 \cdot 1 = 3$
$4 = 2^2$	$2 \cdot 2 = 4$
$5 = 5^1$	$5 \cdot 1 = 5$
$6 = 2^1 \cdot 3^1$	$2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 5$
$7 = 7^1$	$7 \cdot 1 = 7$
$8 = 2^3$	$2 \cdot 3 = 6$
$9 = 3^2$	$3 \cdot 2 = 6$
$10 = 2^1 \cdot 5^1$	$2 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 7$
$11 = 11^1$	$11 \cdot 1 = 11$

t	$f(t)$
$12 = 2^2 \cdot 3^1$	$2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 7$
$13 = 13^1$	$13 \cdot 1 = 13$
$14 = 2^1 \cdot 7^1$	$2 \cdot 1 + 7 \cdot 1 = 9$
$15 = 3^1 \cdot 5^1$	$3 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 8$
$16 = 2^4$	$2 \cdot 4 = 8$
$17 = 17^1$	$17 \cdot 1 = 17$
$18 = 2^1 \cdot 3^2$	$2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 8$
$19 = 19^1$	$19 \cdot 1 = 19$

Подсчитаем для каждого значения $f(t)$, для скольких k $f(k) < f(t)$.

$f(t)$	меньших	равных
3	0	1
4	1	1
5	2	2
6	4	2
7	6	3
8	9	3

$f(t)$	меньших	равных
9	12	1
11	13	1
13	14	1
17	15	1
19	16	1

$\cancel{\Sigma = 0 + \underbrace{1+2+4+6}_{13} + \underbrace{9+12+13}_{34} + \underbrace{14+15+16}_{45} = 92}$

(кол-во x $\cdot$ кол-во y, если $f(y)$ зафикс.)

$\Sigma = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 9 \cdot 3 + 12 \cdot 1 + 13 \cdot 1 + 14 \cdot 1 + 15 \cdot 1 + 16 \cdot 1 =$

$= 0 + \underbrace{1+4+8+18}_{31} + \underbrace{27+12+13}_{52} + \underbrace{14+15+16}_{45} = 128$

Ответ: для 128 пар $f(x) < f(y)$.

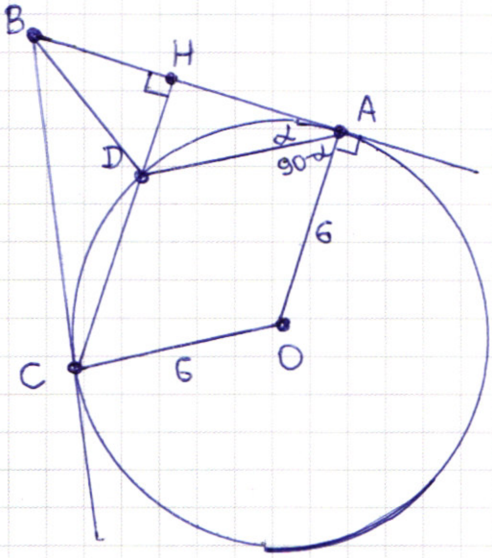
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

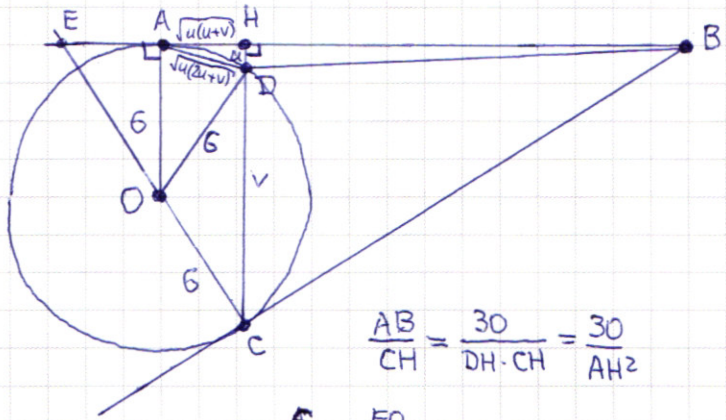


$$\begin{cases} AB^2 = BC^2 = BH^2 + CH^2 \\ \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} AB \cdot DH = 15 \\ AC^2 = AH^2 + CH^2 \\ AH^2 = HD \cdot HC \end{cases}$$

$DH = \frac{30}{AB}$

$AH^2 = \frac{30}{AB} \cdot CH$

$AC^2 = 30 \frac{CH}{AB} + CH^2$



$HD = u$

$CD = v$

$AH^2 = u(u+v)$

$AC^2 = u(u+v) + (u+v)^2 =$
$= (2u+v)(u+v)$

$CH^2 = (u+v)^2$

$AB = \frac{30}{u}$

$BH^2 = \frac{900}{u^2} - (u+v)^2$

$AD^2 = u(2u+v)$

$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{DH \cdot CH} = \frac{30}{AH^2}$

$\frac{6}{CH} = \frac{EO}{EO+6}$

$EO^2 = EA^2 + 36$

$BD^2 = BH^2 + HD^2$

$AD^2 = AH^2 + HD^2$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

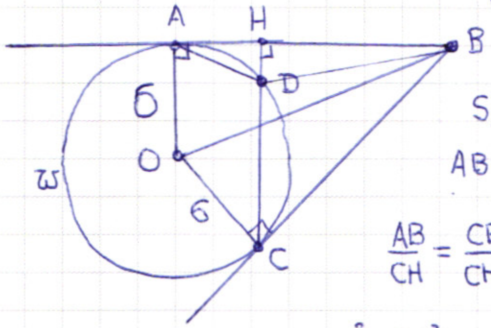
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3+4+4+5\cdot 4=31$ б.

~~$BC\cdot HD=30$~~
~~$BC^2=$~~

$AB^2=BC^2=BH^2+HC^2=AC^2-AH^2+BH^2$



$S_{\triangle ADB}=15$

$\frac{AB}{CH}$ - ?

$AB\cdot HD=30$

$CD=CH-HD$

$AB\cdot CH=AB\cdot CD+AB\cdot DH=AB\cdot CD+30$

$\frac{AB}{CH}=\frac{CB}{CH}$ $\quad \frac{AB}{CH}=\frac{HA}{CH}+\frac{HB}{CH}$ $\quad \frac{CH}{AB}=\frac{CD}{AB}+\frac{DH}{AB}$

$AB^2=BC^2=OB^2-36$

$AH^2=CH\cdot HD=OH^2-36$

~~$\frac{AB}{CH}=\frac{AB^2}{CH\cdot CD}\cdot\frac{CD}{AB}$~~

$\frac{AB}{CH}=\frac{AB\cdot HD}{CH\cdot HD}=\frac{30}{AH^2}$

$DB=x$ $\quad AB=\sqrt{x^2+36}$ $\quad BC=\sqrt{x^2-36}$

ОДЗ $x\neq 0,\ x\neq 3$ как минимум

$x<0$ $\quad \frac{x^2-2x+5+4(x-1)}{4x^2-12x+x(x-3)}\leq 0$ $\quad \frac{x^2+2x+1}{5x(x-3)}\leq 0$ $\quad x\in(0;3)$ ✗

$0\leq x<1$ $\quad \frac{x^2-2x+5+4(x-1)}{4x^2-12x-x(x-3)}\leq 0$ $\quad \frac{x^2+2x+1}{3x(x-3)}\leq 0$ $\quad x\in(0;3)$ $\quad x\in(0;1)$

$1\leq x<3$ $\quad \frac{x^2-2x+5-4(x-1)}{4x^2-12x-x(x-3)}\leq 0$ $\quad \frac{x^2-6x+9}{3x(x-3)}\leq 0$ $\quad x\in(0;3)$ $\quad x\in[1;3)$

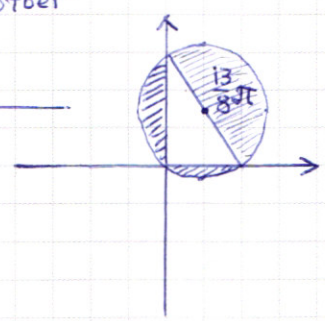
$3\leq x$ $\quad \frac{x^2-2x+5-4(x-1)}{4x^2-12x+x(x-3)}\leq 0$ $\quad \frac{x^2-6x+9}{5x(x-3)}\leq 0$ $\quad x\in(0;3)$ ✗

$x\in(0;3)$

числитель ≥ 0 при $\forall x$

знаменатель или $3x(x-3)$, или $5x(x-3)$ $\rightarrow$ ≤ 0 при $\boxed{x\in(0;3)}$ ответ

$\begin{cases} x^2-2x-3y+y^2\leq 0 & (x-1)^2+(y-1{,}5)^2\leq 3{,}25 \\ |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6 \end{cases}$



$3x>0,\ 2y>0$ $\quad 3x+2y+|6-3x-2y|>6$

$\left[\begin{array}{l} 3x+2y\leq 6 \quad 3x+2y+6-3x-2y>6 \quad 6>6 \ ✗ \\ 3x+2y>6 \quad ✓ \end{array}\right.$

$S=S_\omega-S_\triangle=\frac{13}{4}\pi-3$

$3x>0,\ 2y\leq 0$ $\quad 3x-2y+|6-3x-2y|>6$

$\left[\begin{array}{l} 3x-2y\leq 6 \quad 3x+2y=(3x-2y)+4y\leq 3x-2y\leq 6 \\ \quad 3x-2y+6-3x-2y>6 \quad -4y>0 \quad y<0 \\ 3x-2y>6 \quad ✓ \end{array}\right.$

$3x\leq 0,\ 2y>0$ $\quad 2y-3x+|6-3x-2y|>6$

$\left[\begin{array}{l} 2y-3x\leq 6 \quad 3x+2y=(2y-3x)+6x\leq 2y-3x\leq 6 \quad 2y-3x+6-3x-2y>6 \quad -6x>0 \quad x<0 \\ 2y-3x>6 \quad ✓ \end{array}\right.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \forall a \forall b \ \ f(ab) = f(a) + f(b) \\ \forall p \in P \ \ f(p) = p \end{cases}$$

$$f(p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}) = f(p_1^{\alpha_1}) + f(p_2^{\alpha_2}) + \dots + f(p_k^{\alpha_k}) =$$

$$= p_1\alpha_1 + p_2\alpha_2 + \dots + p_k\alpha_k$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(\frac{x}{y}\right) + f(y) - f(y) = f(x) - f(y)$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \rightarrow \cancel{p_{x1}\alpha_{x1}}$$

$$p_1(\alpha_{x1} - \alpha_{y1}) + \dots + p_k(\alpha_{xk} - \alpha_{yk}) < 0$$

$y \backslash x$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
3	X																
4		X															
5	+		X														
6				X													
7	+				X												
8						X											
9							X										
10								X									
11									X								
12										X							
13											X						
14												X					
15													X				
16														X			
17															X		
18																X	
19																	X

t	f(t)		t	f(t)	
3	3		12	7	$2\cdot2+3\cdot1$
4	4		13	13	
5	5		14	9	$2\cdot1+7\cdot1$
6	5	$2\cdot1+3\cdot1$	15	8	$3\cdot1+5\cdot1$
7	7		16	8	$2\cdot4$
8	6	$2\cdot3$	17	17	
9	6	$3\cdot2$	18	8	$2\cdot1+3\cdot2$
10	7	$2\cdot1+5\cdot1$	19	19	
11	11				

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \qquad f(x) < f(y)$

$f(x) = 3 \rightarrow 16$

$4 \rightarrow 15$

$5 \rightarrow 13$

$6 \rightarrow 11$

$7 \rightarrow 8$

$8 \rightarrow 5$

$9 \rightarrow 4$

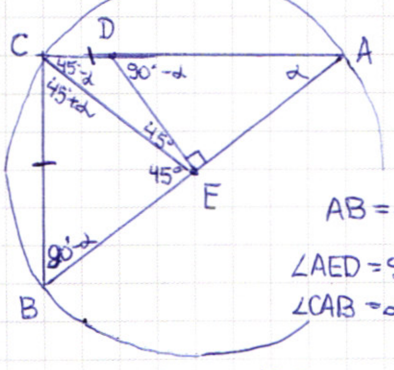
$11 \rightarrow 3$

$13 \rightarrow 2$

$17 \rightarrow 1$

$19 \rightarrow 0$

$63 + 15 = 78$ ответ

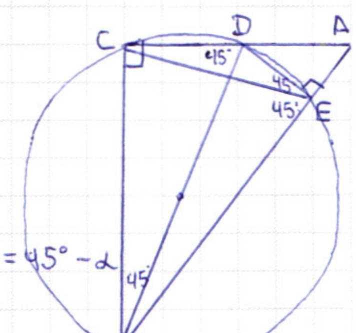


$AC = \sqrt{29}$

$BC = \frac{5}{2}\sqrt{29}$

$\angle CED = 45^\circ$

$\frac{AD}{AC}$ − ? $\quad S_{AED}$ − ?



$$AB = \sqrt{29} \cdot \sqrt{1 + \frac{25}{4}} = \sqrt{29 \cdot \frac{29}{4}} = \frac{29}{2} = 14{,}5$$

$\angle AED = 90^\circ \rightarrow \angle BEC = 45^\circ$

$\angle CAB = \alpha \rightarrow \angle CBA = 90^\circ - \alpha \rightarrow \angle BCE = 45^\circ + \alpha \rightarrow \angle ACE = 45^\circ - \alpha$

$\rightarrow \angle EDA = 90^\circ - \alpha$

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ по 2 углам

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AD}{AB} \cdot \frac{AB}{AC}$$

$BEDC$ − вписанный

$\angle CDB = \angle CEB = 45^\circ$

$CD = CB$

$\angle CBD = \angle CED = 45^\circ$

$$\frac{AD}{AC} = 1 - \frac{CD}{AC} = 1 - \frac{BC}{AC} = 1 - \frac{5}{2} = -1{,}5$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

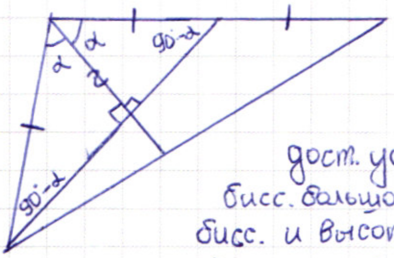
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

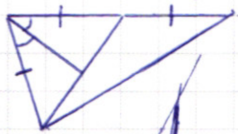
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

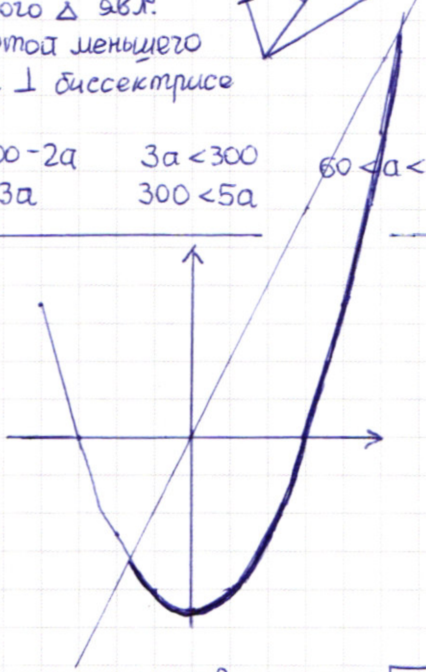


необх. условие → одна из сторон в 2 раза больше другой



дост. условие? да, бисс. большего Δ явл. бисс. и высотой меньшего → медиана ⊥ биссектрисе

$a, 2a, 300-2a$ $\begin{cases} 2a < a+300-2a \\ 300-2a < 3a \end{cases}$ $3a<300$ $300<5a$ $60<a<100$ $|A|=39$



$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$ → $y-2x\geqslant 0$ $y\geqslant 2x$

$y=\frac{-x^2+9}{2}$

$x^2=9-2y$

$4x^2-4xy+y^2=xy$ *

$\cancel{4x^2}$

~~$x=4, y=1$~~ $x=1, y=4$

$\begin{cases} 4-2=\sqrt{4} \\ 8+1=9 \end{cases}$

$x=0 \to \sqrt{xy}=0 \to y=0 \to X$

$\boxed{\cancel{4x^2-2x^3+18x+\frac{x^4-18x+81}{4}=\frac{x^3-9x}{2}}}$

$x^2+4x=9-2\sqrt{xy}$

$-2\sqrt{xy}=x^2+4x-9$

$(x+2)^2-13$ $(x+2)^2<13$

$36-8y+y^2=5y\sqrt{9-2y}$

$4xy=(x^2+4x-9)^2$

$y-\sqrt{xy}=2x$

$2y+x^2=9$

$y^2+xy-2y\sqrt{xy}=4x^2$

$4x^2=36-8y$

$\cancel{\frac{1}{4}x^4-\frac{5}{2}x^3+4x^2+18x+\frac{81}{4}=0}$

$\cancel{x^4-10x^3+16x^2+72x+81=0}$ | $x-1$

$\cancel{x^4-x^3}$

$\cancel{-9x^3+9x^2}$

$\cancel{7x^2-7x}$

$4x^2-5xy+y^2=0$

$16x^2-20xy+4y^2=0$

$16x^2-10x(-x^2+9)+(x^2-9)^2=0$

$16x^2+10x^3-90x+x^4-18x^2+81=0$

$x(x+a)^2+k(x+a)^2$ $(x+a)^2(x+k)$

$x^4+10x^3-2x^2-90x+81$ | $x-1$

x^4-x^3 | $x^3+11x^2+9x-81$

$11x^3-11x^2$

$9x^2-9x$

$-81x+81$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)