МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED = 45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x; y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y| > 6, \\ x^2-2x-3y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

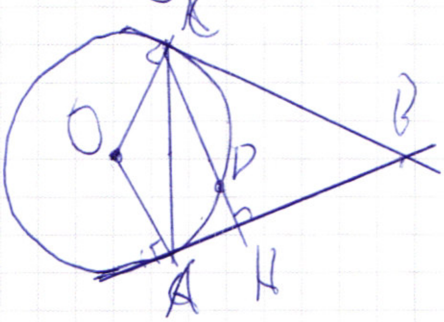
7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 19$, $3 \leqslant y \leqslant 19$ и $f(x/y) < 0$.

Всего 1 такой треугольник.

$a < 75$ и $a > 50$ ⇏ (∄, т.к. это случаи, когда B на AC). a от 51 до 74 ⇒ $74 - 50 = 24$ варианта.

Ответ: 24.

Задача 4.

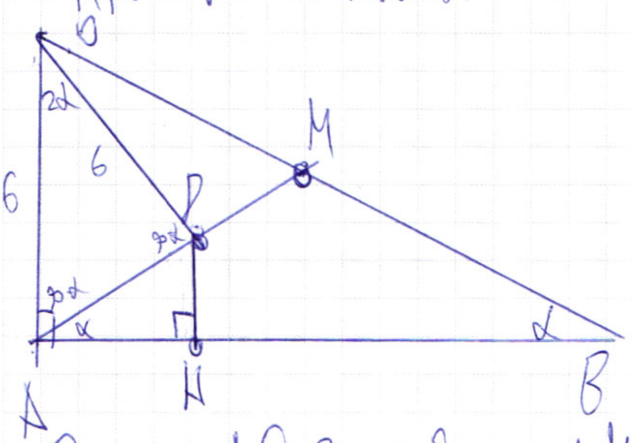


$S_{ADB} = \frac{DH \cdot AB}{2}$. Пусть $\frac{AB}{CH} = k$.

Тогда $S_{ADB} = \frac{DH \cdot kCH}{2}$;

$k = \frac{2S_{ADB}}{DH \cdot CH}$. ~~DH~~ $DH \cdot CH = HA^2$ — т.к.

это степень точки H относ. окр. с центром в O, а HA — касательная. $k = \frac{2S_{ADB}}{HA^2}$.



$\angle CBA = 2\alpha \Rightarrow \angle COA = 180 - 2\alpha$;

~~$\angle CDA$~~ $\angle CDA = 180 - \left(\frac{\angle COA}{2}\right) =$

$= 90 + \alpha \Rightarrow \angle DAH = \angle CDA - \angle DHA =$

$= \alpha$.

Т.к. $\angle AOB = 90^\circ$ и $AM = MB$ (M — пересечение OB и AD), AM — медиана в $\triangle ABC$. $S_{ADB} = \frac{AD \cdot AB \cdot \sin(\alpha)}{2} =$

$= \frac{AD \cdot AB \cdot \frac{AO}{OB}}{2} \Rightarrow \frac{AD \cdot AB}{OB} = \frac{2S_{ADB}}{AO}$. $AD \cdot \left(\frac{AB}{OB}\right) = AD \cdot \cos(\alpha)$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

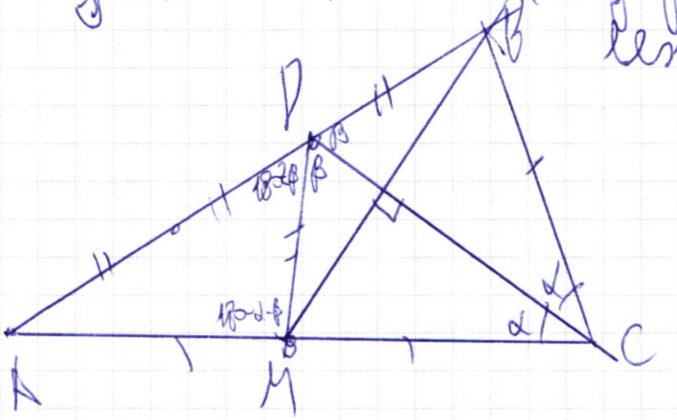
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Допустим что углы разные. Заметим, что точка пересечения внутри треугольника, поэтому рисунок такой: (внутри, т.к. и то и то ~~пересекает~~ лежит внутри угла)



Заметим, что $BC = MC$, т.к. CD - высота и бис-са $\angle BCM$.

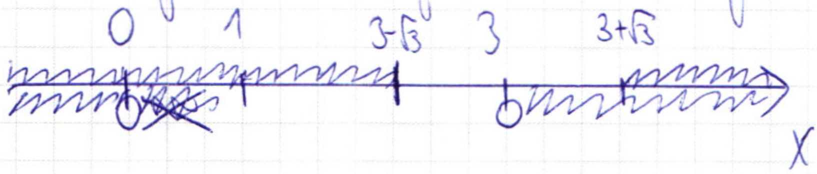
$\frac{BD}{AD} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$. Также $BD = DM$, т.к. M - отражение B отн. CD. ~~Тогда пусть $\angle MDC = \beta$; $\angle MCD = \alpha$.~~

~~По теореме синусов~~:

Зафиксируем сторону $AC = 2a$. Будем двигать B по окр. с ц. в C и радиусом BC. Заметим, что AB изменяется от $AM = a$ до $AC + BC = 3a$. Тогда ~~если ах~~ общий периметр изменяется от $>4a$ до $<6a$. Тогда для любого целого a так, что $4a < 300 < 6a$ существует (и не повторяется с другими a)

$(x-3)^2-3 \geq 0$ только если $x \in (-\infty; 3-\sqrt{3}] \cup [3+\sqrt{3}; +\infty)$, при $x \geq 1$ это $x \in [1; 3-\sqrt{3}] \cup [3+\sqrt{3}; +\infty)$

Теперь посмотрим на ~~коор.~~ числовую прямую:



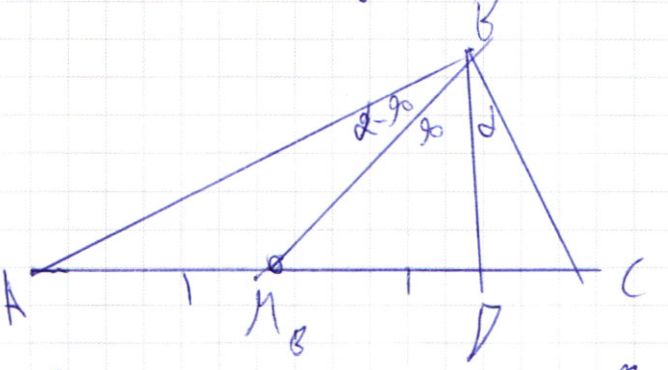
Сверху заштриховано, когда числ ≥ 0, снизу когда знам. < 0. Дробь ≤ 0, когда два этих параметра отличаются.

Такое происходит при $x \in (0; 3-\sqrt{3}] \cup (3; 3+\sqrt{3}]$

Ответ: $x \in (0; 3-\sqrt{3}] \cup (3; 3+\sqrt{3}]$

Задача 2.

Если медиана и бис-са одного угла:



BD - бис-са, BM_B - мед. $\angle DBC = \alpha$; $\angle M_B BD = 90°$, $\Rightarrow$ $\angle ABM_B = \alpha - 90$.

$S_{ABM_B} = S_{M_B BC} \iff 2AB \cdot BM_B \cdot \sin(\alpha-90) = 2BC \cdot BM_B \cdot \sin(\alpha+90)$. ~~Тогда медиана совпадает с бис-сой,~~ ~~противоречие~~ $AB = BC$, медиана совпадает с бис-сой, противоречие.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Посмотрим на то, какие знаки принимает знаменатель в зависимости от x

$4x^2-12x+|x||x-3| \overset{?}{\vee} 0$

При $x<0$: $|x|=-x$; $|x-3|=3-x$; $|x||x-3|=x(x-3)$

~~При~~ При $x=0$ знамен. равен 0, такого быть не может.

При $x>0$ и $x<3$, $|x-3|=3-x$; $|x|=x$; $|x||x-3|=-x(x-3)$

При $x=3$; $4x^2-12x=4x(x-3)$ ~~4(x-3)~~ $=0$ и $|x||x-3|=0 \Rightarrow$ знамен равен 0, такого быть не может

При $x>3$; $|x|=x$; $|x-3|=x-3$; $|x||x-3|=x(x+3)$.

Тогда для $x\in(0;3)$ знамен. $-3x(x-3)$, т.е. <0 ($x>0$; $x-3<0$), а для $x\in$ ~~(0;3)~~ $(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$ знамен. $5x(x-3)$, т.е. >0 (либо $x<0$ и $x-3<0$, либо $x>0$ и $x-3>0$)

Теперь посмотрим на числ.

Если $x\le 1$: $x^2+2x+4=(x+1)^2+2>0$

Если $x\ge 1$: ~~x^2+2x~~ x^2-6x+6; $(x-3)^2-3$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

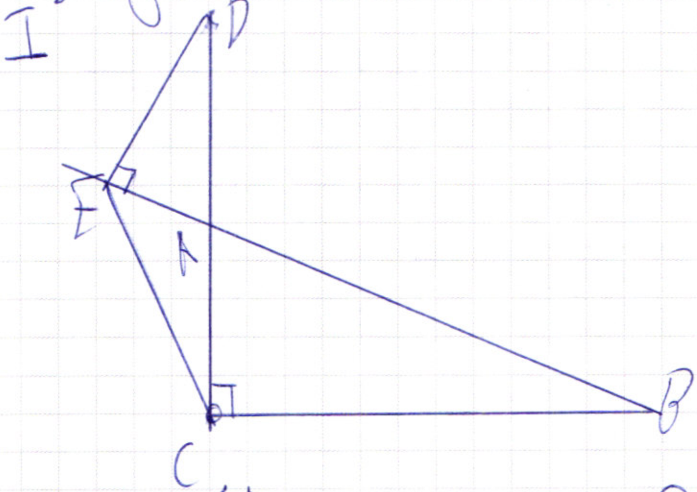
$AH = AD \cdot \cos(\alpha)$ $((\angle DAH = \alpha;\ \angle AHD = 90^\circ)$

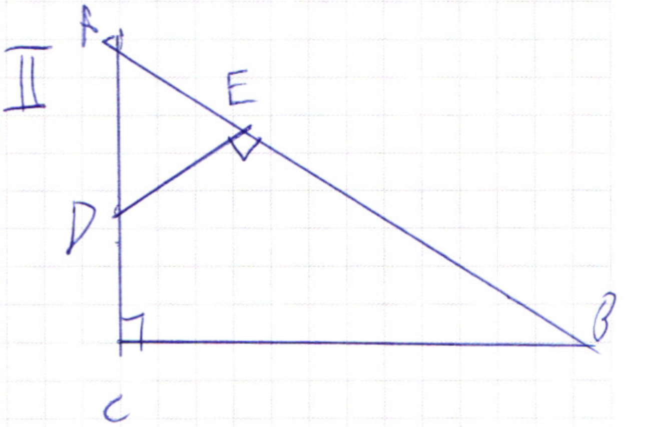
$AH = \frac{2S_{ADB}}{AO}$; $k = \frac{2S_{ADB}}{AH^2} = \frac{2S_{ADB}\cdot AO^2}{4S_{ADB}^2} = \frac{AO^2}{2S_{ADB}}$

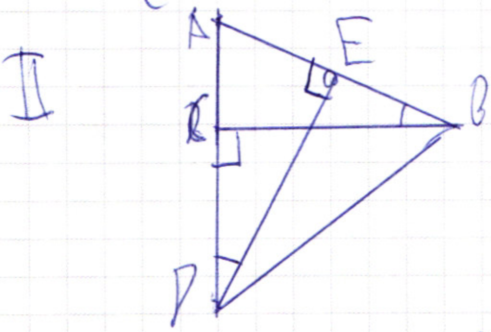
AO – радиус и равен 6. $k = \frac{36}{30} = \frac{6}{5}$

Ответ: $\frac{AB}{CH} = \frac{6}{5} = 1{,}2$

Задача 5.







Рассмотрим 3 варианта расположения D (на луче CA за т. A, на отрезке AC, на луче AC за т. C). В первом варианте $\angle CED > 90^\circ > 45^\circ$.

Во втором варианте $CDEB$ - впис. и CE - биссектриса $\angle DEB \Rightarrow CD = CB$. Но $CB > AC$, т.е. D не на AC.

Тогда остаётся третий вариант. Опять $CDEB$ - впис. (т.к. $\angle DCB = \angle DEB$).

$\angle DEC = 45^\circ$, $\angle CEB = 135^\circ$. Тогда две хорды DC и BC равны (т.к. $\angle DEC = 180^\circ - \angle CEB$)

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AC+BC}{AC} = 1 + \frac{BC}{AC} = 1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}.$$

Заметим, что $\triangle AED \sim \triangle ACB$ (т.к. угол A общий и $\angle ADE = \angle ABC$ по вписанности $CDEB$).

Тогда $S_{AED} = S_{ABC} \cdot \frac{AD^2}{AB^2} = S_{ABC} \cdot \frac{AC \cdot BC}{2} \cdot \frac{AD^2}{AB^2} =$

$$\cancel{= \frac{BC \cdot (BC+AC)^2}{2AB} = \frac{\frac{5}{2}\sqrt{29} \cdot (\frac{7}{2}\sqrt{29})^2}{2\sqrt{\frac{25}{4} \cdot 29 + 29}} = \frac{29 \cdot \frac{49}{4} \cdot \frac{5}{2}\sqrt{29}}{\frac{29}{2}} =}$$

$$\cancel{= \frac{49 \cdot 5}{8} \sqrt{29} = \frac{245}{8}\sqrt{29}}$$

$$= \left(\frac{AC+BC}{AB}\right)^2 \cdot \frac{AC \cdot BC}{2} = \left(\frac{\sqrt{29} + \frac{5}{2}\sqrt{29}}{\sqrt{\frac{29}{4} \cdot 29}}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{29} \cdot \frac{5}{2}\sqrt{29}}{2} = \frac{49}{29} \cdot \frac{5}{4} \cdot 29 =$$

$$= \frac{245}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 7.

$f(ab) = f(a) + f(b)$

Для $a=1$; $f(b) = f(1) + f(b) \Rightarrow f(1) = 0$.

$f(1) = f(a) + f(\frac{1}{a}) \Rightarrow -f(a) = f(\frac{1}{a})$, где

a - любое рац.

~~Пусть~~ Заметим, что зная $f(p) = p$ можно однозначно определить значение $f(l)$ для всех $3 \le l \le 19$ (например, $f(4) = f(2) + f(2) = 4$)

$f(3) = 3$

$f(4) = 4$

$f(5) = 5$

$f(6) = f(2) + f(3) = 5$

$f(7) = 7$

$f(8) = f(4) + f(2) = 6$

$f(9) = f(3) + f(3) = 6$

$f(10) = f(2) + f(5) = 7$

$f(11) = 11$

$f(12) = f(2) + f(6) = 7$

$f(13) = 13$

$f(14) = f(2) + f(7) = 9$

$f(15) = f(3) + f(5) = 8$

$f(16) = f(8) + f(2) = 8$

$f(17) = 17$

$f(18) = f(2) + f(9) = 8$

$f(19) = 19$.

Тогда если мы возьмём любые x и y, $f(\frac{x}{y}) = -f(\frac{y}{x})$ и если

$f\left(\frac{x}{y}\right) \neq 0$, то равно одна из этих пар <0, а другая >0.

Если $f\left(\frac{x}{y}\right)=0$, то $f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)*f\left(\frac{1}{y}\right)$;

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$; $f(y)=f(x)$

Тогда ~~это~~ условие выполняется для любой пары $x; y$, если $f(x) \neq f(y)$ (или $f\left(\frac{x}{y}\right)<0$, или $f\left(\frac{y}{x}\right)<0$).

Посмотрим, сколько раз встречалось каждое число. 3–1; 4–1; 5–2; 6–2; 7–3; 8–3; 9–1; 11–1; 13–1; 17–1; 19–1. ~~Посчитать~~ Нам нужно посчитать кол-во вариантов взять 2 ~~числа~~ различных числа. Заметим что для любых двух чисел это произведение количеств их повторений (т.е. если берем 5 и 7, это 2 варианта выбрать 5 и 3 варианта выбрать 7; $2\cdot3=6$). Тогда нужно посчитать сумму всех попарных произведений, а это сумма всех в квадрате минус ~~сумма~~ каждое в квадрате и разделить ~~на~~ все на два

$17^2-(1^2\cdot 7+2^2\cdot 2+3^2\cdot 2)=256$

(по формуле $(a_1+a_2+\ldots+a_n)^2=a_1^2+\ldots+a_n^2+2(a_1a_2+\ldots+a_{n-1}a_n)$)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Тогда всего 256 вариантов~~

$\frac{256}{2}=128$. Тогда всего 128 вариантов выбрать такие X и Y, что $f(X) \neq f(Y) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ или $f\left(\frac{X}{Y}\right)<0$, или $f\left(\frac{Y}{X}\right)<0$.

Ответ: 128

Задача 3.

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$\cancel{y^2+4x^2=x}$ $y^2+4x^2-4xy=xy$

$y^2+4x^2-5xy=0$ $y=\frac{3x\pm\sqrt{25x^2-16x^2}}{2}$; $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=3x \end{array}\right.$

Если $y=0$; $x^2=9$; $\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Если $y=3x$: $3x+x^2-9=0$; $x=\frac{-3\pm\sqrt{9+4\cdot 9}}{2}$;

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{-3-3\sqrt{5}}{2} \\ x=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{-9-9\sqrt{5}}{2} \\ y=\frac{-9+9\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Ответ: подходят пары $(X;Y)$: $(3;0)$; $(-3;0)$;

$\left(\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}; \frac{-9-9\sqrt{5}}{2}\right)$, $\left(\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}; \frac{-9+9\sqrt{5}}{2}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 6

$$\begin{cases} |3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6 \\ x^2 - 2x - 3y - y^2 \leq 0 \end{cases}$$

Заметим, что верхнее равносильно

$$\left[\begin{array}{l} x < 0 \\ y < 0 \\ 3x + 2y > 6 \end{array}\right.$$

А нижнее равносильно

$$\begin{cases} 9 + 8x - 4x^2 \geq 0 \\ 4 - 4y^2 + 32y \geq 0 \end{cases}$$

(берём дискриминант относительно x и относ. y, т.к. коэф при x^2 и y^2 > 0, D ≥ 0, иначе решений нет. Если оба D ≥ 0, решения при их пересечении)

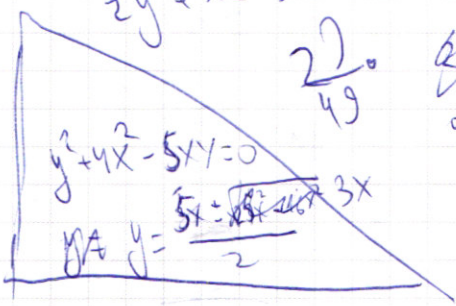
$$x \in \left(\frac{-8 + \sqrt{64 + 16 \cdot 9}}{-8}; \frac{-8 - \sqrt{64+16\cdot 9}}{-8}\right) \Leftrightarrow x \in \left(\frac{2 - \sqrt{13}}{2}; \frac{2 + \sqrt{13}}{2}\right)$$

$$y \in \left(\frac{-3 + \sqrt{13}}{-2}; \frac{-3 - \sqrt{13}}{-2}\right) \Leftrightarrow y \in \left(\frac{3 - \sqrt{13}}{2}; \frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y - 2x = \sqrt{xy}$

$2y + x^2 = 9$



$y^2 + 4x^2 - 5xy = 0$

$y = \frac{5x \pm \sqrt{25x^2 - 16x^2}}{2} = 3x$

$\frac{22}{49}$

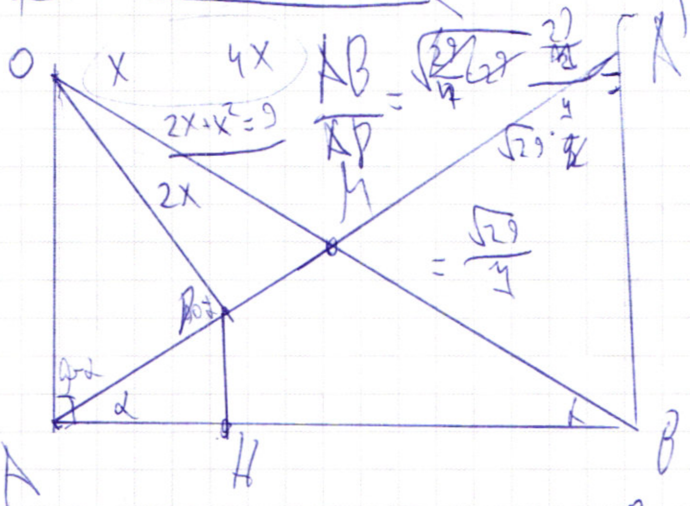
$\alpha < 30$

$\frac{5}{2}$

$29 \cdot \frac{5}{4} =$

$\sqrt{29}$

$\frac{5}{2}\sqrt{29}$

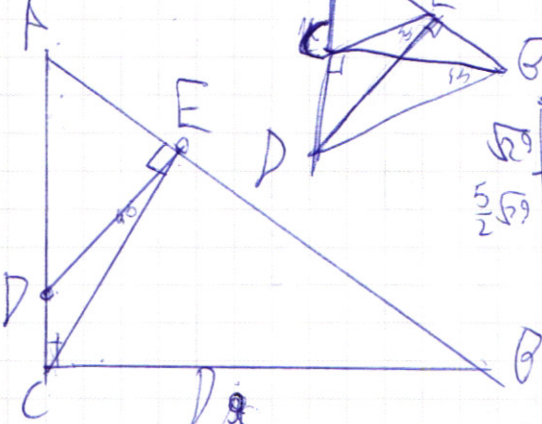


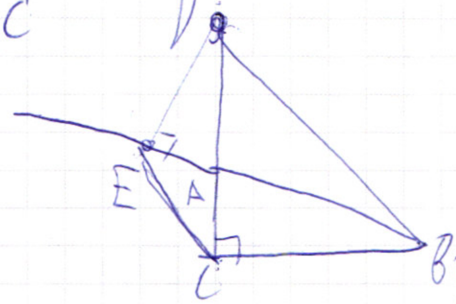
$2x + x^2 = 9$

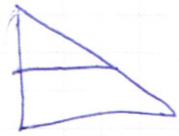
$\frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{29}}{4}$

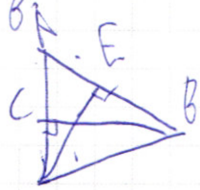
$\sqrt{29} \cdot \frac{4}{4}$

$= \frac{\sqrt{29}}{4}$

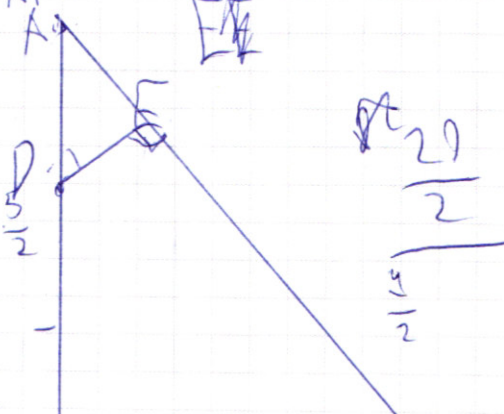








$AH = \frac{AD}{AA'} \cdot AB = AD \cdot \frac{AB}{OB} = AD \cos(\alpha)$



$\frac{49}{29} \cdot 29 \frac{5}{2}$

$\frac{\frac{29}{2}}{\frac{4}{2}}$

$\frac{AD}{AC} = \frac{AC - DC}{AC} =$

$= \frac{AC - BC}{AC} = 1 - \frac{5}{2}$

$\frac{4}{\sqrt{29}}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	2	3	4	5	5	7	6	6	7	11	8	13	9

15	16	17	18	19
8	8	17	11	19

$f(x) > 0$

2
3
4
5
6
7
8

3
4
5
$2+3=5$

$\cancel{f\left(\frac{a}{100}\right) - f(a) = f\left(\frac{1}{100}\right)}$

$f(b) = f(b) + f(1) \qquad f(1) = 0$

$f(2b) = f(b) + f(2)$

$$\begin{array}{r} 289 \\ -\ 33 \\ \hline 256 \end{array}$$

$f(9) = 2f(3)$

6

$f(1) = f(b) + f\left(\frac{1}{b}\right)$

$f(b) = -f\left(\frac{1}{b}\right)$

$\begin{cases} y < 0 \\ x \geq 0 \\ 3x + 2y \geq 6 \end{cases}$

$3x + 2y \geq 6$

$9 \quad -2y$

3
5
7
11
13
17
19

$x^2 - 2xy - 3y + y^2 \leq 0$

$3 \pm \sqrt{9 - 4(x^2 - 2x)}$

$2 \pm \sqrt{4 - 4(y^2 - 3y)}$

$\frac{1}{3} \qquad f(3) = 3 \qquad f(5) = 5$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = -3 \qquad f\left(\frac{1}{5}\right) = -5$

$3 + 2\sqrt{13}$

$\begin{cases} 9 + 8x - 4x^2 \geq 0 \\ 1 - y^2 + 3y \geq 0 \end{cases}$

$-8 \pm \sqrt{64 + 16 \cdot 9}$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

4
7
6
6
4
8
18

$f\left(\frac{3}{5}\right) + f\left(\frac{5}{3}\right) = 0$

$3 + \sqrt{13}$

$3 + \sqrt{9+4}$

$f\left(\frac{y}{x}\right) = 0$

$f(y) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

$f(a) = 0$

$f(b) = f(ab)$

$f(y) - f(x) = 0$

$-3 \pm \sqrt{13}$

$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7$

$13 \cdot 8$

$\sqrt{13}$

3 – 1
4 – 1
5 – 2

6 – 2
7 – 3
8 – 3
9 – 1

11 – 1
13 – 1
17 – 1
19 – 1

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y-2x=\sqrt{xy}$

$x^2-2x+5-4|x-1|$

$4x^2=12x+|x|\cdot|x-3|$

$\cancel{4(x^2-3x)}$

$4(x-3)x$

$3(x-3)x$ (если $x\in[0;3)$)

$5(x-3)x$ (в ост. сл.)

$90+\beta-\alpha$

2α

$90-\alpha-\beta$

$(2c; a; 3c)$

$\frac{c}{a}=\frac{a}{3c}$

$3c+3a=$

$a=100$

$a=60$

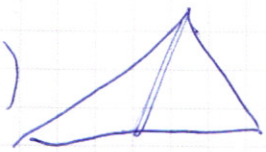
$(x-1)^2+4(1-|x-1|)$

$\cancel{x\in[1;0]}$

$x\in(-\infty;1)$

$\cancel{(x-1)}$ x^2+2x+4

$(x+1)^2+3>0$

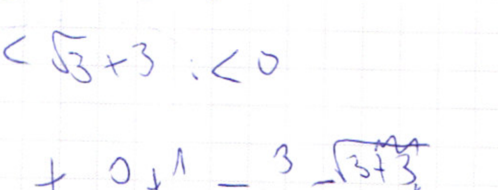


x^2-6x+6 $(x-3)^2-3$ $x\in[1;+\infty)$

$x\geq\sqrt{3}+3;\geq0$

$1\leq x<\sqrt{3}+3;<0$

$(0;1]\cup(3;\sqrt{3}+3)$



☑ черновик ☐ чистовик

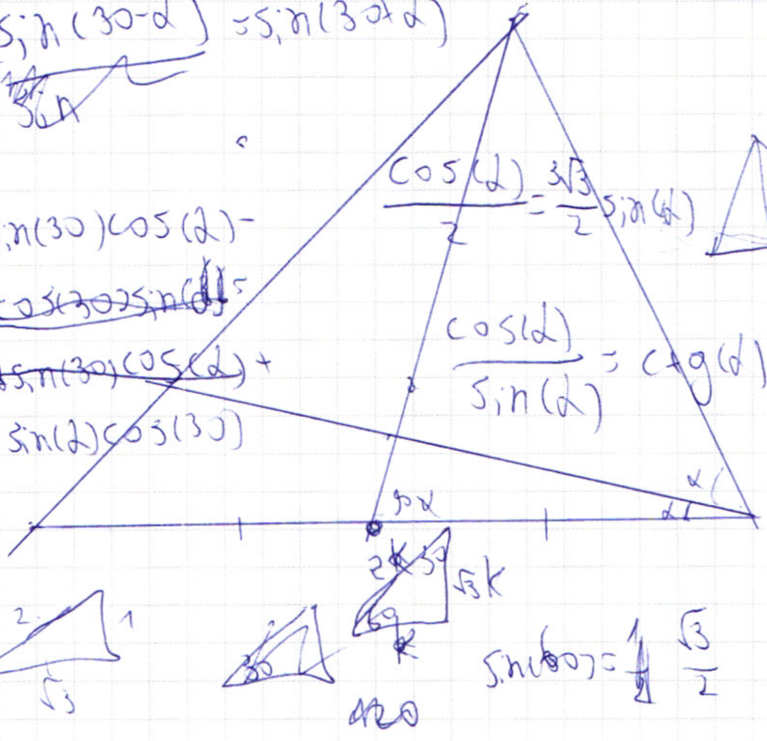
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$2\sin(30-\alpha)=\sin(30+\alpha)$

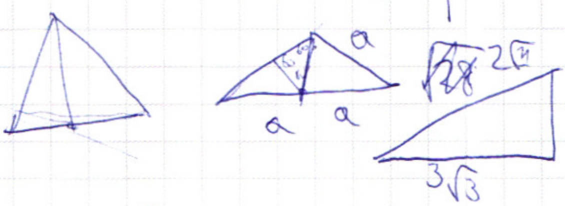
$\sin(\alpha-\beta)=\sin(\alpha)\cos(\beta)-$
$-\sin(\beta)\cos(\alpha)$



$\cancel{2}\sin(30)\cos(\alpha)-$
$\cancel{-2\cos(30)2\sin(\alpha)}$
$=\cancel{2}\sin(30)\cos(\alpha)+$
$3\sin(\alpha)\cos(30)$

$\frac{\cos(\alpha)}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\sin(\alpha)$

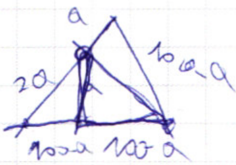
$\frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}=ctg(\alpha)=3\sqrt{3}$



$\frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)}=\frac{a}{c}=\frac{\sin(2\beta)}{\sin(\alpha)}$

$\sin(60)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

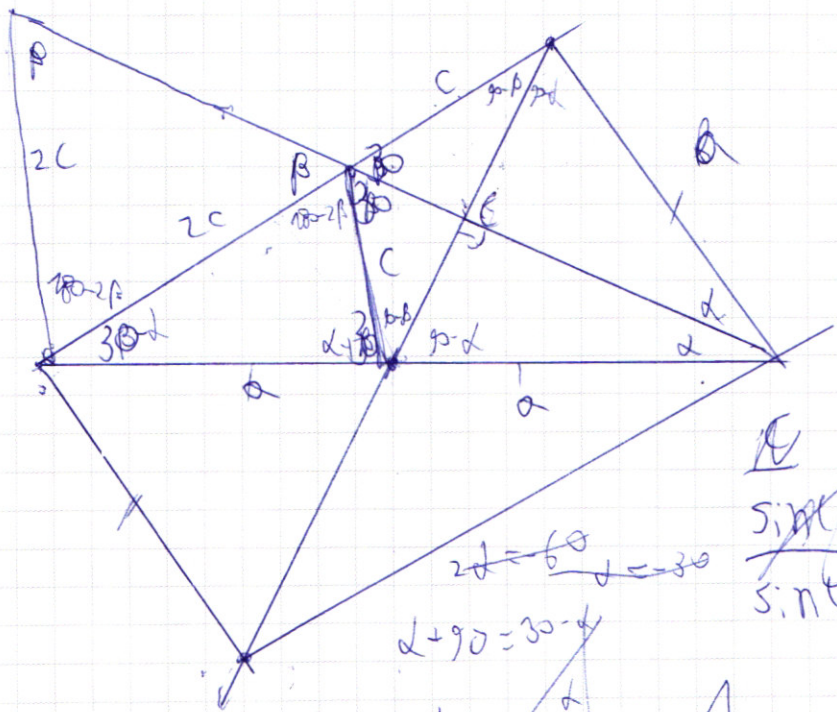
120



$\sin(\beta)=\sin(2\beta)$

$\beta\neq2\beta$

$\beta=60$



$\frac{2a}{\sin(2\beta)}=\frac{2c}{\sin(\alpha)}$

$180-\alpha-\beta$

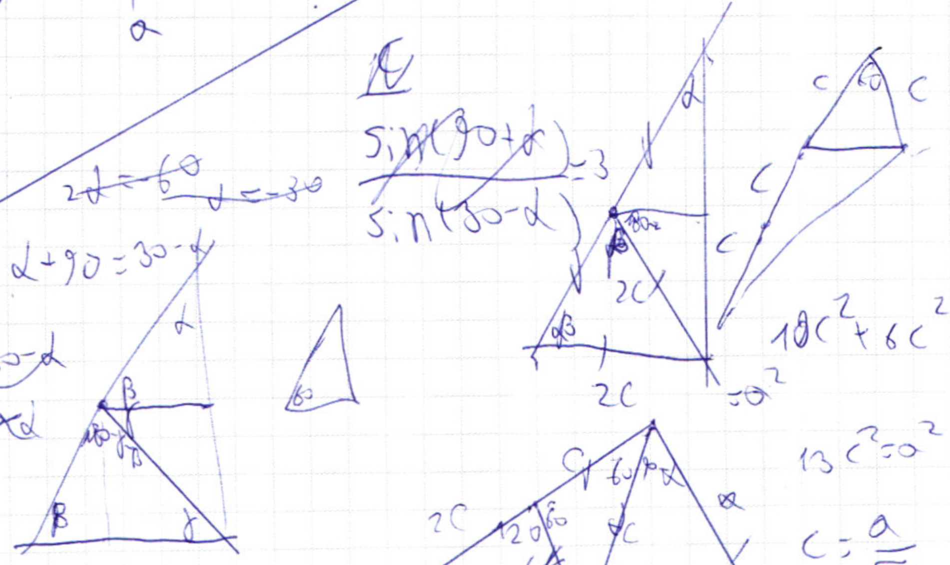
$\frac{\sin(90+\alpha)}{\sin(30-\alpha)}=3$

~~$2\alpha=60$~~ ~~$\alpha=-30$~~

$\alpha+90=30-\alpha$

~~$90-\alpha\neq30-\alpha$~~

~~$90-\alpha=180-\alpha$~~



$18c^2+6c^2\cos(60)=a^2$

$13c^2=a^2$

$c=\frac{a}{\sqrt{13}}$

$\frac{3c}{\sin(90+\alpha)}=\frac{c}{\sin(30-\alpha)}$

~~$90-\alpha$~~ $\quad 30-\alpha$

$\alpha-90$

$\frac{a}{\sqrt{13}}+a=100$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

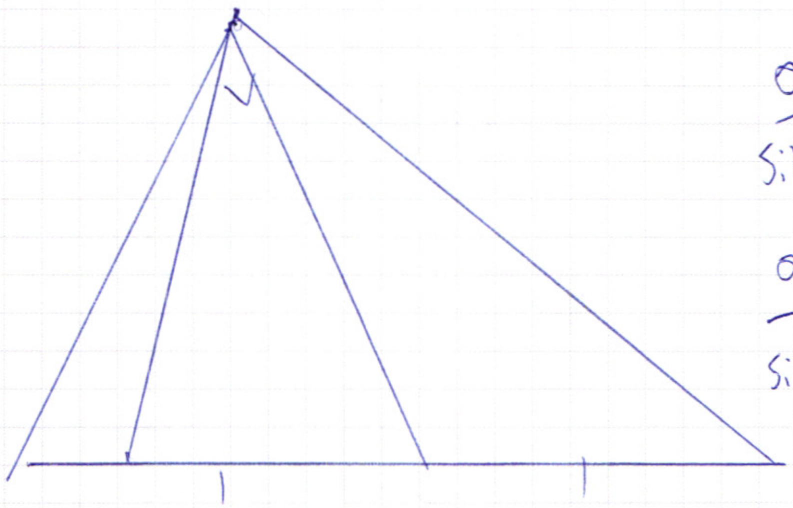
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

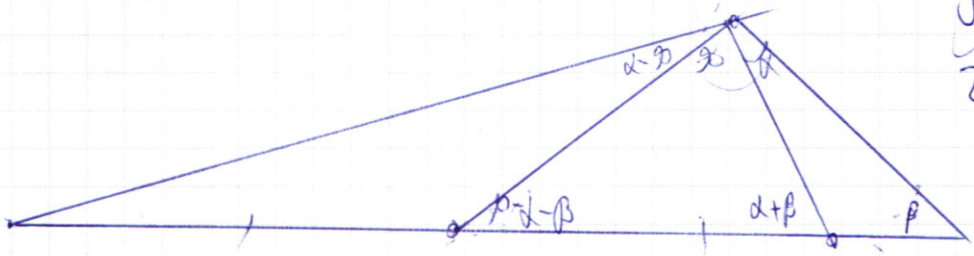
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{a}{\sin(2\beta)} = \frac{2c}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$\frac{a}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\alpha)}$$

$$\frac{\sin(\beta)}{2\sin(\alpha)}$$



$y = 2x + \sqrt{xy}$

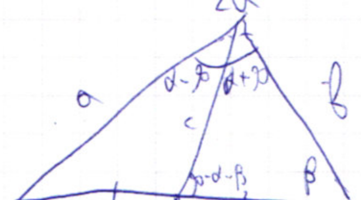
$2y + x^2 = 9$

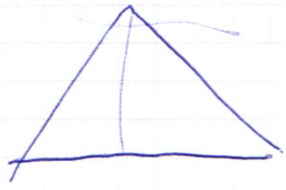
$y^2 + 4x^2 - 4xy = xy$

$y^2 + 4x^2 - 3xy = 0$

$x^2 = \sqrt{9-2y}$

$y^2 + 4(9-2y) - 3\sqrt{9-2y}\,y = 0$





$\cancel{2}\,a \sin(\alpha - 90) = \cancel{2a}\; b \sin(\alpha + 90)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

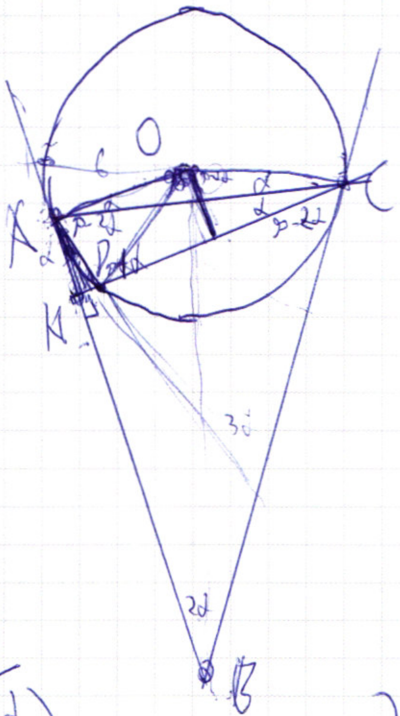
$2\cdot 36 - 2\cdot 36\cos(2\alpha) = 25$

$72 - 72\cos(2\alpha) = 25$

$\frac{72}{-25} \quad 47$

$\frac{47}{72} = \cos(2\alpha)$

$\frac{47}{+72} \quad 139 \quad 30$



$S_{ABD} = \frac{AB\cdot HD}{2}$

$\frac{139}{144}\cdot 25$

$\frac{AH\cdot HD}{2} \cdot HD$

HD

$\frac{AB}{CH} = k$

$\cos(2\alpha) =$

$= \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) =$

$S_{ABD} = \frac{k\,CH\cdot HD}{2}$

$\cancel{= 1 - 2\sin^2(\alpha)}$

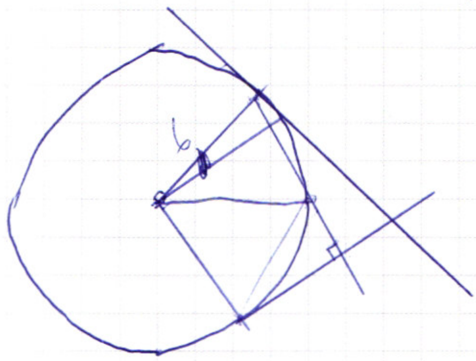
$= 2\cos^2(\alpha) - 1$

$1 - \cos^2(\alpha)$

$\frac{6}{\sin(2\alpha)}$

$HA^2 = \frac{2S_{ABD}}{CH\cdot HD} = k$

$\frac{47+72}{72\cdot 2} = \cos^2(\alpha)$



$HA^2 = \frac{36}{\sin^2(2\alpha)}$

$\sin(\alpha) = \frac{6}{2\sqrt{a^2-9}} =$

$\frac{6}{a} = \frac{b}{6}$

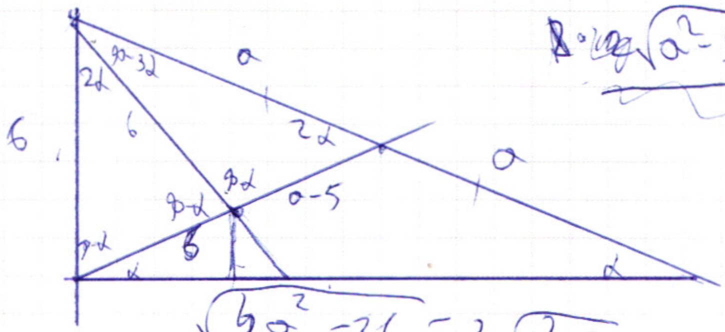
$\frac{3}{\sqrt{a^2-9}}$

$ab = 36$

$\cancel{(\cos(\alpha) b)^2}$

$\cancel{(\sin(\alpha) b)^2}$

$(\cos(\alpha) b)^2$



$\frac{2\sqrt{a^2-9}\; b\; \sin(\alpha)}{2} = 15$

$3b = 15$

$b = 5$

$\sqrt{4a^2 - 36} = 2\sqrt{a^2-9}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)