



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x - 1|}{4x^2 - 12x + |x| \cdot |x - 3|} \leq 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy}, \\ 2y + x^2 = 9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром  $O$  касается прямых  $AB$  и  $BC$  в точках  $A$  и  $C$  соответственно. Высота  $CH$  треугольника  $ABC$  пересекает эту окружность в точках  $C$  и  $D$ . Найдите отношение  $AB : CH$ , если площадь треугольника  $ABD$  равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AC$  и гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно, такие что  $DE \perp AB$ . Найдите отношение  $AD : AC$  и площадь треугольника  $AED$ , если известно, что  $AC = \sqrt{29}$ ,  $BC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$ , а  $\angle CED = 45^\circ$ .

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами  $(x; y)$ , удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6, \\ x^2 - 2x - 3y + y^2 \leq 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция  $f$  определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел  $a$  и  $b$  из этого множества выполнено равенство  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , и при этом  $f(p) = p$  для любого простого числа  $p$ . Найдите количество пар натуральных чисел  $(x; y)$  таких, что  $3 \leq x \leq 19$ ,  $3 \leq y \leq 19$  и  $f(x/y) < 0$ .

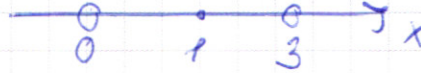


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

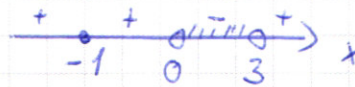
$$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x-1|}{4x^2 - 12x + |x| \cdot |x-3|} \leq 0$$

$x-1$	-	-	+	+
$x$	-	+	+	+
$x-3$	-	-	-	+
	①	②	③	④



①  $x < 0$

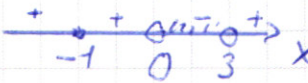
$$\frac{x^2 + 2x + 1}{5x^2 - 15x} \leq 0; \quad \frac{(x+1)^2}{5x(x-3)} \leq 0$$



$$\begin{cases} x < 0 \\ x = -1 \\ 0 < x < 3 \end{cases} \quad x = -1$$

②  $0 < x \leq 1$

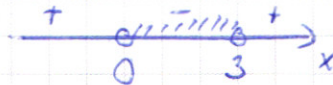
$$\frac{(x+1)^2}{3x^2 - 9x} \leq 0; \quad \frac{(x+1)^2}{3x(x-3)} \leq 0$$



$$\begin{cases} 0 < x \leq 1 \\ x = -1 \\ 0 < x < 3 \end{cases} \quad 0 < x \leq 1$$

③  $1 < x < 3$

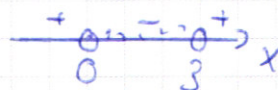
$$\frac{x^2 - 6x + 9}{3x(x-3)} \leq 0; \quad \frac{(x-3)^2}{3x(x-3)} \leq 0$$



$$\begin{cases} 1 < x < 3 \\ 0 < x < 3 \end{cases} \quad 1 < x < 3$$

④  $x > 3$

$$\frac{(x-3)^2}{5x(x-3)} \leq 0; \quad \frac{(x-3)^2}{5x(x-3)} \leq 0$$



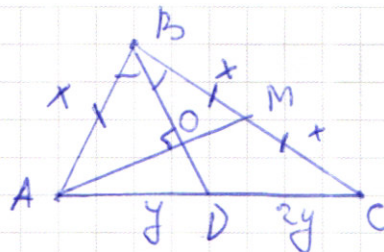
$$\begin{cases} x > 3 \\ 0 < x < 3 \end{cases} \quad \emptyset$$

Ответ:  $\{-1\} \cup (0; 3)$

№ 2.

Дано:

$AM$  - мед.  
 $BD$  - бис-са  
 $AM \perp BD$   
 $AM \cap BD = O$   
 $AB + BC + AC = 300$   
 $AB, BC, AC \in \mathbb{Z}$



Вопрос: кол-во таких тр-ов

Решение:

!  $\triangle ABM$   $BO$  - бис-са  $\Rightarrow \triangle ABM$  - р/с  $\Rightarrow AB = BM = MC = x$   
 $BO$  - бис-са

$BD$  - бис-са  $\triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow DC = 2AD$

Пусть  $AD = y \Rightarrow AC = 3y$

$AB + BC + AC = x + 2x + 3y = 3x + 3y = 300 \Rightarrow x + y = 100$

$$\begin{cases} x < 2x + 3y \\ 2x < x + 3y \\ 3y < x + 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x + 3y > 0 \\ x < 3y \\ y < x \end{cases} \quad \begin{cases} x < 3y \\ y < x \\ x + y = 100; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y < 4y \\ x + y < 2x \\ x + y \neq 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y > 100 \\ 2x > 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 25 \\ x > 50 \\ x + y = 100 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x = 51 & y = 49 \\ y = 26 & x = 74 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 50 < x < 75 \\ 25 < y < 50 \\ x + y = 100 \end{cases}$$

Всего пар  $(x, y)$

$$75 - 50 - 1 = 24$$

Ответ: 24

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \text{N } 3 \quad & \begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases} & \begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy, \\ 2y + x^2 = 9; \end{cases} & \begin{cases} (y^2 - xy) + (4x^2 - 4xy) = 0 \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{OДЗ: } \begin{cases} xy \geq 0 \\ 2x \leq y \\ 2y \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y(y-x) - 4x(y-x) = 0, \\ 2y + x^2 = 9; \end{cases} & \begin{cases} (y-x)(y-4x) = 0 \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases} & \begin{cases} y = x \\ y = 4x \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 9 = 0 \text{ ①} \\ y = x \\ x^2 + 8x - 9 = 0 \text{ ②} \\ y = 4x \end{cases}$$

$$\text{① } D/4 = 10 \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{10}$$

$$\text{② } D/4 = 5^2 \Rightarrow x_{3,4} = -4 \pm 5$$

$$\begin{cases} x = y = -1 + \sqrt{10} \notin \text{OДЗ} \\ x = y = -1 - \sqrt{10} \\ x = 1, y = 4 \\ x = -9, y = -36 \notin \text{OДЗ} \end{cases}$$

ответ:  $(-1 - \sqrt{10}; -1 - \sqrt{10}), (1; 4)$

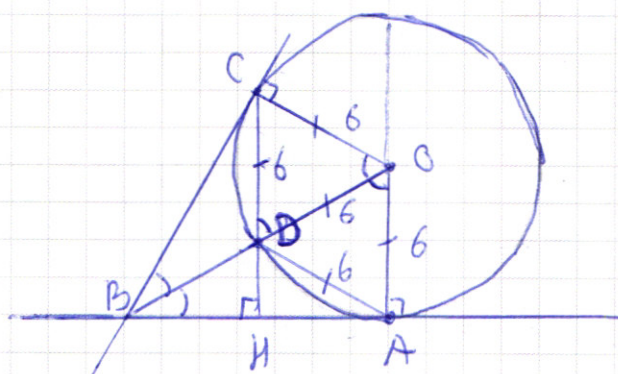
№ 4. Дано:  $S_{ABD} = 15$

Найти:  $\frac{AB}{CH} = ?$

Решение:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot DH = 15$$

$$\Rightarrow AB = \frac{30}{DH}$$



$$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{CH \cdot DH}$$

$$HA - \text{кас.} \quad | \Rightarrow AH^2 = CH \cdot DH \quad | \Rightarrow \frac{AB}{CH} = \frac{30}{AH^2}$$

$$\begin{aligned} AB &= BC \\ BD &- \text{общ.} \\ \angle CBD &= \angle ABD \end{aligned} \quad | \Rightarrow \triangle BDC = \triangle BDA \text{ (по } \text{CЗС}) \Rightarrow CD = AD$$

$$\Rightarrow \angle COD = \angle AOD$$

$$AO \parallel CD \Rightarrow \angle AOD = \angle CDO \quad | \Rightarrow \angle COD = \angle CDO \Rightarrow CD = CO = 6 \Rightarrow AD = 6$$

$$\angle COD = 60^\circ \Rightarrow \triangle AOB$$

$$\Rightarrow \angle OBC = 30^\circ \quad | \Rightarrow BO = 2CO = 12 \Rightarrow AB^2 = BO^2 - AO^2 = 36 \cdot 3$$

$$\angle BCO = 90^\circ$$

$$\Rightarrow AB = 6\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} BO &= 12 \\ DO &= 6 \end{aligned} \quad | \Rightarrow BD = 6 \Rightarrow CH = \frac{1}{2} BO \Rightarrow CD = DO = BO \quad | \Rightarrow DH - \text{ср. линия} \triangle ABO$$

$$\Rightarrow AH = \frac{1}{2} AB = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{CH} = \frac{30}{AH^2} = \frac{30}{27} = \frac{10}{9}$$

Ответ:  $\frac{10}{9}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5. Дано:  $AC = \sqrt{29}$   
 $BC = 2,5\sqrt{29}$   
 $\angle CED = 45^\circ$

Найти:  $\frac{AD}{AC}$ ,  $S_{AED}$

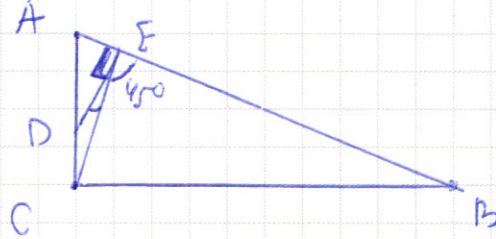
Решение:

$\angle DEB = 90^\circ$  (т.к.  $DE \perp AB$ )  
 $\angle DEC = 45^\circ$   $\Rightarrow \angle BEC = 45^\circ$   
 $\angle BEC$  - внешний  $\Rightarrow \angle BEC = \angle A + \angle ACE$   $\Rightarrow \angle A + \angle ACE = 45^\circ$

$\angle A + \angle B = 90^\circ$   
 $2,5\sqrt{29} > \sqrt{29} \Rightarrow BC > AC \Rightarrow \angle A > \angle B$   
 $\Rightarrow \angle A > 45^\circ > \angle B \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle A + \angle ACE > 45^\circ + \angle ACE$   
 $\angle A + \angle ACE = 45^\circ$

$\Rightarrow \angle ACE < 0 \Rightarrow$  такого тр-ка  $\triangle ABC$  не существует

Ответ: решения нет



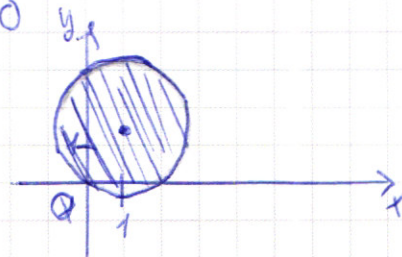


№ 6.

$$\begin{cases} |3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6, & (2) \\ x^2 - 2x - 3y + y^2 \leq 0; & (1) \end{cases}$$

$$(1) (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 3y + 2,25) - 3,25 \leq 0$$

$$(x-1)^2 + (y-1,5)^2 \leq 3,25$$



$$(2) \text{ I. } \begin{cases} 6 - 3x - 2y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 6 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} x < 0, y < 0 \\ -3x - 2y + 6 - 3x - 2y > 6 \\ 6x + 4y < 0 \end{cases}$$~~

Окружность (1) не касается область в III четверти  
 $\Rightarrow x < 0$  и  $y < 0$  одновременно быть не могут

1)  $x < 0, y \geq 0$

$$-3x + 2y + 6 - 3x - 2y > 6; \quad -6x > 0; \quad \begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

2)  $x \geq 0, y < 0$

$$3x + 2y + 6 - 3x - 2y > 6; \quad \begin{cases} y < 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

3)  $x \geq 0, y \geq 0$

$$3x + 2y + 6 - 3x - 2y > 6; \quad 0 > 0 \text{ неверно}$$

II  $3x + 2y > 6$

1)  $x < 0, y \geq 0$

$$-3x + 2y - 6 + 3x + 2y > 6; \quad \begin{cases} y > 3 \\ x < 0 \end{cases}$$

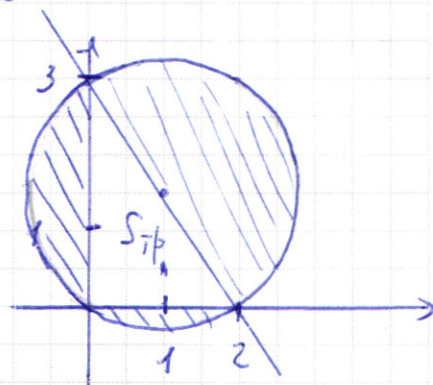
2)  $x \geq 0, y < 0$

$$3x - 2y - 6 + 3x + 2y > 6; \quad \begin{cases} x > 2 \\ y < 0 \end{cases}$$

3)  $x \geq 0, y \geq 0$

$$3x + 2y - 6 + 3x + 2y > 6; \quad 3x + 2y > 6$$

$$S = S_{кр} - S_{лр} = \pi r^2 - \frac{1}{2}(2 \cdot 3) = 3,25\pi - 3$$



$(0; 3)$   
 $(2; 0)$

Ответ:  $S = 3,25\pi - 3$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$n \neq f(ab) = f(a) + f(b)$$

$$f(p) = p$$

$$f(x/y) < 0$$

$$x, y \in \mathbb{N}$$

$$3 \leq x \leq 19$$

$$3 \leq y \leq 19$$

$$! \quad f(3) = 3$$

$$f(3 \cdot 1) = f(3) + f(1) = f(3) = 3 \Rightarrow f(1) = 0$$

$$f(1) = f(a \cdot \frac{1}{a}) = f(a) + f(\frac{1}{a}) = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{a}) = -f(a)$$

$$f(x/y) = f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) - f(y) < 0$$

$$f(y) > f(x)$$

1	1 · 16
2	1 · 15
3	1 · 14
4	1 · 13
5	1 · 12
6	3 · 9
7	3 · 6
8	2 · 7
9	2 · 2
10	1 · 1
11	1 · 0
<hr/>	
	128

+

11	3	$f(3) = 3$
10	4	$f(4) = 4$
9	5	$f(5) = 5$
8	6	$f(6) = 5$
7	7	$f(7) = 7$
6	8	$f(8) = 6$
5	9	$f(9) = 6$
4	10	$f(10) = 7$
3	11	$f(11) = 11$
2	12	$f(12) = 7$
1	13	$f(13) = 13$
	14	$f(14) = 9$
	15	$f(15) = 8$
	16	$f(16) = 8$
	17	$f(17) = 17$
	18	$f(18) = 8$
	19	$f(19) = 19$

всего  
17

Ответ: 128 пар  $(x, y)$

№7.  $a, b > 0$ ;  $p$  - простое;  $x, y > 0$   
 $f(ab) = f(a) + f(b)$   $x, y \in \mathbb{N}$   
 $f(p) = p$

$(x; y)$   $3 \leq x \leq 19$   
 $3 \leq y \leq 19$   
 $f(x/y) < 0$

$$f(x/y) = f(x \cdot \frac{1}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) < 0$$

<del>11</del>	$x=3$	$f(3) = 3$	$f(\frac{1}{3}) < -3$
<del>10</del>	$x=4$	$f(4) = f(2) + f(2) = 4$	$f(\frac{1}{4}) < -4$
9	$x=5$	$f(5) = 5$	:
9	$x=6$	$f(6) = f(2) + f(3) = 5$	:
8	$x=7$	$f(7) = 7$	
8	$x=8$	$f(8) = 6$	
8	$x=9$	$f(9) = 6$	
7	$x=10$	$f(10) = 7$	
4	$x=11$	$f(11) = 11$	
7	$x=12$	$f(12) = 7$	
3	$x=13$	$f(13) = 13$	
5	$x=14$	$f(14) = 9$	
6	$x=15$	$f(15) = 8$	
6	$x=16$	$f(16) = 8$	
2	$x=17$	$f(17) = 17$	
6	$x=18$	$f(18) = 8$	
1	$x=19$	$f(19) = 19$	

$f(1) = 0 \Rightarrow$   
 $f(a \cdot \frac{1}{a}) = f(a) + f(\frac{1}{a}) = 0$   
 $\rightarrow f(a) = -f(\frac{1}{a})$

- 17
- 1. 16
  - 1. 15
  - 1. 14
  - 1. 13
  - 1. 12
  - + 3. 9
  - 3. 6
  - 2. 4
  - 2. 2
  - 1. 1

$$f(\frac{1}{3}) = -3$$

\*  $f(\frac{1}{y}) = -f(y) \Rightarrow f(x/y) = f(x) - f(y) < 0$   
 $f(y) > f(x)$

<del>19</del>	$y=19$	$x \neq 19$	- 16	16
	$y=17$	$x \neq 17; 19$	- 15	31
	$y=13$	$x \neq 13; 17; 19$	- 14	45
	$y=11$	$x \neq 11; 13; 17; 19$	- 13	58
	$y=14$	$x \neq 11; 13; 14; 19$	- 12	70
	$y=15; 16; 18$	$x \neq 11; 13; 14; 19; 15; 16; 18$	- 9(=3)	97
				115
				123
				127
				128 = 2 <sup>7</sup>

Отв. 128

$$(x+1)^2 = 10 \quad \checkmark$$

$$2x = |2x|$$

②

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{10} + 1 = |-1 - \sqrt{10}| = \sqrt{10} + 1$$

$$-2\sqrt{10} \rightarrow 8 + 10 + 1 + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{10} + 13 \neq 9$$



№3.

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} xy \geq 0 \\ y - 2x \geq 0 \\ 9 - 2y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy \geq 0 \\ 2x \leq y \\ 2y \leq 9 \\ x^2 + 4x \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - 4x = 2\sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$$

$$x^2 + 4x = 9 - 2\sqrt{xy}$$

$$2\sqrt{xy} = 9 - 4x - x^2$$

$$\begin{cases} y^2 + 4x^2 - 4xy = xy \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - 5xy + 4x^2 = 0 \\ 8y + 4x^2 = 36 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y^2 - 8y - 5xy &= -36 \\ (y-4)^2 &= 5(xy-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (y^2 - xy) + (4x^2 - 4xy) &= 0 \\ y(y-x) - 4x(y-x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} (y-x)(y-4x) = 0 \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ 4x=y \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \begin{cases} x^2+2x-9=0 \text{ ①} \\ x^2+8x-9=0 \text{ ②} \\ x=4y \end{cases}$$

$$\text{① } D/\Delta = 1+9=10 \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{10}$$

$$\text{② } D/\Delta = 16+9=5^2 \Rightarrow x_{3,4} = -4 \pm 5$$

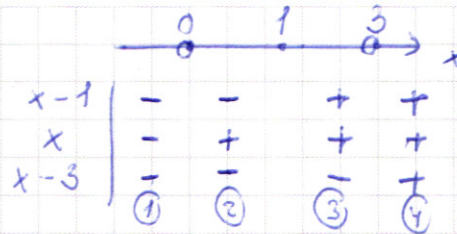
$$\begin{cases} x=y = -1 + \sqrt{10} \quad \notin \text{ОДЗ} \\ x=y = -1 - \sqrt{10} \quad \checkmark \\ x=1, y=4 \quad \checkmark \\ x=-9, y=-36 \quad \notin \text{ОДЗ} \end{cases}$$

$$\text{ОТВ. } (-1 - \sqrt{10}; -1 - \sqrt{10}), (1; 4)$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x-1|}{4x^2 - 12x + |x-1|x-3|} \leq 0$$

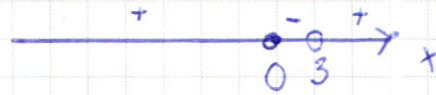


24

①  $x \leq 0$

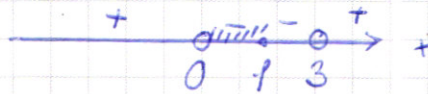
$$\frac{x^2 + 2x + 1}{5x^2 - 15x} \leq 0; \quad \frac{(x-3)^2}{5x(x-3)} \leq 0$$

$$\begin{cases} 0 < x < 3 \\ x < 0 \end{cases}; \quad \emptyset$$



②  $0 < x \leq 1$

$$\frac{(x-3)^2}{3x^2 - 9x} \leq 0; \quad \frac{(x-3)^2}{3x(x-3)} \leq 0$$



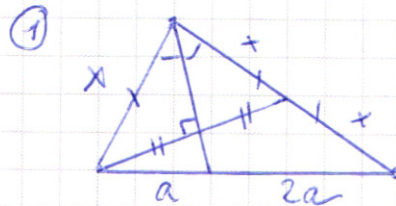
$$\begin{cases} 0 < x \leq 1 \\ 0 < x < 3 \end{cases}$$

$$x \in (0; 1]$$

③  $1 < x < 3$

№ 2

$$\begin{matrix} x=53 & x=52 & x=51 \\ a=47 & a=48 & a=49 \end{matrix}$$



$$\begin{cases} x \\ 2x \\ 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=26 \\ x=74 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 3x = 300 \\ a + x = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 25 \\ x > 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 2x + 3a \\ 2x < 3a + x \\ 3a < 3x \end{cases}$$

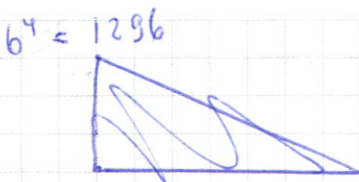
$$\begin{cases} 50 < x < 75 \\ 25 < a < 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 3a \\ a < x \\ a + x = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3a > 0 \\ x < 3a \\ a < x \end{cases}$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. 
$$\begin{array}{r} 25 \\ 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$



$$\sqrt{3,25} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$b > a \Rightarrow \angle B < \angle A \Rightarrow \angle A > 45^\circ$

$\angle BEC = \angle A + \alpha = 45^\circ \Rightarrow \triangle ABC$  не существует.

№6.

$$\begin{cases} |3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6 \\ x^2 - 2x - 3y + y^2 \leq 0 \end{cases} !$$

$3,6 \leq \sqrt{13} < 3,7$

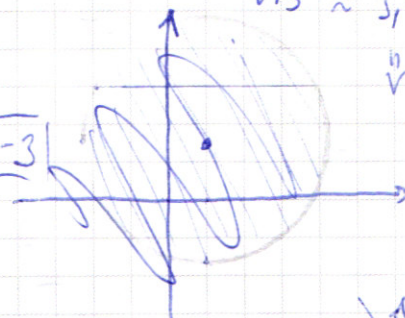
$\sqrt{13} \approx 3,6$

$r \approx 1,8$

$1,5 - \frac{\sqrt{13}}{2}$

$(x-1)^2 + (y-1,5)^2 \leq 3,25$

$S = S_{кр} - 3 = |3,25\pi - 3|$



①  $3x + 2y \geq 6$        $3x + 2y = 6$

$3x + 2y - 6 + |3x| + |2y| > 6$

✓  $3x + 2y + |3x| + |2y| > 12$

②  $3x + 2y \leq 6$

$3x + 2y < |3x| + |2y|$

②  $x \leq 0, y \leq 0$

$-3x + 2y +$

③  $3x + 2y \geq 6$

$x \leq 0, y > 0$

$-3x + 2y - 6 + 3x + 2y > 6$

$y > 3$

②  $3x + 2y > 6$

$(3x + |3x|) + (2y + |2y|) > 12$

! ①  $x \leq 0, y \leq 0$

$-3x - 2y + 6 - 3x - 2y > 6$

$-6x - 4y > 0$

⑤  $3x + 2y \leq 6$   $x \leq 0, y \geq 0$

$\frac{\sqrt{13}}{2} + 1,5$

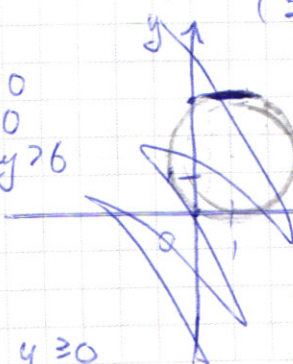
$6 - (\sqrt{13} + 3)$

$\frac{3 - \sqrt{13}}{3} \leq x$

1)  $x \geq 0$

$y \geq 0$

$3x + 2y \geq 6$



1)  $x < 0, y \geq 0$

2)  $x \geq 0, y < 0$

$6x > 12$

3)  $x < 0, y \geq 3$

①  $3x + 2y \leq 6$   $y < -1,5x$

$3x + 2y < |3x| + |2y|$

1)  $x < 0, y < 0$

2)  $x \geq 0, y < 0$

3)  $x < 0, y \geq 0$

4)  $x \geq 0, y \geq 0$

NY

$$\frac{AB}{CH} = ?$$

$$\frac{1}{2} AB \cdot DH = 15$$

$$AO = CO = DO = 6$$

$$AD \cdot DH = 30$$

$$AB = \frac{30}{DH}$$

$$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{CH \cdot DH}$$

$$BH^2 + CH^2 = AB^2 \rightarrow CH^2 = (AB - BH)(AB + BH) = AH(AB + BH)$$

$$CH \cdot DH = AH^2 \Rightarrow \frac{AB}{CH} = \frac{30}{AH^2}$$

$$AH^2 = AC^2 - CH^2$$

$$AB^2 = AD^2 - 36 =$$

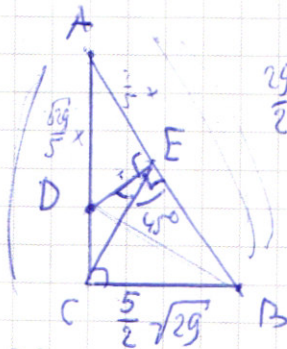
$$AH^2 = \frac{CH^4}{(AB + BH)^2} = \frac{30 \cdot CH}{AB}$$

$$CH^3 = \frac{30(AB + BH)^2}{AB}$$

NS.

$$AC = \sqrt{29}$$

$$\sqrt{29}$$



$$\frac{AD}{AC} = ?$$

$$\frac{1}{2} AD \cdot ED = ?$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$AB = \sqrt{29 + \frac{25}{4} \cdot 29} = \sqrt{29 \left( \frac{29}{4} \right)} = \frac{29}{2}$$

$$\frac{2+D}{29} = \frac{AE}{\sqrt{29}} = \frac{2 \cdot DE}{5 \cdot \sqrt{29}}$$

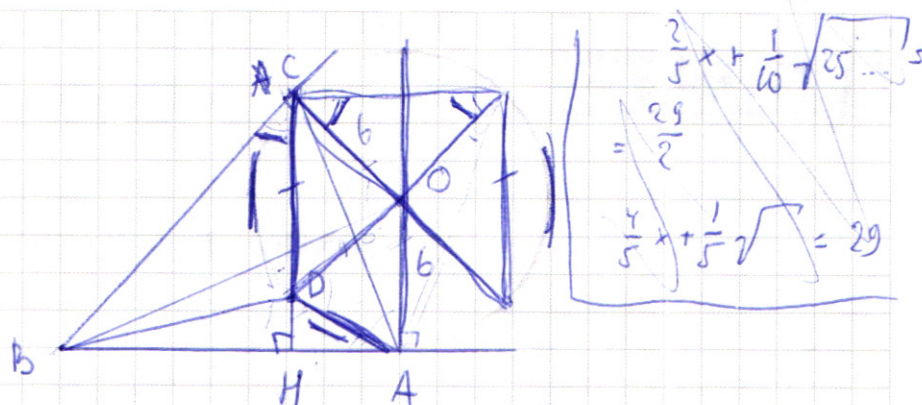
$$AE = \frac{2}{5} DE$$

$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{5} DE^2 = \frac{1}{5} (AD^2 - AE^2)$$

$$AD^2 = \frac{25 \cdot 29}{4} + \frac{29 \cdot (5-x)^2}{4}$$

$$= \frac{25^2 \cdot 29 + 29 \cdot 4 \cdot (x - \frac{25}{2})^2}{10^2} = \frac{29}{100} (25^2 + (2x - 10)^2)$$

$$BE^2 = \frac{29}{100} (25^2 + (2x - 10)^2) - x^2 = \frac{1}{100} (25^2 \cdot 29 + 58(x - 5)^2 - (10x)^2)$$



$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{10}\sqrt{29} = \frac{29}{2}$$

$$\frac{4}{5}x + \frac{1}{5}\sqrt{29} = 29$$

$$\sqrt{29} \cdot \frac{5}{2} = 29$$

$$\angle B + \angle A = 90^\circ$$

$$\angle B + \angle BCE = 135^\circ$$

$$\angle BCE = \angle A + 45^\circ$$