

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 6x + 10 - 2|x - 3|}{2x^2 - 4x + |x| \cdot |x - 2|} \leq 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy}, \\ x + y^2 = 5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D . Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED , если известно, что $AC = \sqrt{7}$, $BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED = 30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x; y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4, \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = p$ для любого простого числа p . Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leq x \leq 18$, $1 \leq y \leq 18$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

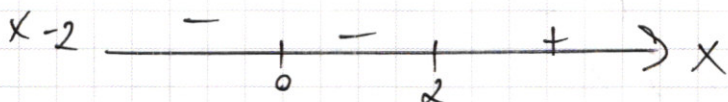
1.

$$\frac{x^2 - 6x + 10 - 2|x-3|}{2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2|} \leq 0$$

$$1) \quad x^2 - 6x + 10 - 2|x-3| = x^2 - 6x + 9 - 2|x-3| + 1 = (x-3)^2 - 2|x-3| + 1 = (|x-3| - 1)^2$$

$$2) \quad 2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2| = 2x(x-2) + |x| \cdot |x-2|$$

$$x \quad - \quad + \quad +$$



$$\left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2) - x \cdot (-(x-2))} \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2) + x \cdot (-(x-2))} \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2) + x(x-2)} \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{3x(x-2)} \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{x(x-2)} \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{3x(x-2)} \leq 0 \end{array} \right.$$

Критерий для метода интервалов во всех трёх случаях одинаков \Rightarrow можно составить общий метод интервалов для всех промежутков.
Критерий:

$$\textcircled{1} (|x-3|-1)^2 = 0$$

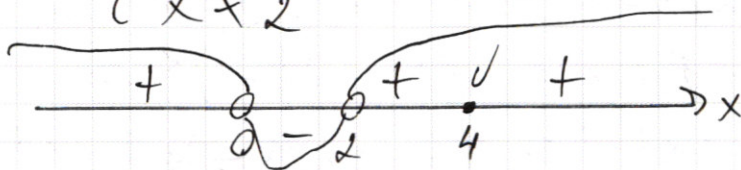
$$|x-3|-1=0$$

$$|x-3|=1$$

$$\begin{cases} x-3=1 \\ x-3=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} x(x-2) \neq 0$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$



$$\Rightarrow x \in (0; 2) \cup \{4\}$$

Ответ: $x \in (0; 2) \cup \{4\}$

✓ 3.

$$\begin{cases} (x-2y)^2 = (5xy)^2 \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y \geq 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = xy \\ x = 5 - y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y \geq 0 \\ (5-y^2)^2 - 4(5-y^2)y + 4y^2 = (5-y^2)y \\ x = 5 - y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y \geq 0 \\ 25 - 10y^2 + y^4 - 20y + 4y^3 + 4y^2 = 5y - y^3 \\ x = 5 - y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y \geq 0 \\ y^4 + 5y^3 - 6y^2 - 25y + 25 = 0 \quad (1) \\ x = 5 - y^2 \end{cases}$$

Применить схему Горнера для 1-ого уравнения:

16.

$$\begin{cases} |2x| + |y| + |4-2x-y| > 4 \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2x| + |y| + |y+2x-4| > 4 \quad (1) \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 5 \quad (2) \end{cases}$$

Решение (1):

$$\left\{ \begin{array}{l} y \geq 4-2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x+y+2x+y-4 > 4 \\ y \geq 4-2x \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ 2x-y+2x+y > 8 \\ y \geq 4-2x \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ -2x+y+y+2x-4 > 4 \\ y \geq 4-2x \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ -2x-y+y+2x-4 > 4 \\ y < 4-2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x+y-y-2x+4 > 4 \\ y \geq 4-2x \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ 2x-y-y-2x+4 > 4 \\ y < 4-2x \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ -2x+y-y-2x+4 > 4 \\ y < 4-2x \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ -2x-y-y-2x+4 > 4 \\ -4x-2y > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y \geq 4-2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y > 4-2x \\ y \geq 4-2x \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ x > 2 \\ y \geq 4-2x \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ y > 4 \\ y \geq 4-2x \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ -4 > 4 \text{ неверно} \\ y < 4-2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4 > 4 \text{ неверно} \\ y < 4-2x \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ y < 0 \\ y < 4-2x \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \\ y < 4-2x \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ y < -2x \end{array} \right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 5 & -6 & -25 & 25 \\ \hline 1 & 1 & 6 & 0 & -25 & 0 \\ \hline -5 & 1 & 1 & -5 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow (y-1)(y+5)(y^2+y-5) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ y = -5 \\ y^2 + y - 5 = 0 \\ D = 1 + 20 = 21 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ y = -5 \\ y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \\ y = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \end{array} \right.$$

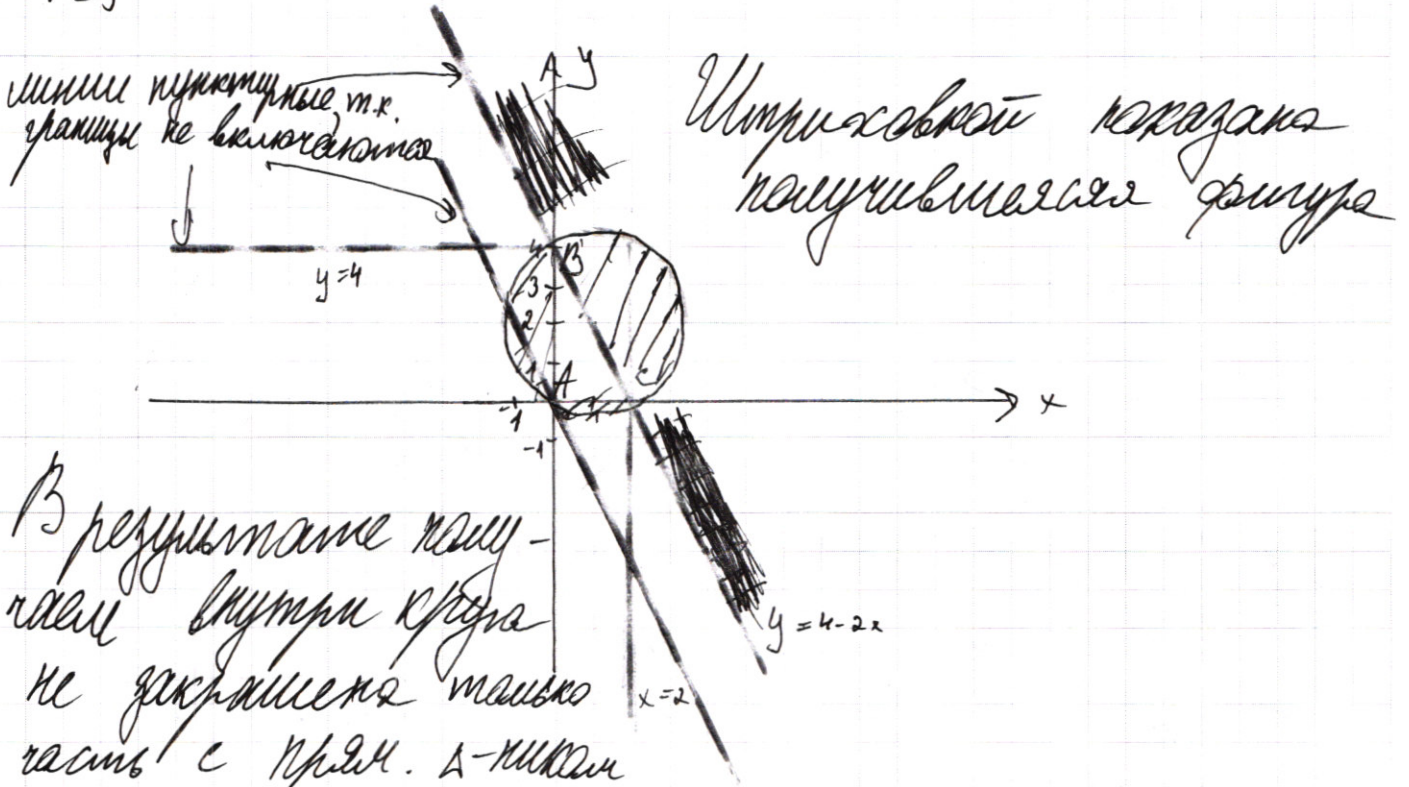
$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \geq 2y \\ \left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 5 - 1 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} y = -5 \\ x = 5 - 25 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \\ x = 5 - \frac{22 - 2\sqrt{21}}{2} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \\ x = 5 - \frac{22 + 2\sqrt{21}}{2} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 2y \quad (2) \\ \left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 4 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} y = -5 \\ x = -20 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \\ x = -6 + \sqrt{21} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \\ x = -6 - \sqrt{21} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$\sqrt{21} \approx 4,6 \Rightarrow$ исходя из неравенства (2) как подго-
дим только пара (4; 1)
Ответ: (4; 1)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ - окр с центром в точке $(1; 2)$ и $r=5$



штрих пунктирные т.к. границы не включаются

Угловой поворотом получившаяся фигура

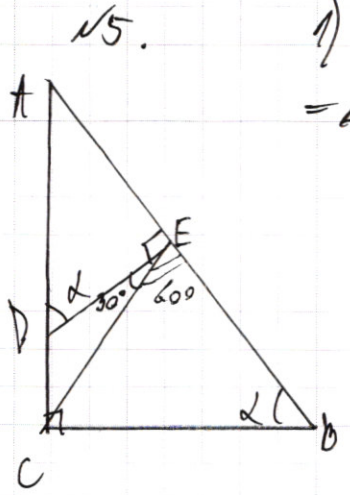
В результате поворота часть внутри круга не закрашена только часть с верш. Δ -миками $ABC \Rightarrow S_{части} = S_{круга} - S_{\Delta ABC}$

$$- S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$$

Ответ: 11,7

Решение:



1) Пусть $\angle ADE = \alpha \Rightarrow \text{т.к. } \angle ADE = \angle CAB = 90^\circ - \angle CBA$ и $\angle CEA = 90^\circ - \angle CBA$
то $\angle ADE = \angle CBA = \alpha$

2) По теореме синусов: (ΔDEC)

$$\frac{DC}{\sin 30^\circ} = \frac{CE}{\sin(180^\circ - \alpha)} \Rightarrow \frac{DC}{\sin 30^\circ} = \frac{CE}{\sin \alpha} \quad (1)$$

3) $\angle CEB = 90^\circ - \angle DEC = 60^\circ$

Дано:
 ΔABC - пр.т.
 $\angle DEC = 30^\circ$
 $DE \perp AB$
 $AC = \sqrt{3}$
 $BC = 2 \sqrt{\frac{3}{3}}$

$$\frac{AD}{AC} = 1; S_{\Delta CED} = ?$$

По теореме синусов: ($\triangle CEB$)

$$\frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{CB}{\sin 60} \quad (2)$$

$$\Rightarrow (1) = (2) \Rightarrow \frac{DC}{\sin 60} = \frac{CB}{\sin 60}$$

$$\Rightarrow DC = \frac{CB \cdot \sin 30}{\sin 60} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} =$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$4) AD = AC - DC = \sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7} = \frac{1}{3}\sqrt{7}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{\frac{1}{3}\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{1}{3}$$

5) $\triangle AED \sim \triangle ABC$: (по 2 углам)

1) $\angle A$ - общий 2) $\angle DEB = \angle ACB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = k, \quad \frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = k^2$$

6) По теореме Пифагора: ($\triangle ABC$)

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{7 + 4 \cdot \frac{4}{3}} =$$
$$= \sqrt{\frac{21 + 28}{3}} = \sqrt{\frac{49}{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}}$$

$$4) S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{7} \cdot 2\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

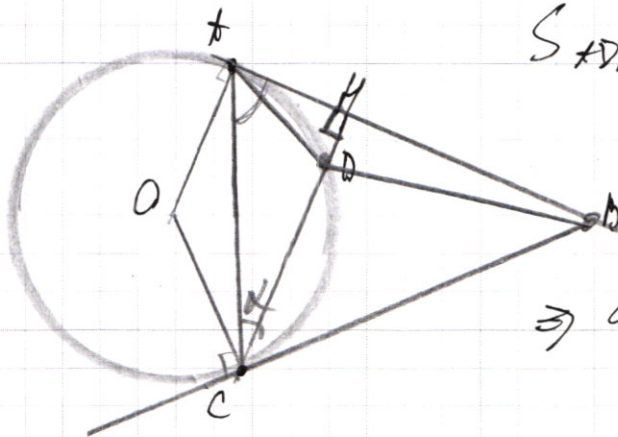
$$\Rightarrow S_{AED} = k^2 \cdot S_{ABC} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 \cdot S_{ABC} = \left(\frac{\frac{1}{3}\sqrt{7}}{\frac{7}{\sqrt{3}}}\right)^2 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} =$$
$$= \frac{4}{9\sqrt{3}}$$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$; $S_{AED} = \frac{4}{9\sqrt{3}}$

~~ААА~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

14.



Решение:

$$S_{\triangle AB} = \frac{1}{2} AB \cdot CD$$

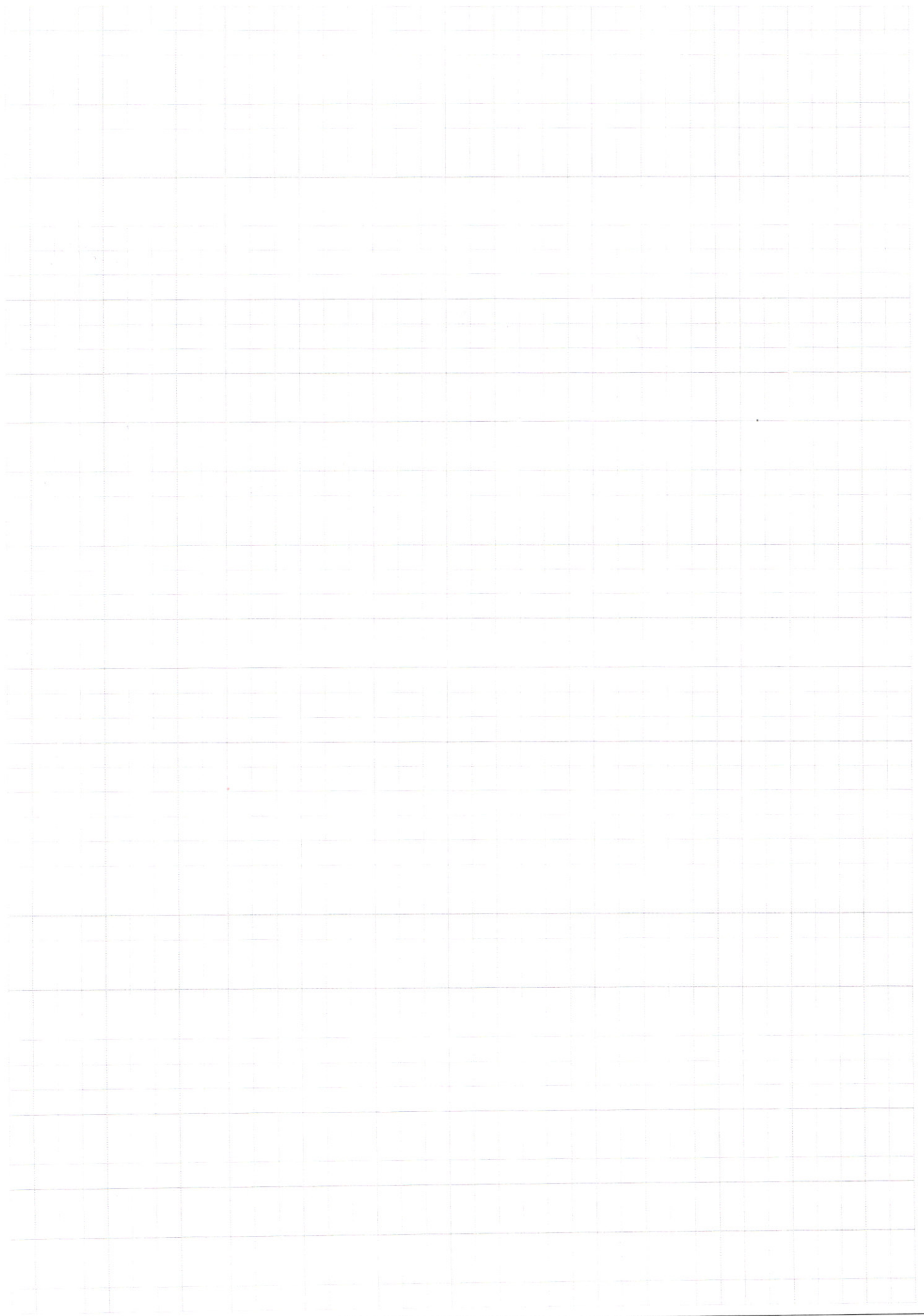
$$\Rightarrow AB = \frac{2 \cdot 6}{DH} = \frac{12}{DH}$$

Известно $\angle ACK = \alpha$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{CH}{AC} \quad (\text{из } \triangle AHC)$$

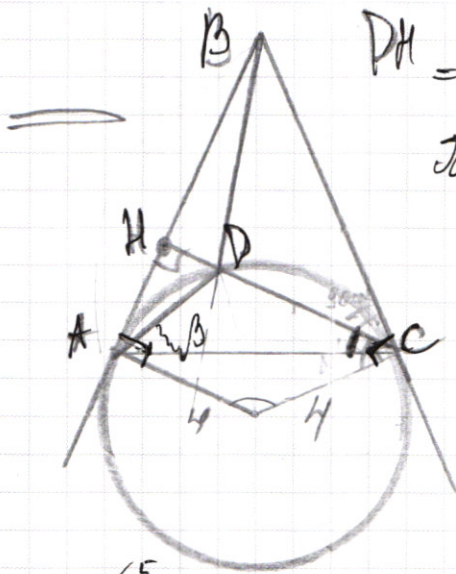
Дано:
 $OC \perp AB$, $R = 4$;
 $CH \perp AD$
 AB и BC — кас.;
 $S_{\triangle ABD} = 6$

$\frac{AB}{CH} = ?$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 4
(Нумеровать только чистовики)



$$PH = \frac{12}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{12}{CH} = \frac{5 \cdot 130}{CH^2}$$

23 см

По теореме синусов: $(\Delta ABC): \frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2R$

$$\Rightarrow \frac{AD}{\sin \angle ACD} = 8$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BH \cdot AB$$

$$\sin \angle ACD = \frac{AH}{AC} = \frac{CH}{HB}$$

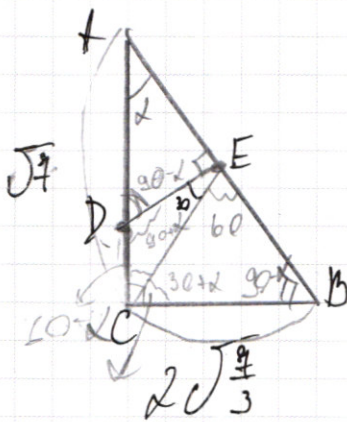
$$\Rightarrow AD$$

$$\frac{DC}{\sin \beta} = 8$$

$$\sin \beta = \cos(90 - \beta) = \frac{AH}{AD}$$

$$\frac{AD}{AC} = ? ; S_{\Delta EID} = ?$$

$$\Rightarrow \frac{DC \cdot AD}{AH} = 8$$



Реш:

$$DC = -$$

По теореме синусов: (ΔCED)

$$\frac{CD}{\sin 60} = \frac{CE}{\sin(90 - \alpha)}$$

$$\frac{2\sqrt{\frac{3}{3}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{CE}{\cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{CE}{\cos \alpha} = 2\sqrt{\frac{3}{3}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3CE}{4\sqrt{3}}$$

$$CE = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cos \alpha$$

По теореме косинусов: ΔACE :

$$CE^2 = AC^2 + AE^2 - 2 \cdot AC \cdot AE \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{16 \cdot 4}{9} \cos^2 \alpha = AC^2 + AE^2 - 2 \cdot AC \cdot AE \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{16 \cdot 4}{9} \cdot \frac{AE^2}{AD^2} = 4 + AE^2 - 2\sqrt{3} \cdot AE \cdot \frac{AE}{AD}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 6 & 0 & -25 \\ \hline 5 & 1 & 11 & 55 \\ \hline -5 & 1 & 1 & -5 \end{array} \begin{array}{l} \textcircled{11} \\ \textcircled{11} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \\ \cdot 45 \\ \cdot 45 \\ \hline + 2 \quad 25 \\ \hline 2025 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \cdot 46 \\ \cdot 46 \\ \hline + 2 \quad 76 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$(y-1)(y+5)(y^2+y-5)=0$$

$$D = 1+20=21 \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 5 - 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -5 \\ x = 5 - 25 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \\ x = 5 - \frac{22 - 2\sqrt{21}}{4} \end{array} \right.$$

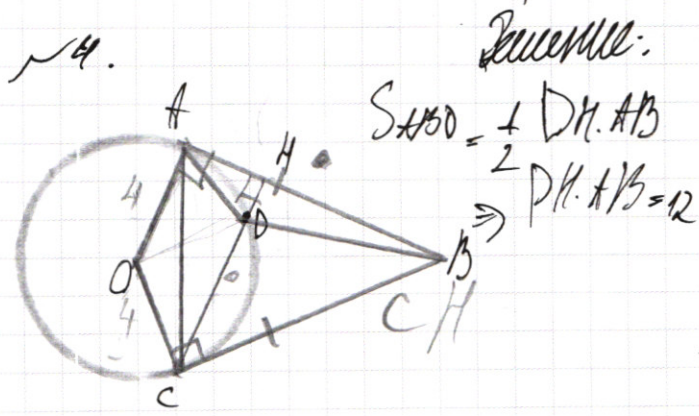
$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \\ x = 5 - \frac{22 + 2\sqrt{21}}{4} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 4 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -5 \\ x = -20 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \\ x = \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1,8 \\ x = -1,4 \end{array} \right. \quad X$$



Дано: $\left\{ \begin{array}{l} y = -2,8 \\ x = -10 \end{array} \right.$

Окружность $(O, r=4)$

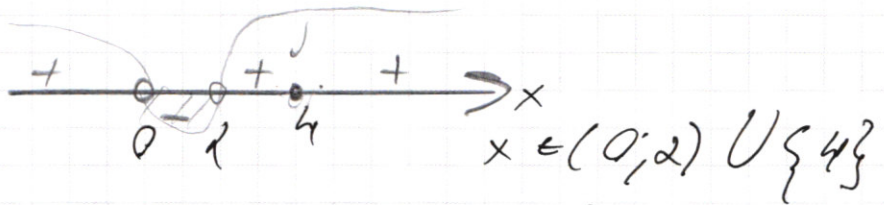
CH - h; Bt и Bc - кас;

$S_{\triangle ABD} = 6$

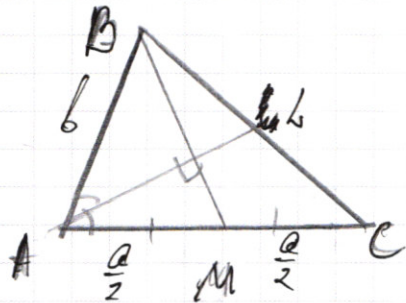
$\frac{AB}{CH} = ?$

$$x(x-2) \neq 0$$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$



12.



по об-ву Г: (ΔABC)

$$\frac{BH}{AC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{h}{2a} = \frac{b}{c}$$

13.

$$\begin{cases} (x-2y)^2 = (xy)^2 \\ x+y^2=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = xy \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 4y^2 = 0 \\ x+y^2=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5xy + 20 - 4x = 0 \\ y^2 = 5-x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + x(-5y-4) + 20 = 0 \\ y^2 = 5-x \end{cases} \quad D = 25y^2 + 40y + 16 - 80 =$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-2y = \sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} x-2y = -\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = xy \\ x = 5 - y^2 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} (5-y^2)^2 - 4(5-y^2)y + 4y^2 = (5-y^2)y \\ x = 5 - y^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 25 - \frac{10y^2}{y} + \frac{y^4}{y} - 20y + \frac{4y^3}{y} + \frac{4y^2}{y} = 5y - y^3$$

$$y^4 + 5y^3 - 6y^2 - 25y + 25 = 0$$

1	5	-6	-25	25		
1	1	6	0	-25	0	(11)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\frac{x^2 - 6x + 10 - 2|x-3|}{2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2|} < 0$$

$$1) \quad x^2 - 6x + 10 - 2|x-3| = x^2 - 6x + 9 - 2|x-3| + 1 = (x-3)^2 - 2|x-3| + 1 = (|x-3| - 1)^2$$

$$2) \quad 2x^2 - 4x + |x| \cdot |x-2| = 2x(x-2) + |x| \cdot |x-2|$$

$x-2$ $\begin{array}{c} - & + \\ \hline 0 & 2 \end{array}$ $\rightarrow x$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2) + 4(x-2)} < 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2) - x(x-2)} < 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2) + x(x-2)} < 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x < 0 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{3x(x-2)} < 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{x(x-2)} < 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ \frac{(|x-3|-1)^2}{3x(x-2)} < 0 \end{array} \right.$$

Везде одинаковые нули:
 $(|x-3|-1)^2 = 0$

$$|x-3| = 1$$

$$\begin{cases} x-3 = 1 \\ x-3 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=2 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.

$$\begin{cases} 2|x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4 \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |2x + y - 4| + |y| + |2x| > 4 \quad (1) \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 5 \end{cases}$$

Для (1):

$$\begin{cases} y \geq 4 - 2x \\ x > 0 \\ y > 0 \\ 2x + y - 4 + y + 2x > 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 4 - 2x \\ x > 0 \end{cases}$$

5.

$\frac{AD}{AC} = ? \Rightarrow AD = ?$ и $S_{AED} = ?$

Проп. сик: $\triangle DEC$:

$$\frac{DC}{\sin 30} = \frac{CE}{\sin \alpha} \quad (1)$$

то же проп. сик: $\triangle CEB$

$$\frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{CB}{\sin 60} \quad (2)$$

\Rightarrow ~~CB~~ \cdot умножим 1 и 2:

$$\frac{CB}{\sin 60} = \frac{DC}{\sin 30} \Rightarrow DC = \frac{CB \cdot \sin 30}{\sin 60} =$$

$$= \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AD = \frac{1}{3}\sqrt{3} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$S_{\triangle DAB} = 6; \quad R = 4$$

Реш:

$$S_{\triangle DAB} = DH \cdot AB$$

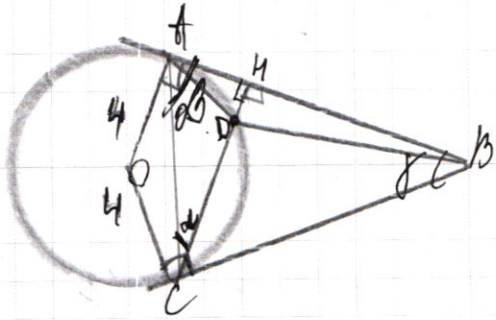
$$\frac{AD}{\sin \alpha} = \alpha R \Rightarrow \sin \alpha = \frac{AD}{2R}$$

$$\sin \alpha = \frac{DH}{AC}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin \alpha \quad \text{или} \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin \beta$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \gamma$$

§

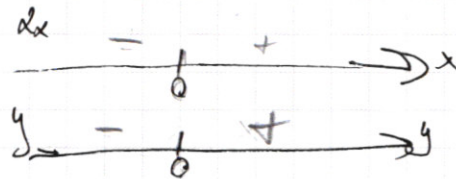


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№.

$$\begin{cases} |2x| + |y| + |4-2x-y| > 4 \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} |2x| + |y| + |y+2x-4| > 4 \\ x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \leq 5 \end{cases}$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 5$$



$$\begin{cases} y + 2x \geq 4 \\ x \geq 0 \\ 2x + y \geq 8 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 5 \end{cases} \quad \textcircled{1}$$

$$\begin{cases} y \geq 4 - 2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y > 4 - 2x \end{cases} \quad \textcircled{2}$$

$$\begin{cases} y \geq 4 - 2x \\ x \geq 0 \\ y < 0 \\ x > 2 \end{cases} \quad \textcircled{3}$$

$$\begin{cases} y + 2x \geq 4 \\ x \geq 0 \\ 2x + y < 8 \\ 2x + y + 2x + y > 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 4 - 2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \geq 4 \end{cases}$$

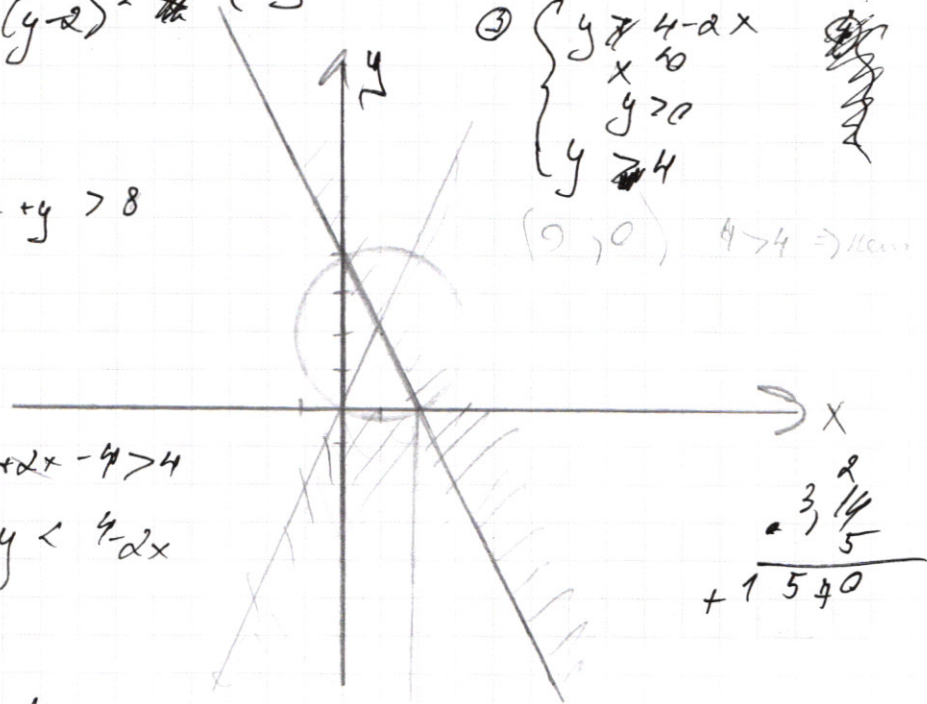
(0, 0) 4 > 4 ⇒ неверно

$$\begin{cases} y + 2x \geq 4 \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y + y + 2x - 4 > 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 4 - 2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4 \geq 4 \Rightarrow \text{неверно} \end{cases}$$

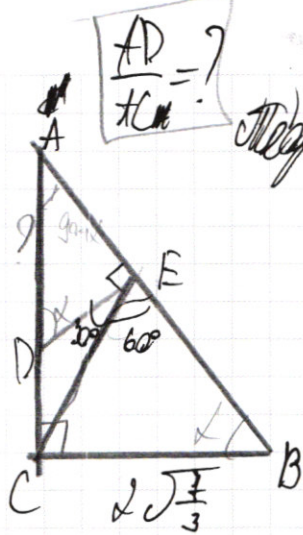
$$\begin{cases} y < 4 - 2x \\ x \geq 0 \\ y < 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 4 - 2x \\ x \leq 0 \\ y < 0 \\ -2x - y - y - 2x + 4 > 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < 4 - 2x \\ x \leq 0 \\ y < 0 \\ y < 2x \end{cases}$$



2
3, 14
5
+ 1540

15.

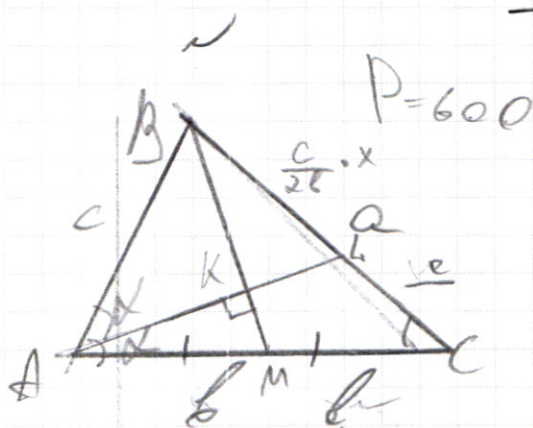


$S_{AED} = ?$
 Итог. $KOC: \triangle CEB$
 Итог. $CKM: \triangle CEB$
 $\frac{CB}{\sin 60} = \frac{CE}{\sin B} = \frac{EB}{\sin ECB}$

Итог. $CKM: \triangle DAE$
 $AD = \frac{DE}{\sin t} = \frac{AE}{\sin D}$

$$\frac{CE}{\sin B} = \frac{2 \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{CE}{\frac{AE}{AD}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$



$$\frac{BL}{LC} = \frac{c}{2b}$$

$$x + x \cdot \frac{c}{2b} = a$$

$$x \left(\frac{c}{2b} + 1 \right) = a$$

$$x = \frac{a}{\frac{c}{2b} + 1}$$

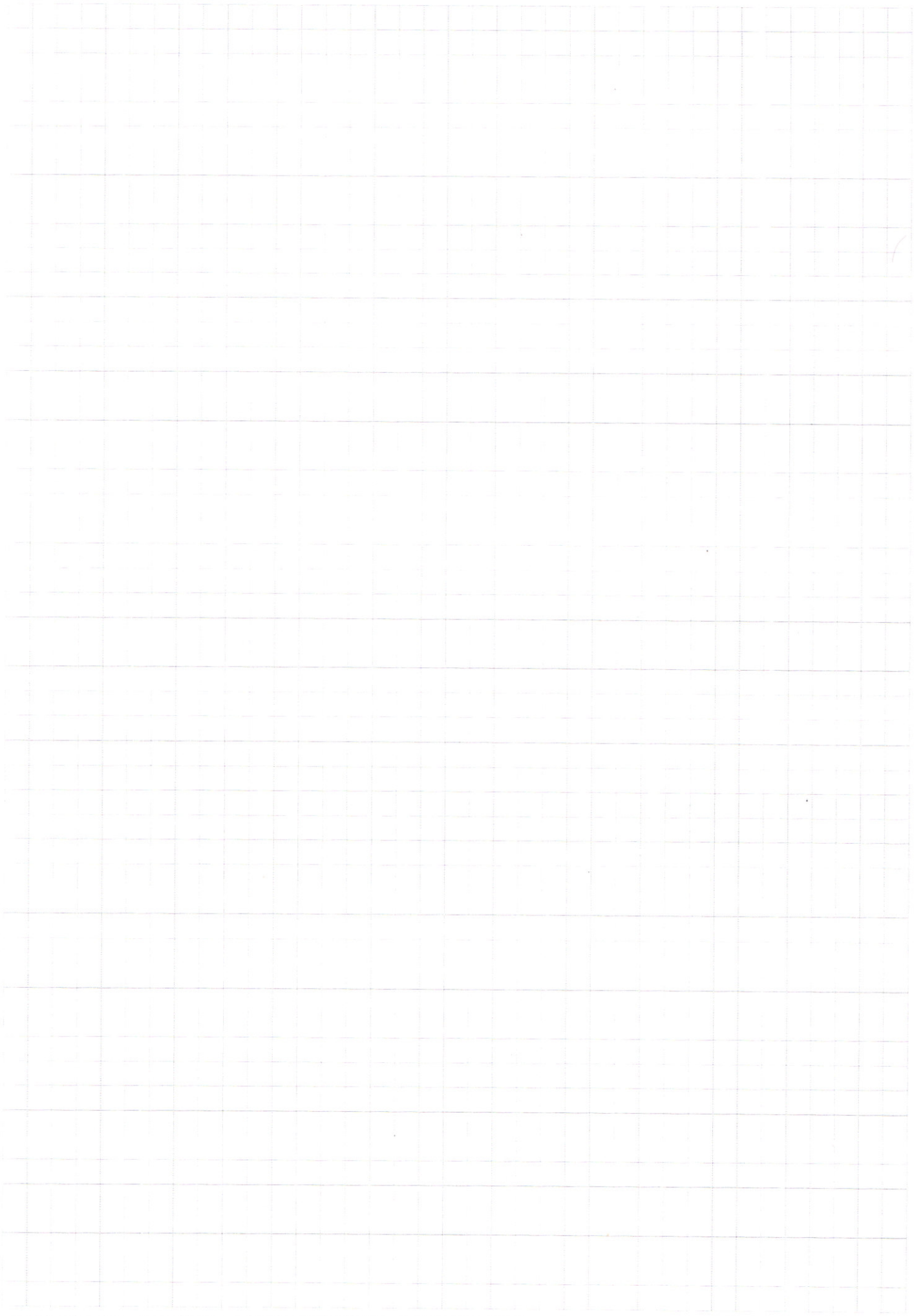
$$\frac{CL}{LB} \cdot \frac{BK}{KM} \cdot \frac{MC}{AC} = 1$$

$$\frac{2b}{c} \cdot \frac{BK}{KM} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{BK}{KM} = \frac{c}{b}$$

$$a + 2b + c = 600$$

17. $S(abc) = S(a) + S(b)$
 $S(x) = p$, где p - площадь
 $f(x, y) = 18 \cdot f\left(\frac{x}{y}\right) + 10$
 $f(abc) = f(a) + f(b)$
 $f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(\frac{xy}{y}\right)$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)