# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром $O$ касается прямых $AB$ и $BC$ в точках $A$ и $C$ соответственно. Высота $CH$ треугольника $ABC$ пересекает эту окружность в точках $C$ и $D$. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника $ABD$ равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике $ABC$ на катете $AC$ и гипотенузе $AB$ отмечены точки $D$ и $E$ соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника $AED$, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED = 45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y| > 6, \\ x^2-2x-3y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа $p$. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 19$, $3 \leqslant y \leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

область допустимых значений:

$xy \geq 0$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-2x)^2=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2-5xy+4x^2=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$$y=\frac{9-x^2}{2}$$

$$\left(\frac{9-x^2}{2}\right)^2-5x\left(\frac{9-x^2}{2}\right)+4x^2=0$$

$$\frac{81-18x^2+\cancel{x^6}\,x^4}{4}-{}^{2/}\frac{45x-5x^3}{2}+{}^{4/}4x^2=0$$

$$\frac{81-18x^2+x^4-90x+10x^3+16x^2}{4}=0$$

$$81-2x^2-90x+10x^3+x^4=0$$

$$x^4+10x^3-2x^2-90x+81=0$$

$$x^4+9x^3+x^3+9x^2-9x^2-2x^2-99x+9x+81=0$$

$$x^4+9x^3+x^3+9x^2-11x^2-99x+9x+81=0$$

$$x^3(x+9)+x^2(x+9)-11x(x+9)+9(x+9)=0$$

$$(x+9)(x^3+x^2-11x+9)=0$$

$(x+9)(x^3-x^2+\underbrace{x^2+x^2}_{2x^2}-2x-9x+9)=0$

$(x+9)(x^2(x-1)+2x(x-1)-9(x-1))=0$

$(x+9)(x-1)(x^2+2x-9)=0$

$\left[\begin{array}{l} x+9=0 \\ x-1=0 \\ x^2+2x-9=0 \end{array}\right.$

$x^2+2x-9=0$

$D=4+4\cdot 9=40=(2\sqrt{10})^2$

$x_1=\frac{-2-2\sqrt{10}}{2}=\frac{2(-1-\sqrt{10})}{2}=-1-\sqrt{10}$

$x_2=\frac{-2+2\sqrt{10}}{2}=\frac{2(-1+\sqrt{10})}{2}=-1+\sqrt{10}$

$\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{-2-2\sqrt{10}}{2} \\ x_2=\frac{-2+2\sqrt{10}}{2} \\ x_3=-9 \\ x_4=1 \end{array}\right.$

$y=\frac{9-x^2}{2}$

$y_1=\frac{9-(-1-\sqrt{10})^2}{2}=\frac{9-(1+2\sqrt{10}+10)}{2}=$

$=\frac{9-1-2\sqrt{10}-10}{2}=\frac{-2-2\sqrt{10}}{2}=-1-\sqrt{10}$

$y_2=\frac{9-(-1+\sqrt{10})^2}{2}=\frac{9-(1-2\sqrt{10}+10)}{2}=$

$=\frac{9-1+2\sqrt{10}+10}{2}=\frac{-2+2\sqrt{10}}{2}=-1+\sqrt{10}$

$y_3=\frac{9-(-9)^2}{2}=\frac{9-81}{2}=\frac{72}{2}=36$

$y_4=\frac{9-1}{2}=\frac{8}{2}=4$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1=-1-\sqrt{10} \\ y_1=-1-\sqrt{10} \end{cases} \\ \begin{cases} x_2=-1+\sqrt{10} \\ y_2=-1+\sqrt{10} \end{cases} \\ \begin{cases} x_3=-9 \\ y_3=36 \end{cases} \\ \begin{cases} x_4=1 \\ y_4=4 \end{cases} \end{array}\right.$

Проверим корни:

1) $-1-\sqrt{10}-2(-1-\sqrt{10})=\sqrt{(-1-\sqrt{10})(-1-\sqrt{10})}$

$-1-\sqrt{10}+2+2\sqrt{10}=-1-\sqrt{10}$

$1+\sqrt{10}=-1-\sqrt{10}$

противоречие =>

=> корни $x_1$ и $y_1$ не подходят

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $-1+\sqrt{10}-2(-1+\sqrt{10})=\sqrt{(-1+\sqrt{10})(-1+\sqrt{10})}$

$-1+\sqrt{10}+2-2\sqrt{10}=\sqrt{(-1+\sqrt{10})^2}$

$1-\sqrt{10}=-1+\sqrt{10}$

противоречие => корни $y_2 x_2$ не подходят

3) $x_3 y_3 \geq 0$

$-9\cdot 36 \leq 0$

противоречие => ~~всех~~ корни $x_3 y_3$ не подходят

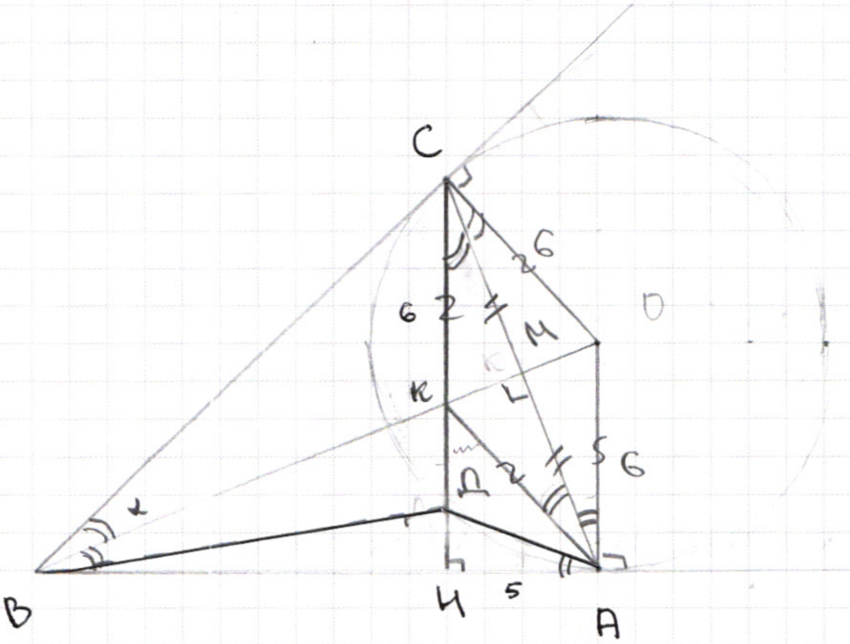
4) $\begin{cases} 4-2\cdot 1=\sqrt{4\cdot 1} \\ 2\cdot 4+1^2=9 \end{cases}$

$\begin{cases} 2=2 \\ 9=9 \end{cases}$

Значит корни $x_4$ $y_4$ подходят

Ответ: (1, 4)

54




Дано:
окружность с центром в т O
окр касается AB и BC в т A и C
CH – высота △ABC
CH пересекает окр в т C и Д
$S_{\triangle ABД} = 15$
$R = 6$
Найти: AB:CH

Решение:

Рассмотрим △BOC и △BOA они равны по катету и гипотенузе (тк ∠BCO = ∠BAO = 90° тк окружность касается BC и BA в т A и C, OC = OA = R, BO – общая)
Соответствующие элементы треугольников равны =>
=> BC = BA ∠CBO = ∠OBA

△ABC – равнобедренный тк BC = BA => BM – биссектриса, медиана и высота

Пусть ∠CBO = ∠OBA = α, тогда ∠BOC = ∠BOA = 90 − α =>
=> ∠OCM = ∠OAM = α (тк △AOC равнобедр (тк OC = OA = R))

~~Рассмотрим △KCO. В нем~~
CH ∥ OA (тк это перпендикуляры к одной прямой)
Р-м △CKA в нем KM медиана и высота => △CKA равнобедренный => ∠KCA = ∠KAC
∠KCO = ∠KAO (тк ∠OCM = ∠OAM, ∠KCM = ∠KAM)

∠HKA = ∠KAO как накрест лежащие углы при CH ∥ OA и секущей KA.

∠HKA = ∠KAO = ∠KCO => KA ∥ CO => KCOA параллелограмм. Тк CO = OA => KCOA – ромб => CO = OA = AK = KC = R
=> ∠OCM = ∠MCK = ∠KAM = ∠MAO

∠HAД = ◡AД = ∠HCA

$S_{\triangle BДA} = \frac{1}{2} ДH \cdot AB$

$15 = \frac{1}{2} ДH \cdot AB$

$ДH \cdot AB = 30$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\triangle АДН \sim \triangle ВОА$ (по трем равным углам)

$$\frac{ДН}{ОА} = \frac{АН}{АВ}$$

$$АН = \frac{ДН \cdot АВ}{ОА}$$

$$АН = \frac{30}{6} = 5$$

По теореме Пифагора для $\triangle НКА$

$$НК^2 + НА^2 = КА^2$$

$$НК^2 = КА^2 - НА^2$$

$$НК^2 = 36 - 25$$

$$НК^2 = 11$$

$$НК = \pm\sqrt{11}$$

$$НК = \sqrt{11}$$

$\triangle АДН \sim \triangle ВКН$ (по 3-м равным углам)

$$\frac{ДН}{КН} = \frac{НА}{ВН} \qquad ВН = (АВ - НА)$$

$$\cancel{ВН = \frac{КН \cdot НА}{ДН}}$$

$$\cancel{ВН = \sqrt{11} \cdot 5}$$

$30 - 5ДН = 5\sqrt{11}$

$$ДН \cdot ВН = КН \cdot НА$$

$$ДН(АВ - НА) = КН \cdot НА$$

$$ДН \cdot АВ - ДН \cdot НА = КН \cdot НА$$

$$ДН \cdot \cancel{НА} = \frac{\cancel{Д}Н \cdot АВ - КН \cdot НА}{НА}$$

$$ДН = \frac{30 - 5\sqrt{11}}{5} = 6 - \sqrt{11}$$

$$ВН = \frac{КН \cdot НА}{ДН} = \frac{5\sqrt{11}}{6 - \sqrt{11}}$$

$AB = BH + AH = \frac{5\sqrt{11}}{6-\sqrt{11}} + 5 = \frac{5\sqrt{11}+5(6-\sqrt{11})}{6-\sqrt{11}} =$

$= \frac{5\sqrt{11}+30-5\sqrt{11}}{6-\sqrt{11}} = \frac{30}{6-\sqrt{11}}$

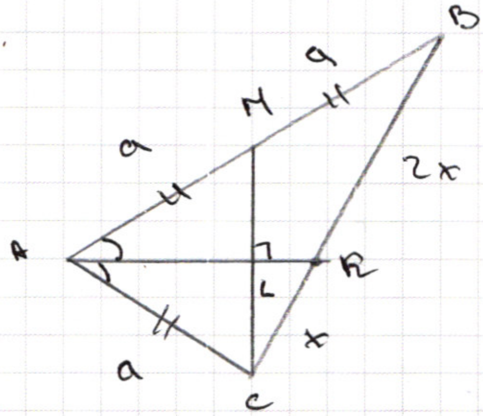
$CH = CK + KH = 6+\sqrt{11}$

$\cancel{\frac{AB}{CH}} =$

$AB : CH = \frac{30}{6-\sqrt{11}} \cdot \frac{1}{6+\sqrt{11}} = \frac{30}{(36-11)} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5} = 6:5$

Ответ: 6 : 5

№3




Дано:
$\triangle ABC$
AK – биссектриса
CM – медиана
$AK \perp CM$

Найти кол-во таких треугольников с $P=300$

Решение:

Р-м $\triangle AMC$ ~~и $\triangle ALC$ они равны~~ в нем AL биссектрисса и высота => $\triangle AML$ – равнобедренный => $AM=AC$.

По свойству биссектрисы

$\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{CK} = \frac{2}{1}$

Пусть $AC = a$ => $AC=AM=MB=a$ $AB=2a$
тогда $KC = x$ => $BK=2x$ => $BC=3x$

Тогда $3a+3x=300$ => $a+x=100$

По неравенству треугольника

$3a > 3x$ => $a > x$
$3x+a > 2a$ => $3x > a$
$2a+3x > a$

Тогда если $a+x=100$ и $a>x$ => $a \geq 51$ тк $a \neq x$
тк $3x > a$ => $a \leq 74$ (тк $x=26$, $3x=78$)

Значит $51 \leq a \leq 74$ => Таких треугольников всего $74-51+1=24$ Ответ: 24.

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

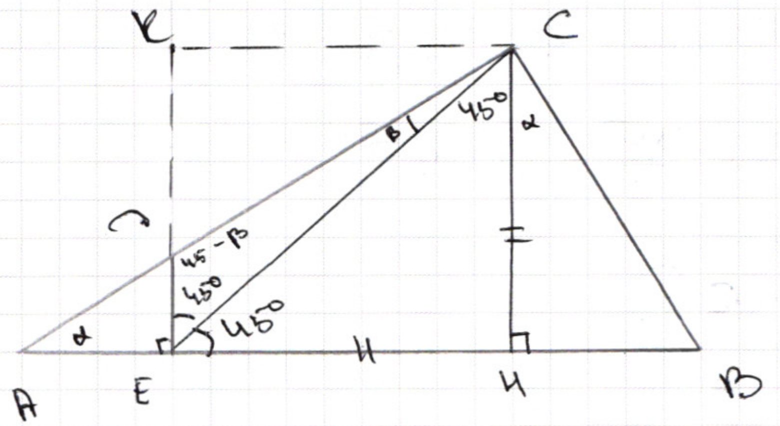
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

S5




Дано:
$\triangle ABC$ $\angle C = 90°$
т. $D \in AC$ т. $E \in AB$
$DE \perp AB$

$AC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$ $\angle CED = 45°$

$BC = \sqrt{29}$

Найти: $AD : AC$
$S_{\triangle AED}$

Решение:

$\angle CEB = 90° - \angle DEC = 90° - 45° = 45°$

Проведем высоту $CH$

$\triangle ECH$ – равнобедренный т.к. $\angle EHC = 90°$ и $\angle CEH = 45°$ $\Rightarrow$
$\Rightarrow CH = HE$

Пусть $\angle CAB = \alpha \Rightarrow \angle CBA = 90° - \alpha \Rightarrow \angle BCH = \alpha$

Пусть $\angle DCE = \beta \Rightarrow \angle CBH = 45 + \beta$

~~Продлим ED и~~ Достроим $EHC$ до квадрата $EHCK$. Тогда $\triangle DKC = \triangle CHB$ т.к. $KC = EH = CH$
$\angle DKC = \angle CHB = 90°$ $\angle KDC = 45 + \beta = \angle CBH$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB$ $S_{\triangle ABC} = CB \cdot CA \cdot \frac{1}{2}$

По теореме Пифагора для $\triangle ABC$
$AB^2 = CB^2 + CA^2$

$AB^2 = 29 + \frac{25 \cdot 29}{4} = \frac{4 \cdot 29 + 25 \cdot 29}{4} = \frac{29 \cdot 29}{4}$

$AB = \frac{29}{2}$

$\frac{1}{2} CH \cdot AB = \frac{1}{2} CB \cdot CA$

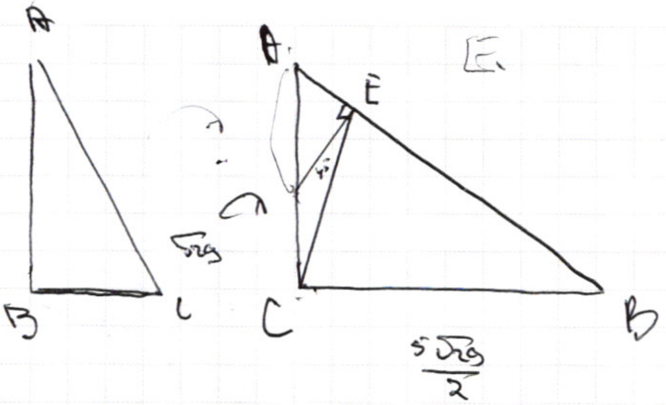
$CH = \frac{CB \cdot CA}{AB} = \frac{5 \cdot \sqrt{29}}{2} \cdot \sqrt{29} \cdot \frac{2}{29} = \frac{5 \cdot 29}{2} \cdot \frac{2}{29} = 5$

$S_{\triangle AДE} = S_{\triangle ABC} - S_{EKCH} = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot CA - CH^2 =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{5 \cdot 29}{2} - 25 = \frac{5 \cdot 29}{4} - 25 = \frac{5 \cdot 29 - 5 \cdot 5 \cdot 4}{4} =$

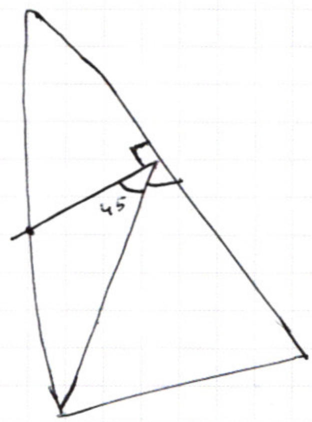
$= \frac{5(29-20)}{4} = \frac{5 \cdot 9}{4} = \frac{45}{4} = 11{,}425$

Ответ: $S_{AДE} = 11{,}25$.



E.

$\frac{A\Delta}{AC}$ $S_{\Delta AED}$



$x\cdot\left(\frac{29}{2}-(10-x)\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{45}{4}$ $-10+x$

$x\left(\frac{29-20+2x}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{45}{4}$

$x\left(\frac{9+2x}{2}\right)=\frac{45}{2}$

$\frac{9x+2x^2}{2}-\frac{45}{2}=0$

$\frac{5\cdot 29}{4}-25=$

$S_{\Delta ADE}=\frac{5\cdot 29-5\cdot5\cdot4}{4}=$

$=\frac{5(29-20)}{4}=$ $a^2+a^2=2a^2$

$a\sqrt{2}$

$\sqrt{29}\cdot\frac{5\sqrt{29}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5\cdot29}{4}$

$=\frac{5\cdot9}{4}=\frac{45}{4}$ $\sin 45=\frac{a}{a\sqrt2}=\frac{1}{\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{2}$

$25+25-2\cdot5x+x^2=$

$2x^2+9x-45=0$ $180-45-\alpha=90+45-\alpha$

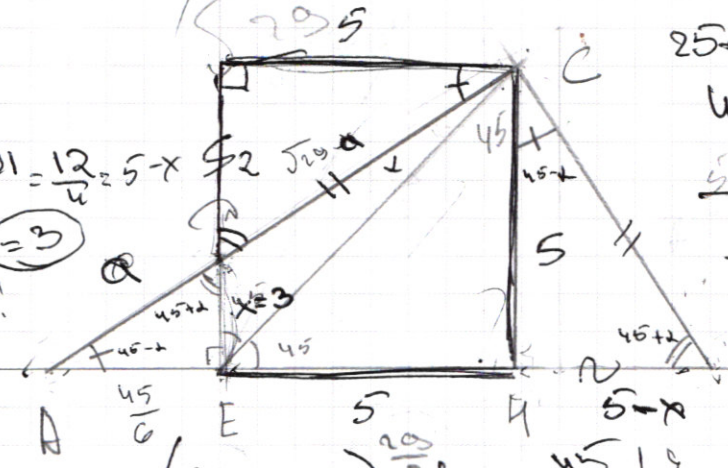
$D=81+8\cdot45=9\cdot9+8\cdot9\cdot5=9(9+40)=9\cdot49=(3\cdot7)^2=$ $=21$

$=\sqrt{50-10x+x^2}$ $\frac{\sqrt2}{2}$ 25

$\sqrt{29}\cdot\frac{5\sqrt{29}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{29}{2}\cdot CH\cdot\frac{1}{2}$

45

$\frac{5\cdot29}{2}=\frac{29}{2}$ $25+4=29$



$CH=5$ $x_1=\frac{-9+21}{4}=\frac{12}{4}=5-x$ $=3$

$x_2=\frac{-9-21}{4}=\frac{-30}{4}\leq0!!!$

$\frac{29}{4}$

45 | 4
11,25

$\sqrt{29}\cdot\frac{5\sqrt{29}}{2}\cdot\frac{1}{2}=A$ $x\cdot\left(\frac{29}{2}-10-x\right)\cdot\frac{29}{21}$

$\frac{29}{2}\cdot CH$

$=\frac{5\cdot29}{4}$ $29+\frac{125\cdot29}{4}=\frac{4\cdot29+25\cdot29}{4}$ $\frac{4\cdot29\cdot29}{100}$ $=\left(\frac{29}{2}\right)^2$

$\frac{45}{4}=3\cdot\frac{1}{2}\cdot a$ $\frac{1}{2}\cdot\frac{29}{2}\cdot\frac{29}{2}$ $\frac{x}{5-x}=\frac{a}{\sqrt{29}-a}$ $\sqrt{29}x-ax=5a-ax$

$\sqrt{29}x=5a$

$\frac{45}{2}=3a$ $a=\frac{45}{6}$

■ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

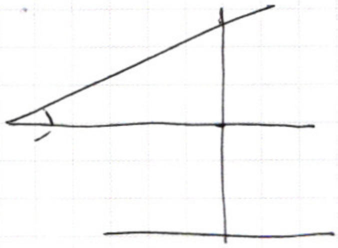
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

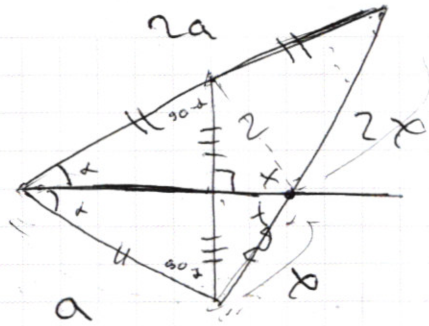
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



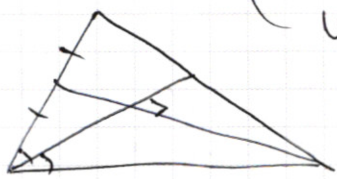


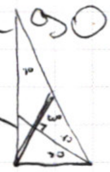

$(2a)^2 = a^2 + x^2$ $\quad 180 - 2\alpha - (90 - \alpha) =$

$4a^2 = a^2 + x^2$ $\quad = 180 - 2\alpha - 90 + \alpha =$

$3a^2 = x^2$ $\quad = 90 - \alpha$

$x = a\sqrt{3}$





50 − 0

51 − 1

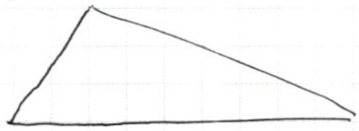
74 $\boxed{24}$

$a + 2a + a\sqrt{3}$

$3a + a\sqrt{3} = 300$

$a(3 + \sqrt{3}) = 300$

$a = \frac{300}{3+\sqrt{3}}$



$3a + 3x = 300$

$a + x = 100$

1 99 $\quad$ 50 50

a $\quad$ $x = 1 - 49$

99 − 50 −

102

$3a > 3x$ $\quad a > x$

90 $\quad$ 10

$a + 3x > 2a$ $\quad 3x$

80 $\quad$ 20 · 3 = 60

$2a + 3x > a$

70 $\quad$ 30 $\quad$ 74 − 51 $\quad$ 49.3

$\frac{51}{23}$

63

79 $\quad$ 21 $\quad$ 90

$3x > a$

66

78 $\quad$ 22 $\quad$ $\boxed{74 : 26}$

$a > x$

$3x > a$

$3x > -a$

$\frac{26}{3}$

78

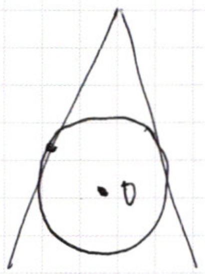
18 69

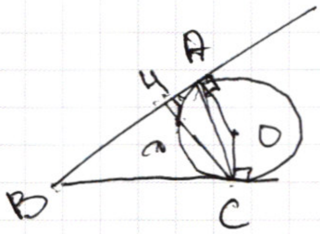
77 $\quad$ 23

75 $\quad$ 25 $\quad$ 50 $\quad$ 75

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)





$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{6-\sqrt{11}} \cdot \frac{1}{6+\sqrt{11}} = \frac{30}{36-11} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$

$\frac{25}{36} + \frac{11}{36}$

$AB : CH$

$S_{\triangle ABO} = 15$

$36 = 25 + y^2$

$y = 11$

$AB \cdot HO = 15$

$AB \cdot OA = x$

$AB = \frac{15}{HO}$

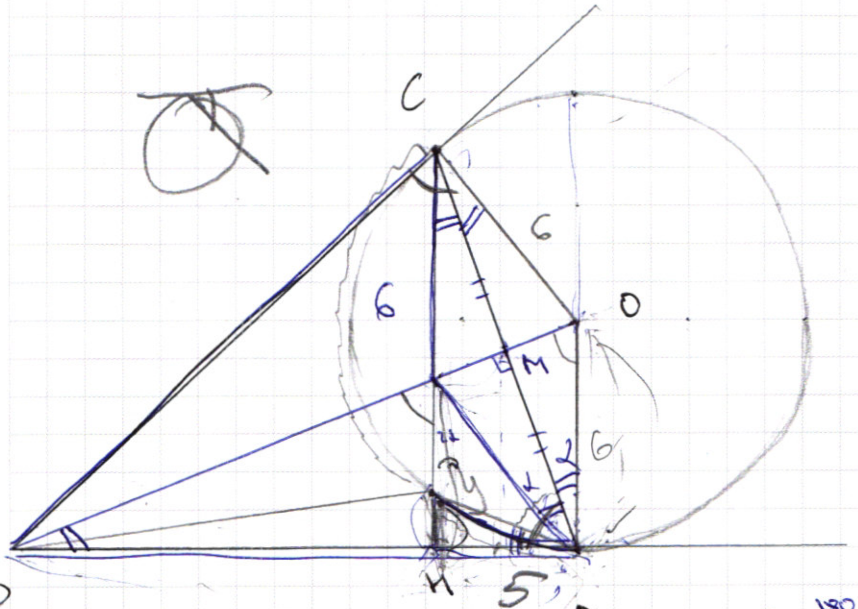
$AB = \frac{x}{OA}$

$\frac{15}{HO} = \frac{x}{OA}$

$\frac{15}{HO} = \frac{x}{6}$

$AB = \frac{30}{HO}$

$\frac{3+1}{3}$ $3\frac{1}{3}$



$OH \cdot HO = 30$

$180 - 180$

$180 =$
$90 - 2\angle$

$\triangle ABM \sim \triangle$

$\frac{OH}{OA} = \frac{HA}{BA}$

$\frac{1}{2} OH \cdot AB = 15$

$OH \cdot AB = 30$

$\frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{BH}{BH+5}$ $\frac{OH}{OA} = \frac{AH}{BA}$ $\frac{6}{y} = \frac{a+5}{a}$

$\sqrt{11}(BH+5) = 6BH$ $\frac{OH}{} = \frac{AH}{AH+HB}$ $y = \frac{6a}{a+5}$

$\sqrt{11}BH + 5\sqrt{11} = 6BH$

$5\sqrt{11} = 6BH - \sqrt{11}BH$ $AH = OH \cdot (AB)$

$5\sqrt{11} = (6-\sqrt{11})BH$ $AH = 30$ $CH = 6+\sqrt{11}$

$BH = \frac{5\sqrt{11}}{6-\sqrt{11}}$ $AH = 5$

$AB = \frac{x}{OA}$

15

$\frac{30}{HO} = \frac{x}{OA}$

$x \cdot HO = 30 \cdot 6$

$6 \cdot AB$

$HO \cdot AB = 30$

$AB = \frac{5\sqrt{11} + 5(6-\sqrt{11})}{6-\sqrt{11}} = \frac{5\sqrt{11} + 30 - 5\sqrt{11}}{6-\sqrt{11}} = \frac{30}{6-\sqrt{11}}$

$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{6-\sqrt{11}} \cdot \frac{1}{6+\sqrt{11}} =$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x_1 = -1+\sqrt{10}$ $\quad x_2 = -1-\sqrt{10}$ $\quad x_3 = 1$ ✓

$y_1 = -1+\sqrt{10}$ $\quad y_2 = -1-\sqrt{10}$ $\quad y = 4$

$-1+\sqrt{10} - 2(-1+\sqrt{10}) = \sqrt{(-1+\sqrt{10})^2}$

$-1+\sqrt{10}+2-\sqrt{10} = -1+\sqrt{10}$

$1-\sqrt{10} = -1+\sqrt{10}$ !!!

~~-1+~~ $-1-$

$-1-\sqrt{10} - 2(-1-\sqrt{10}) = -1-\sqrt{10}$

$-1-\sqrt{10}+2+2\sqrt{10} = -1-\sqrt{10}$

$1+\sqrt{10} = -1-\sqrt{10}$ !!!

$4-2\cdot 1 = \sqrt{1\cdot 4}$ ✓

$2=2$

$2\cdot 4 + 1^2 = 9$ ✓

$8+1=9$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$x^4+9x^3+x^3+9x^2-11x^2-99x+9x+81=0$

$x^3(x+9)+x^2(x+9)-11x(x+9)+9(x+9)=0$

$(x+9)(x^3+x^2-11x+9)=0$

$(x+9)(x^3-x^2+x^2+x^2-2x-9x+9)=0$

$x^3+8x^2-8x^2+x^2$

$x^3+x^2-2x^2-9x+9$

$(x+9)(x^3-x^2+2x^2-2x-9x+9)=0$

$-9(x-1)$

$(x+9)(x^2(x-1)+2x(x-1)-9(x-1))=0$

$x^3-x^2+2x^2-2x$

$x^3-x^2+x^2+x^2-2x-9x+9=$

$x^3-x^2+2x^2-2x-9x+9$

$x^2(x-1)+2x(x-1)-9(x-1)=0$

$(x+9)(x-1)(x^2+2x-9)=0$

$x=-9 \quad x=1$

$x^2+2x-9=0$

$D=4+4\cdot9=4+36=40=(2\sqrt{10})^2$

$-81$, $9$, $72$

$72 \,|\, 2$, $36$, $-6$, $12$, $-12$

$x_1=\frac{-2+2\sqrt{10}}{2}=-2\frac{(1-\sqrt{10})}{2}=-1+\sqrt{10}$

$x_2=-1-\sqrt{10}$

$y=\frac{9-x^2}{2}$

$2\cdot-1\cdot-\sqrt{10}=2\cdot\sqrt{10}$

1) $x_1=-1+\sqrt{10}$

$y=\frac{9-(-1+\sqrt{10})^2}{2}=$

$=\frac{(10-2\cdot\sqrt{10}+1)+9}{2}=$

$=\frac{9-10+2\sqrt{10}-1}{2}=$

$=\frac{-2+2\sqrt{10}}{2}=-1+\sqrt{10}$

2) $x_2=-1-\sqrt{10}$

$y_2=\frac{9-(-1-\sqrt{10})^2}{2}=$

$=\frac{9-(1+2\sqrt{10}+10)}{2}=$

$=\frac{9-1-2\sqrt{10}-10}{2}=$

$=\frac{-2-2\sqrt{10}}{2}=-1-\sqrt{10}$

$x=-9$

3) $y=\frac{9-(9)^2}{2}=$ X

$=\frac{9-81}{2}=\frac{72}{2}=36$

$\sqrt{x}-9\cdot36<0$

4) $x=1$

$y=\frac{9-1}{2}=\frac{8}{2}=4$

36

72

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$ $xy\geq 0$

$x^3$

$\begin{cases} (y-2x)^2=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2-5xy+4x^2=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$

$\cancel{x^2=9-2y}$ $y=\frac{9-x^2}{2}$

$\left(\frac{9-x^2}{2}\right)^2-5x\left(\frac{9-x^2}{2}\right)+4x^2=0$

$\frac{(3-x)^2(3+x)^2}{4}-\frac{5x(3-x)(3+x)}{2}+4x^2$

$\frac{81-2\cdot 9\cdot x^2+x^4}{4}-\frac{45x-5x^3}{2}+4x^2=0$

$81-18x^2+x^4-(90x-10x^3)+16x^2=0$

$81-18x^2+x^4-90x+10x^3+16x^2=0$

$81-2x^2-90x+10x^3+x^4=0$

$x^4+10x^3-2x^2-90x+81=0$

$x^4+9x^3+x^3+9x^2-9x^2-2x^2-90x+81=0$

$x^4+9x^3+x^3+9x^2-11x^2-99x+9x+81=0$