МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED=30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

70 × 1,5

7 × 1,5

3,5 × 7 = 10,5

$\frac{3\cdot 7}{4,5} + \frac{7}{4,3} = \frac{4\cdot 7}{4,5}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Страница ~~Лист~~ 1 из 6

Задача 3

ОДЗ: $xy \geq 0$

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \; (1) \\ x+y^2=5 \; (2) \end{cases}$$

(1): $\overset{\geq 0}{x-2y}=\overset{\geq 0}{\sqrt{xy}} \quad |^2$

$x^2-4xy+4y^2=xy$

$x^2-5xy+4y^2=0$

1) $x=0$:

$0-0+4y^2=0 \quad y=0. \quad 0\neq 5, \begin{cases} x\neq 0 \\ y\neq 0 \end{cases}$

2) $x\neq 0$:

$x^2-5xy+4y^2=0 \quad \Big| : x^2$

$1-5\frac{y}{x}+4\left(\frac{y}{x}\right)^2=0$

Помн. $t=\frac{y}{x}$. выполним замену переменных:

$4t^2-5t+1=0 \quad D=25-16=9$

$$\left[\begin{array}{l} t=\frac{5-3}{8}=\frac{1}{4} \\ t=\frac{8}{8}=1 \end{array}\right.$$

Выполним обратную замену переменных:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{y}{x}=0{,}25 \\ \frac{y}{x}=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=0{,}25x \\ y=x \end{array}\right.$$

(2): $x+y^2=5$

Заменим y на x:

$$\left[\begin{array}{l} x+x^2=5 \; (3) \\ x+0{,}0625x^2=5 \; (4) \end{array}\right.$$

(3): $x=y$; $x^2+x-5=0 \quad D=1+20=21>0$

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{-1-\sqrt{21}}{2}=-\frac{\sqrt{21}+1}{2}=y \\ x=\frac{\sqrt{21}-1}{2}=y \end{array}\right.$$

Раз $x=y$, то $xy=x^2$ всегда ≥ 0. удовлетворяет ОДЗ

(4) $y=0{,}25x$. Раз $y=0{,}25x$, $xy=0{,}25x\cdot x=\underset{>0}{0{,}25}\underset{\geq 0}{x^2}\geq 0$, значит, ответ удовлетворяет ОДЗ:

$0{,}0625x^2+x-5=0 \quad D=1+4\cdot 0{,}0625\cdot 5=1+0{,}25\cdot 5=2{,}25=(1{,}5)^2>0$

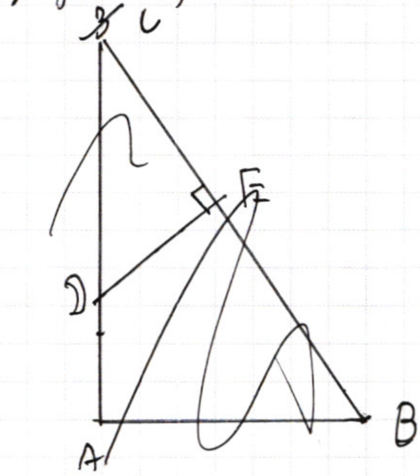
$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{-1-1{,}5}{0{,}0625\cdot 2}=-\frac{2{,}5}{0{,}0625\cdot 2}=-20, \quad y=-5 \\ x=\frac{1{,}5-1}{0{,}0625\cdot 2}=4, \quad y=1 \end{array}\right.$$

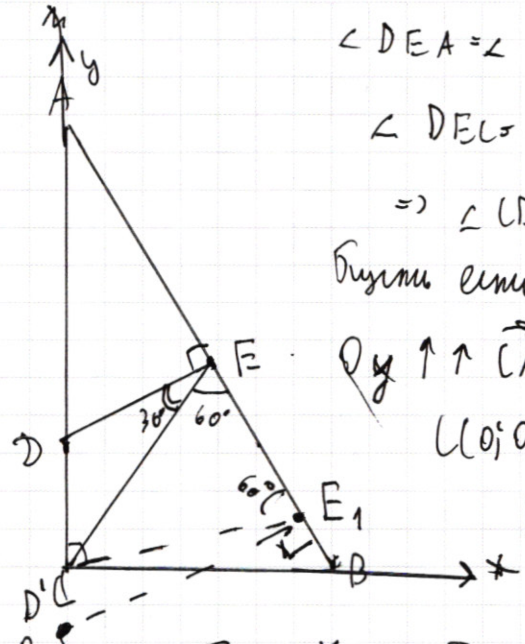
Ответ на задачу 3 (первое x, второе $-y$):

$\{4; 1\}$ $\quad \left\{-\frac{\sqrt{21}+1}{2}; -\frac{\sqrt{21}+1}{2}\right\}$

$\{-20; -5\}$ $\quad \left\{\frac{\sqrt{21}-1}{2}; \frac{\sqrt{21}-1}{2}\right\}$

задача 5





$\angle DEA = \angle DEB = 90°$,
$\angle DEC = 30°$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CEB = 60°$, $\cos\angle CEB = \frac{1}{2}$

Пусть есть ПДСК, $C(0;0)$,

$Oy \uparrow\uparrow \vec{CA}$, $Ox \uparrow\uparrow \vec{CB}$

$C(0;0)$, $A(0;\sqrt{7})$, $B(2\sqrt{\frac{7}{3}};0)$,

$E(x_0;\ y_0)$

Ур-ние AB: $\frac{x-0}{2\sqrt{\frac{7}{3}}} = \frac{y-\sqrt{7}}{-\sqrt{7}}$ $\quad \frac{x}{\frac{2\sqrt{7}}{3}} = \frac{\sqrt{7}-y}{\cancel{\sqrt{3}}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cancel{1{,}5}x = \sqrt{7} - y$

AB: $\frac{\sqrt{3}}{2}x + y - 7 = 0$

Ур-ние CE: $\frac{x-0}{x_0-0} = \frac{y-0}{y_0-0}$ $\quad \frac{x}{x_0} = \frac{y}{y_0}$ $\quad \frac{1}{x_0} = a$, $\frac{1}{y_0} = b$ ОДЗ $\begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$

CE: $ax - by = 0$

$\cos(CE, AB) = \cos 60° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a - b}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{1{,}75}} = 0{,}5$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2}a - b = 0{,}5\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{1{,}75}$

$\sqrt{3}a - 2b = \sqrt{a^2+b^2}\sqrt{1{,}75}$ $|\,\hat{}\,2$

$3a^2 - 4\sqrt{3}ab + 4b^2 = 1{,}75a^2 + 1{,}75b^2$

$1{,}25a^2 - 4\sqrt{3}ab + 2{,}25b^2$

$2{,}5a^2 - 8\sqrt{3}ab + 4{,}5b^2 = 0$

$2{,}5 - 8\sqrt{3}\frac{b}{a} + 4{,}5\frac{b^2}{a^2} = 0$

Пусть $t = \frac{b}{a} = \frac{1}{y_0} \cdot x_0 = \frac{x_0}{y_0}$.

$4{,}5t^2 - 8\sqrt{3}t + 2{,}5 = 0$

$\frac{D}{4} = 48 - 4{,}5 \cdot 2{,}5 = 48 - 11{,}25 = (3{,}5)^2 \cdot 3$

$\left[\begin{array}{l} t = \frac{8\sqrt{3} - 3{,}5\sqrt{3}}{4{,}5} = \frac{4{,}5\sqrt{3}}{4{,}5} = \sqrt{3} \\ t = \frac{12{,}5\sqrt{3}}{4{,}5} = \frac{25}{9}\sqrt{3} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x_0 = \sqrt{3}y_0 \\ x_0 = \frac{25}{9}\sqrt{3}y_0 \end{array}\right.$

$E \in AB$: $\frac{\sqrt{3}}{2}x_0 + y_0 - 7 = 0$

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}x_0 + \sqrt{3}x_0 - 7 = 0$ $\quad x_0 = \frac{7}{1{,}5\sqrt{3}}$, $y_0 = \frac{7}{1{,}5}$

$1{,}5\sqrt{3}x_0 = 7$

2) $\frac{\sqrt{3}}{2}x_0 + \frac{25}{9}\sqrt{3}x_0 = 7$

$\sqrt{3} \cdot \frac{59}{18}x_0 = 7$ $\quad x_0 = \frac{56}{59\sqrt{3}}$, $y_0 = \frac{56}{59} \cdot \frac{25}{9}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Страница 3 из 6: Как мы видим из рисунка, есть два варианта расположения E. Отличаются они тем, что если найти прямую, $\perp AB$, её пересечение с AC D будет в одном случае иметь координату $y<0$, а такое невозможно. Подходит лишь один случай.

1) $x_0 = \frac{7}{1{,}5\sqrt{3}}$, $y_0 = \frac{7}{1{,}5}$

Прямая, $\perp AB$ и проходящая через E:

$l:\ x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + c = 0$

$\frac{7}{1{,}5\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{7}{1{,}5} + c = 0 \quad c = \frac{7\sqrt{3}}{3} - \frac{7\sqrt{3}}{4{,}5}$

У точки D координата $x=0$.

$D \in l$:

$-\frac{\sqrt{3}}{2}y_D \cancel{+c} = \frac{7\sqrt{3}}{4{,}5} - \frac{7\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}y_D = \frac{7\sqrt{3}}{3} - \frac{7\sqrt{3}}{4{,}5}$

$y_D = \frac{\frac{(10{,}5-7)\sqrt{3}}{4{,}5}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3{,}5}{4{,}5}\sqrt{3}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{7}{4{,}5} > 0$, это искомое значение

$\frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{7} - \frac{7}{4{,}5}}{\sqrt{7}} = \frac{7 - \frac{7\sqrt{7}}{4{,}5}}{7} =$

$= 1 - \frac{2\sqrt{7}}{9}$ ~~AE = √~~ $ED =$

$= \sqrt{\left(\frac{7}{1{,}5\sqrt{3}} - 0\right)^2 + \left(\frac{7}{1{,}5} + \frac{7}{4{,}5}\right)^2} = \sqrt{\frac{7^2}{(1{,}5)^2 3} + \frac{4^2\cdot 7^2}{(1{,}5)^2\cdot 3^2}} = \sqrt{\frac{(3+16)7^2}{(1{,}5)^2\cdot 3^2}} =$

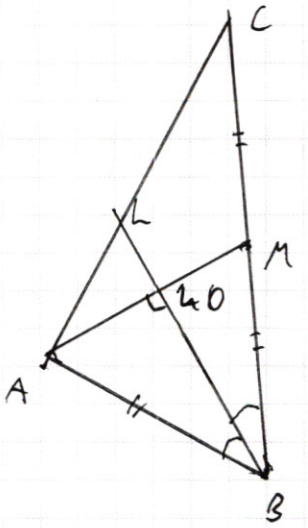
$= \sqrt{19}\,\frac{7}{4{,}5}$ $\angle ADE = \angle ABC$, $\sin\angle ADE = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{\frac{7}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{7}\sqrt{3}}{7}$

$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}{\cancel{7}}\cdot\sqrt{19}\cdot\frac{\cancel{7}}{4{,}5}\cdot\sqrt{7} \quad \frac{1}{2}\cdot\frac{7\cdot\sqrt{3}\sqrt{19}}{4{,}5} = \frac{7\sqrt{3}\sqrt{19}}{9}$

Ответ: $S_{\triangle ADE} = \frac{7\sqrt{3}\sqrt{19}}{9}$, $\frac{AD}{AC} = 1 - \frac{2\sqrt{7}}{9}$

Задача 2. Очевидно, что биссектриса и медиана одной вершины не перпендикулярны: И медиана, и биссектриса находятся "внутри" угла треугольника. ~~Есть~~ Часть угла "слева" от биссектрисы равна части угла "справа". Часть слева тогда больше $90°$, часть справа тоже. То есть угол треугольника больше $180°$, противоречие.

Пусть ABC: $AM \perp BL$, AM — медиана, BL — биссектриса



В $\triangle AMB$ BL высота и биссектриса, значит, он равнобедренный, значит, $AB = 0{,}5\,BC$

Справедливо и обратное: если $MB = AB$, то BO — не только биссектриса, но и высота AMB.

Таким образом, нам надо рассмотреть такие треугольники: $BC = 2a$, $AB = a$, $AC = b$,

$P = 3a + b = 600$, $3a > b$, $2a + b > a$, $a + b > 2a \Rightarrow b > a$.

$$\begin{cases} 3a+b=600 & (1) \\ a, b \in N & (2) \\ 3a > b & (3) \\ b > a & (4) \end{cases}$$

(1) $3a + b = 600$

При $a, b \in N$ $a_{min} \Rightarrow 0$, $a_{max} \Rightarrow 200 \Rightarrow a \in (0; 200)$

(3) $3a > b$. Пусть $3a = b$. $6a = 600$, $a = 100$. При a меньше $3a < b$, при a больше $3a > b$. Значит, $a \in (100; 600)$

(4) $b > a$. Пусть $b = a$. $4a = 600$, $a = 150$

При a меньше 150 $b > a$, при a больше — $b < a$.

Значит, $a \in (0; 150)$

$$\left.\begin{cases} a, b \in N \\ a \in (0; 600) \\ b \in (0; 600) \\ a \in (0; 150) \\ a \in (100; 600) \\ a \in (0; 200) \end{cases}\right\} \Rightarrow a \in (100; 150) \Rightarrow a \in [101; 149]$$

$K = \cancel{150 - 99 + 1 = 50} = 149 - 101 + 1 = 150 - 101 = 49$

Ответ на задачу 2: 49

 $f(3) = 3 = f\left(\frac{1}{3}\cdot 9\right) = 3+3+f\left(\frac{1}{3}\right)$ $f\left(\frac{1}{3}\right)+3=0$

Т.к. это ф-ция, у $f\left(\frac{1}{3}\right)$ всегда одно значение -3. $f\left(\frac{1}{3}\right)=-3$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(x\cdot\frac{1}{y}\right) = f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$. $f(x) \in N$ равно

сумме всех др простых делителей x. Число $\frac{1}{b}$ колеблется

в значении как $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \dots \frac{1}{18}$. Найдём аналогично $f\left(\frac{1}{3}\right)$

значения f от каждой дроби. $f(1)$: $f(1) = f\left(\frac{3}{3}\right) = 3-3=0$

$f\left(\frac{1}{1}\right)=0$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=-2$

$f\left(\frac{1}{3}\right)=-3$

$f\left(\frac{1}{4}\right)=-4$

$f\left(\frac{1}{5}\right)=-5$

$f\left(\frac{1}{6}\right)=$ ~~-12~~ $3-3-3-2=-5$

$f\left(\frac{1}{7}\right)=-7$

$f\left(\frac{1}{8}\right)=$ ~~-18~~ -6

$f\left(\frac{1}{9}\right)=$ ~~-19~~ -6

$f\left(\frac{1}{10}\right)=$ ~~-10~~ -7

$f\left(\frac{1}{11}\right)=$ ~~-11~~ -11

$f\left(\frac{1}{12}\right)=$ ~~-12~~ -7

$f\left(\frac{1}{13}\right)=-13$

$f\left(\frac{1}{14}\right)=$ ~~-14~~ ~~-8~~ -9

$f\left(\frac{1}{16}\right)=$ ~~-16~~ -8

$f\left(\frac{1}{17}\right)=-17$

$f\left(\frac{1}{18}\right)=-8$

$f\left(\frac{1}{15}\right)=-8$

В общем виде, $f\left(\frac{1}{x}\right), x\in N =$

$= -(f(x))$. Для каждого $x \in N$, $x\in[1;18]$

Несложно подобрать такое y, что $f\left(\frac{x}{y}\right) =$

$= f(x)-f(y)<0$.

$k = \frac{17}{1} + \frac{16}{2} + \frac{15}{3} + \frac{14}{4} + \frac{12}{5} + \frac{12}{6} +$

$+ \frac{7}{7} + \frac{10}{8} + \frac{10}{9} + \frac{7}{10} + \frac{2}{11} + \frac{7}{12} + \frac{1}{13} +$

$+ \frac{3}{14} + \frac{4}{15} + \frac{4}{16} + \frac{0}{17} + \frac{4}{18} = 145$

Ответ: 145

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3x+5+f(\frac{1}{5})=3n$ $\quad$ $f(\frac{1}{5})=-5$

$x=$ ~~2+5~~ ~~7~~ $+f(\frac{1}{5})$

$f(3)=f(\frac{12\cdot\frac{1}{4}}{\cancel{3}\cdot\frac{1}{3}})=$

ОДЗ: $x\neq 0$, $x\neq 2$

$1=\cancel{3}+\cancel{5}+f(\frac{1}{3})=3$

$\cancel{3}+2+2+f(\frac{1}{4})=3$

$f(4)=4=f(\frac{20}{5})=$

$=2+5+2+f(\frac{1}{5})$

$f(\frac{1}{3})=3$

$f(\frac{1}{4})=2$

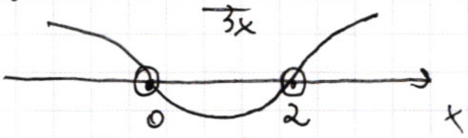
$f(\frac{1}{5})=$

№ 1 $\quad \dfrac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leq 0$

1) $x<0$:

$$\frac{x^2-6x+10+2x-6}{2x^2-4x+x^2-2x}=\frac{x^2-4x+4}{3x^2-6x}=\frac{(x-2)^2}{3x(x-2)}=\frac{x-2}{3x}$$

Тогда $f(x)=\dfrac{x-2}{3x}$ $\quad$ При $x<0$ $\rightarrow\varnothing$



$f(1)=\dfrac{-1}{3}<0$

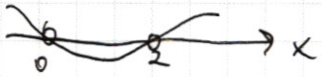
$3+f(\frac{1}{3})=4+f(\frac{1}{4})$

2) $2\leq x<3$ $\quad \dfrac{x^2-6x+10+2x-6}{2x^2-4x+x^2-2x}=\dfrac{x^2-4x+4}{3x^2-6x}=\dfrac{x-2}{3x}$

$f(\frac{3\cdot 19}{19})=$

$=3+19$

Тогда $f(x)=\dfrac{x-2}{3x}$ $\quad f(1)=\dfrac{-1}{3}<0$:



При $2\leq x<3$ $\rightarrow\varnothing$

3) $0\leq x<2$

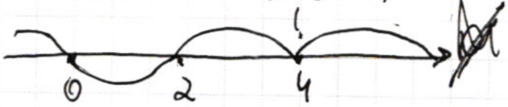
$$\frac{x^2-6x+10+2x-6}{2x^2-4x-x^2+2x}=\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x}=\frac{(x-2)^2}{x(x-2)}=\frac{x-2}{x}$$

Тогда $f(x)=\dfrac{x-2}{x}$ $\quad f(1)=\dfrac{-1}{1}<0$

При $0\leq x<2$ $\quad x\in(0;2)$

4) $x\geq 3$: $\quad \dfrac{x^2-6x+10-2x+6}{2x^2-4x+x^2-2x}=\dfrac{x^2-8x+16}{3x^2-6x}=\dfrac{(x-4)^2}{3x(x-2)}$ $\quad$ 4

Тогда $f(x)=\dfrac{(x-4)^2}{3x(x-2)}$ $\quad f(1)=\dfrac{3^2}{3\cdot(-1)}<0$



Ответ: $x\in(0;2)\cup\{4\}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

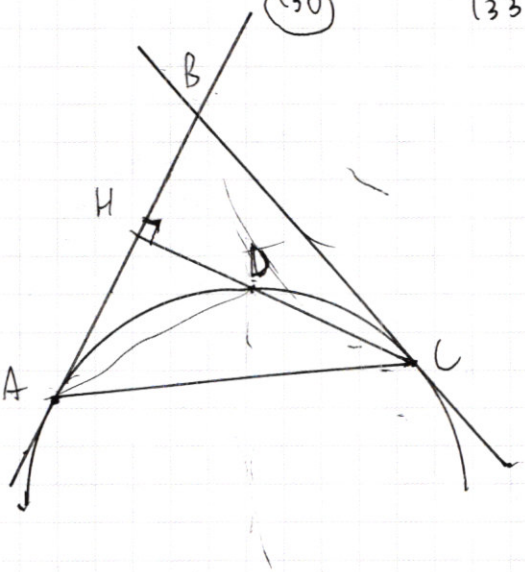
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$17+16=33$; $33+15=48$; $48+14=62$; $62+12=74$; $74+12=86$; 86; $86+7=93$; $93+10=103$; $103+10=113$; $113+7=120$; $120+2=122$; $122+7=129$

$129+1=130$; $130+3=133$; $133+4=137$; $137+4=141$; $141+4=145$



☑ черновик ☐ чистовик

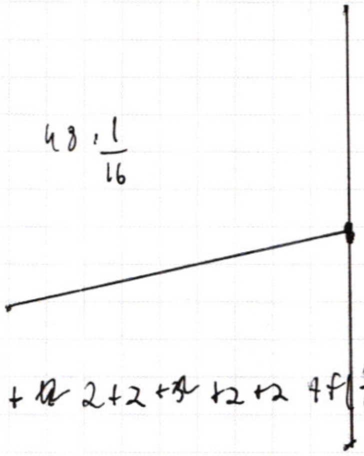
(Поставьте галочку в нужном поле)

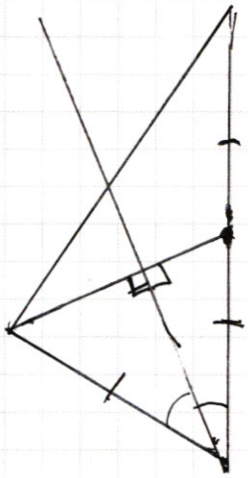
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$48 \cdot \frac{1}{16}$

27





$3a + 6 = 600$

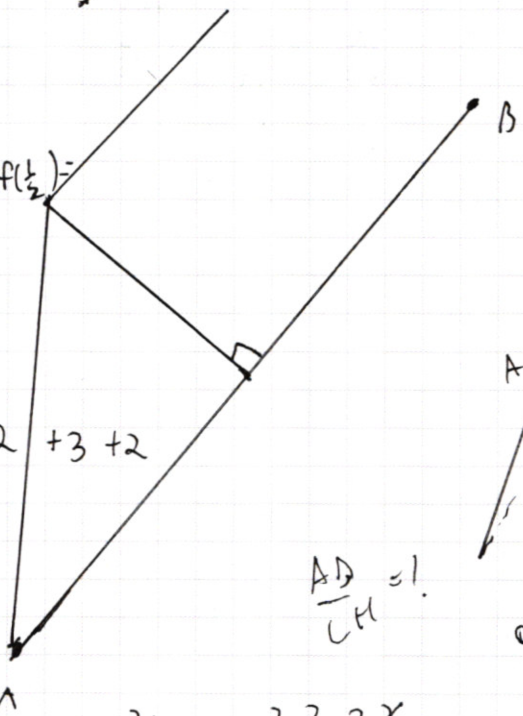
$3 + \cancel{12}\ 2 + 2 + \cancel{4} + 2 + 2\ 4f\left(\frac{1}{64}\right)$

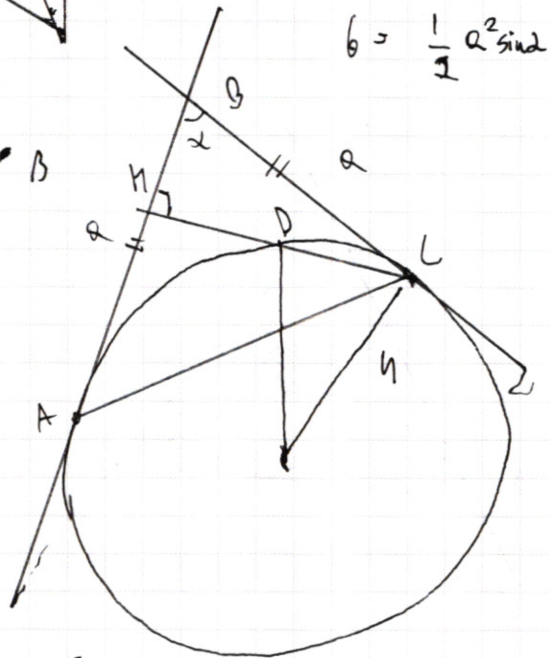
$6 = \frac{1}{2} a^2 \sin\alpha$

$\cancel{3}\ 3\ 3\ \cancel{3}.$

$f(3) = f\left(6 \cdot \frac{1}{2}\right) = 2 + 3 + f\left(\frac{1}{2}\right) =$

3





$f\left(12 \cdot \frac{1}{4}\right) = \cancel{4}\ 2\ + 3 + 2$

$\frac{AD}{CH} = 1.$

$a^2 \sin\alpha = 12$

$2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot \cancel{3}$

$\frac{36}{12}$

$2\ 3\ 2\cancel{3}$

$\frac{1}{2} \cdot DH \cdot AB = 6$

$a \cdot DH = 12$

$3 \cdot 14 \quad 3 \quad 7 \quad 2$

$DH \cdot AB = 12$

$5 + \cancel{3} + 2$

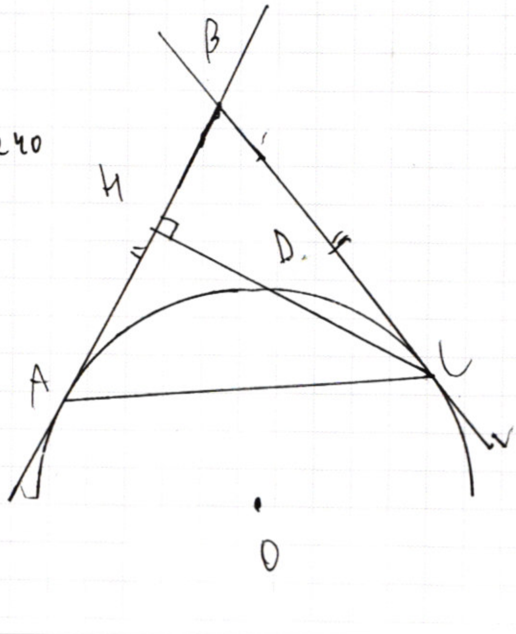
$\frac{1}{2} a^2 \sin\alpha = \cancel{Aa}\ 6 + \frac{1}{2} CD \cdot a$

$\cancel{3 \cdot 98}$

$3 \cdot 80 \quad 240$

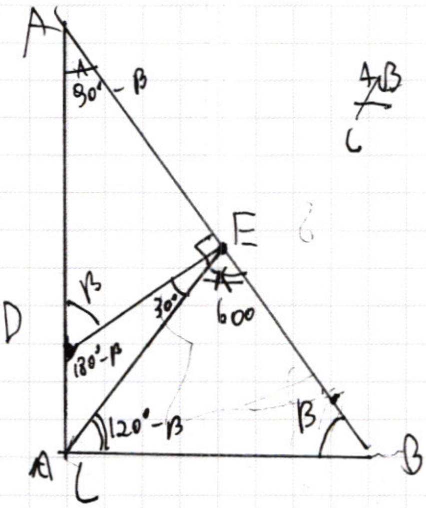
$a(DH + DC) = 12 + a\,DC$

$a\,DH + a\,DC =$



2 2 2 2 3

3+3+3+2



$\frac{AB}{C}$ $\frac{AD}{AC}$

$AC = \sqrt{7}$

$BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$

$4{,}5 \times 2{,}5 = 225 + 90 = 11{,}25$

$AB = \sqrt{7 + 4 \cdot \frac{7}{3}} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{4}{3}\right)} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$

$180° - (180° - \beta + 30°) = 180° - 180° + \beta - 30° = \beta - 30°$ $90° - \beta + 30° = 120°$

$180° - (120°) = 600$ $\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1}$ $x - x_1$ $\cos 120° = \cos(180° - 60°) = -\cos 60°$

$\frac{1}{x_0}x - \frac{1}{y_0}y = 0 =$

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ $AC^2 = AE^2 + CE^2 - 2AE \cdot CE \cdot$

$AC^2 = AE^2 + CE^2 + AE \cdot CE$

$A(0; \sqrt{7})$, $B\left(2\sqrt{\frac{7}{3}}; 0\right)$ $E(x; y)$ $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

$\frac{x}{2\sqrt{\frac{7}{3}}} = \frac{y - \sqrt{7}}{-\sqrt{7}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}x + y - \sqrt{7} = 0$ $x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + C = 0$

$\frac{x}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \sqrt{7} - y$ $\frac{x}{x_0} = \frac{y}{y_0}$ $x_0 - \frac{\sqrt{3}}{2}y_0 + C = 0$

$C = \frac{\sqrt{3}}{2}y_0 - x_0$

$\frac{1}{x_0}x - \frac{1}{y_0}y = 0$ $x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{\sqrt{3}}{2}y_0 - x_0 = 0$

$\frac{\sqrt{3}}{2}x + y - \sqrt{7} = 0$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\frac{1}{x_0} \cdot 1 + \frac{\sqrt{3}}{2y_0}}{\sqrt{\frac{1}{x_0^2} + \frac{1}{y_0^2}}\sqrt{1 + \frac{3}{4}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

~~$1{,}5x +$~~ $\frac{3}{4} + 1$

$\frac{\sqrt{3}}{2}x + y - \sqrt{7} = 0$

$1{,}75$ $0{,}25$ $1{,}75 \times 25$ $4 - 1{,}75 = 2{,}25$ $0{,}75 \times 4 = 3{,}00$

$ax - by = 0$

$\frac{a + \frac{\sqrt{3}}{2}b}{\sqrt{a^2 + b^2}\sqrt{1{,}75}} = 0{,}5$

$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a - b}{\sqrt{1{,}75}\sqrt{a^2 + b^2}} = 0{,}5$

$0{,}25(a^2 + b^2) \cdot 1{,}75 = a^2 - \sqrt{3}ab + 0{,}75b^2$

$(a^2 + b^2) \cdot 1{,}75 = 4a^2 - 4\sqrt{3}ab + 3$

$2{,}25a^2 - 4\sqrt{3}ab + 1{,}25b^2 = 0$

$4{,}5a^2 - 8\sqrt{3}ab + 2{,}5b^2 = 0$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$x+x^2=5$

$x^2-4xy+4y^2=xy$

$x^2-5xy+4y^2=0$ $D=25y-16y=9$

при $x=0$ $y=0$

$x\neq 0!$

$1-5\frac{y}{x}+4\frac{y^2}{x^2}=0$

$4t^2-5t+1=0$ $D=25-16=9$

$t=\frac{5-3}{8}=\frac{2}{8}=0{,}25$

$t=\frac{5+3}{8}=\frac{8}{8}=1$

$\frac{y}{x}=0{,}25$ $\frac{y}{x}=1$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases} \\ y=x \\ y=0{,}25x \end{array}\right.$$

$0{,}0625\cdot 2=0{,}1250$

$0{,}0625\cdot 4=0{,}2500$

$0{,}25\cdot 5=1{,}25$

$25\cdot 9=225$

$5\cdot5\cdot3\cdot3$

$1{,}5\cdot 1{,}5$

$0{,}25\cdot 0{,}25=0{,}0625$

$2{,}5 \mid 6{,}125$

$2500 \mid 125 = 20$

$0{,}5 \mid 0{,}125$

$500 \mid 125 = 4$

$36{,}75 \mid 0{,}25$

$0{,}5^2\cdot 3\cdot 7^2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)