МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED=45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 19$, $3 \leqslant y \leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x||x-3|}\le 0 \qquad 4x^2-12x+|x||x-3|\ne 0$$

1 сл.

$x^2-2x+5-4|x-1|=0$

$x^2-2x+5=4|x-1|$

$\left[\begin{array}{l} x^2-2x+5=4x-4, \\ x^2-2x+5=-4x+4; \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x^2-6x+9=0, \\ x^2+2x+1=0; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x=3, \\ x=-1; \end{array}\right.$

При $x=3$, $4x^2-12x+|x||x-3|=0$, тогда $x=-1$.

2 сл. $\begin{cases} x^2-2x+5-4|x-1|<0, \\ 4x^2-12x+|x||x-3|>0; \end{cases} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x^2-6x+9<0, \\ x^2+2x+1<0; \end{array}\right. \\ 4x^2-12x+|x||x-3|>0; \end{cases} \quad x\in\varnothing$

3 сл. $\begin{cases} x^2-2x+5>4|x-1|, \\ 4x^2-12x+|x||x-3|<0; \end{cases}$

$\begin{cases} x\in(-\infty;-1)\cup(-1;3)\cup(3;+\infty), \\ \left[\begin{array}{l} 4x^2-12x<-x^2+3x, \\ 4x^2-12x<x^2-3x; \end{array}\right. \end{cases}$

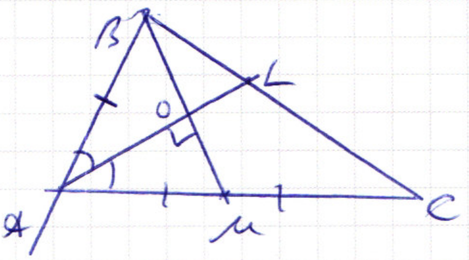
$\left[\begin{array}{l} 5x^2-15x<0, \\ 3x^2-9x<0; \end{array}\right. \Rightarrow 0<x<3$ $\qquad \begin{cases} x\in(-\infty;-1)\cup(-1;3)\cup(3;+\infty), \\ 0<x<3; \end{cases} \Rightarrow 0<x<3$

Ответ: $x\in\{-1\}\cup(0;3)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№2.



BM – медиана $\triangle ABC$

AL – биссектриса $\triangle ABC$

Если $AL \perp BM$, то $AO \perp BM$ => AO – высота и биссектр. в $\triangle ABM$

⇕

$AB = AM = \frac{1}{2}AC$

Тогда в треугольнике, где биссектриса $\perp$ медиане, одна стор. больше другой в 2 раза.

Пусть одна сторона равна a, другая – $2a$, а третья – b.

$\begin{cases} b > 2a - a, \\ b < 2a + a; \end{cases}$ (по правилу треуг.)

$\begin{cases} b > a, \\ b < 3a; \end{cases}$ $\quad a + 2a + b = 300$

$b = 300 - 3a$

$\begin{cases} 3a > 300 - 3a \\ a < 300 - 3a \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a > 50, \\ a < 75; \end{cases}$

Тогда ~~в~~ всего 24 возможных знач. a. (51–74)

Ответ: 24

№3.

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy}, \\ 2y + x^2 = 9; \end{cases}$ $\quad \begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy, \\ 2y + x^2 = 9; \end{cases}$ $\quad \begin{cases} y^2 - 5xy + 4x^2 = 0, \\ 2y + x^2 = 9; \end{cases}$

$y^2 - 5xy + 4x^2 = 0$

$y = \frac{5x \pm \sqrt{25x^2 - 16x^2}}{2} = \frac{5x \pm 3x}{2}$

$\left[\begin{array}{l} y = 4x, \\ y = x; \end{array} \right.$

$\begin{cases} 2y + x^2 = 9 \\ \left[\begin{array}{l} y = 4x, \\ y = x; \end{array} \right. \end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2y+x^2=9,\\ y=x,\end{cases}\\ \begin{cases}2y+x^2=9,\\ y=4x;\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x^2+2x-9=0,\\ 8x+x^2-9=0;\end{array}\right.$$

$x^2+2x-9=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+36}}{2}=-1\pm\sqrt{10}$

$$\left[\begin{array}{l}x=-1-\sqrt{10},\\ x=-1+\sqrt{10};\end{array}\right.$$

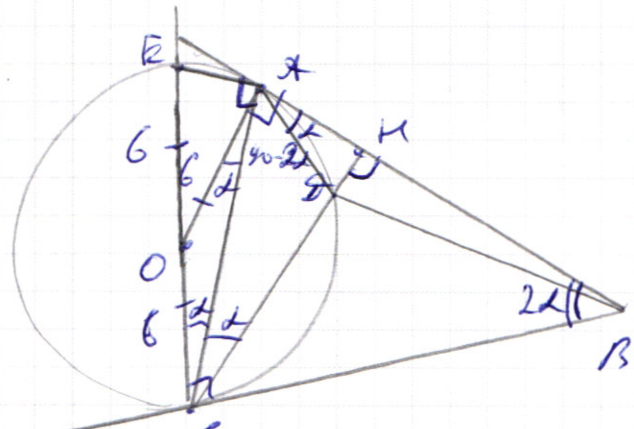
$x^2+8x-9=0$

$x=\dfrac{-8\pm\sqrt{64+36}}{2}=\dfrac{-8\pm10}{2}$

$$\left[\begin{array}{l}x=1,\\ x=-9;\end{array}\right.$$

Ответ: $x\in\{-9;\ -1-\sqrt{10};\ 1;\ -1+\sqrt{10}\}$

№4.



$OA\perp AB$ и $OC\perp BC$, т.к. радиусы перпендикулярны касат.

$AB=BC$ (как отрезки кас.)

$\Downarrow$

$\angle BAC=\angle ACB$

Пусть $\angle DAH=\alpha$,

тогда $\angle CAD=\angle DAH=\alpha$ (т.к. равен $\frac{1}{2}\smile AD$, [illegible] и $\angle DAH$)

$\angle CAB=90^\circ-\alpha=\angle ACB\Rightarrow\angle ABC=2\alpha$

~~$\frac{OA}{AB}$~~ $OA\perp AB$ и $CH\perp AB\Rightarrow OA\parallel CH$

$\Downarrow$

$\angle OAC=\angle ACH$ (как накрест леж. при парал. OA и CH и сек. AC)

$OE=6$, т.к. это радиус,

EC — диаметр, т.к. проходит через центр O.

$\angle EAC=90^\circ$, т.к. впис. и опир. на диаметр.

$\angle OCA = \angle OAC$ (как равные углы в равн. треугол. $\triangle OAC$)

$S_{ADB} = 15 = AD \cdot AB \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\alpha$

$AD \cdot AB \cdot \sin\alpha = 30 = AD \cdot BC \cdot \sin\alpha = AD \cdot BC \cdot \frac{AD}{12} =$ (из $\triangle$ т.к. $AD = AE$, т.к. они стяг. равные хорды, а $\frac{AE}{12} = \sin\alpha$)

$= BC \cdot \left(\frac{AD}{12}\right)^2 \cdot 12 = BC \cdot 12 \cdot \sin^2\alpha$

В $\triangle BCH$; $\qquad BC \cdot \sin^2\alpha = 2{,}5$

~~$CH = BC \cdot \sin 2\alpha = BC \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot 2 = BC \cdot \frac{DH}{AD} \cdot \frac{AC}{BC} \cdot 2 =$~~

~~$= BC \cdot DH$~~

$CH = BC \cdot \sin 2\alpha = 2BC \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$BC \cdot \sin^2\alpha = 2{,}5 = \frac{CH}{\sin 2\alpha} \cdot \sin^2\alpha = \frac{CH}{2\cos\alpha} \cdot \sin\alpha =$

$= \frac{CH \cdot tg\alpha}{2} = 2{,}5 \qquad CH \cdot tg\alpha = 5$

$CH \cdot tg\alpha = AH$ (из $\triangle ACH$)

$AH = 5$

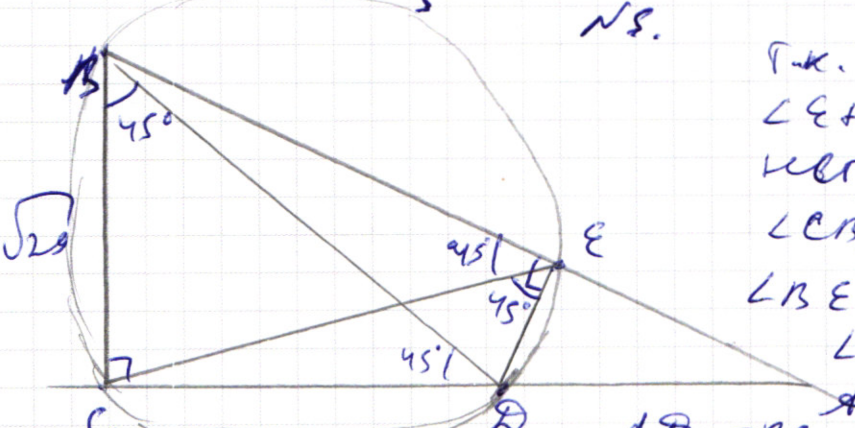
$\sin 2\alpha = \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot 2 = \frac{AD}{12} \cdot \frac{AH}{AD} \cdot 2$ (из $\triangle AHD$) $=$

$= \frac{AH}{6} = \frac{5}{6}$

$\frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH} = \frac{1}{\frac{CH}{BC}} = \frac{1}{\sin 2\alpha} = \frac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5}$

Ответ: $\frac{6}{5}$

№8.



$\frac{5}{2}\sqrt{29}$

Т.к. в четырёхугол. $BEDC$ $\angle E + \angle C = 180°$, то вокруг него можно опис. окр.

$\angle CBD = \angle CED = \frac{1}{2} \smile CD = 45°$

$\angle BEC = 90° - \angle CED = 45°$

$\angle BDC = \frac{1}{2} \smile BC = \angle BEC = 45°$

А т.к. в $\triangle BCD$ $\angle B = \angle D$, то $BC = CD = \sqrt{29}$ ~~$AD = 1{,}5\sqrt{29}$~~

$\frac{AD}{AC} = \frac{1{,}5\sqrt{29}}{2{,}5\sqrt{29}} = \frac{3}{5}$

Ответ: $\frac{3}{5}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

Заметим, что $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$, а также, что

$f\left(\frac{1}{y}\right) = f(y) + f\left(\frac{1}{y^2}\right)$, где $y > 0$ и $x \geq 0$.

Тогда $f(y) > 0$, если $y > 1$ (если $y = 1$, то $\frac{1}{y} = \frac{1}{y^2}$).

Но тогда $f\left(\frac{1}{y^2}\right) > f\left(\frac{1}{y}\right)$. Тоже самое с любыми

другими числами (напр. $f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{xy}\right)$).

Также $f(xy) = f(y) + f(x)$, т.е.

$f(xy) - f(y) = f\left(\frac{1}{y}\right) - f\left(\frac{1}{xy}\right) = f(x)$

Можно сделать вывод, что $f\left(\frac{1}{y}\right) = -f(y)$, что

подтверждается примером $f\left(\frac{1}{1}\right) = f(1) = 0$, т.е.

$f(b) = f(b) + f(1) = b + f(1) = b$, т.е. $f(1) = 0$ и так

для любого простого b, а $f(1)$ – число постоянное

Тогда, т.к. $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$, то $f(x) - f(y) < 0$.

Т.е. $f(x) < f(y)$

Для $x = 3$, $y \in [4; 19]$

Для $x = 4$, $y \in [5; 19]$

Для $x = 5$, $y \in [7; 19]$

Для $x = 6$, $y \in [7; 19]$

$x = 7$, $y \in \{11\} \cup [13; 19]$

$x = 8$, $y \in \{7\} \cup [10; 19]$

$x = 9$, $y \in \{7\} \cup [10; 19]$

$x = 10$, $y \in \{4\} \cup [13; 19]$

$x = 11$, $y \in \{13; 17, 19\}$

$x = 12$, $y \in \{11\} \cup [13; 19]$

$x = 13$, $y \in \{17, 19\}$

$x = 14$, $y \in \{11, 17, 19, 13\}$

$x = 15$, $y \in \{11, 13, 14, 17, 19\}$

$x = 16$, $y \in \{11, 13, 17, 19, 14\}$

$x = 17$, $y \in \{19\}$

$x = 18$, $y \in \{11, 13, 14, 17, 19\}$

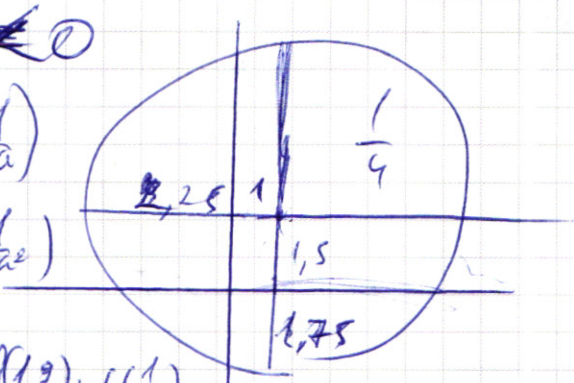
$x = 19$, $y \in \varnothing$

Ответ: 129

$f(ab)=f(a)+f(b)$ $\qquad f\left(\frac{1}{y}\right)\cancel{<}0$

$f(p)=p$ $\qquad f\left(\frac{1}{a^2}\right)<f\left(\frac{1}{a}\right)$

$f(x/y)<0$ $\qquad f\left(\frac{1}{a^3}\right)<f\left(\frac{1}{a^2}\right)$



$f(3)=3$ $\qquad f\left(\frac{19}{3}\right)=f(19)+f\left(\frac{1}{3}\right)=$

$f(4)=4$ $\qquad f\left(\frac{1}{a}\right)$ $\qquad =19+f\left(\frac{1}{3}\right)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f\left(x\cdot\frac{1}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f(5)=5$

$f(6)=5$ $\qquad f(1)$ $\qquad \left|f\left(\frac{1}{y}\right)\right|>f(x)$

$f(7)=7$

$f(8)=6$ $\qquad f(1)=0$ $\qquad f\left(\frac{1}{y}\right)<0$

$f(9)=6$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$ $\qquad f(10)=7$ $\qquad S=\pi r^2$ $\qquad f\left(\frac{x}{y}\right)=$

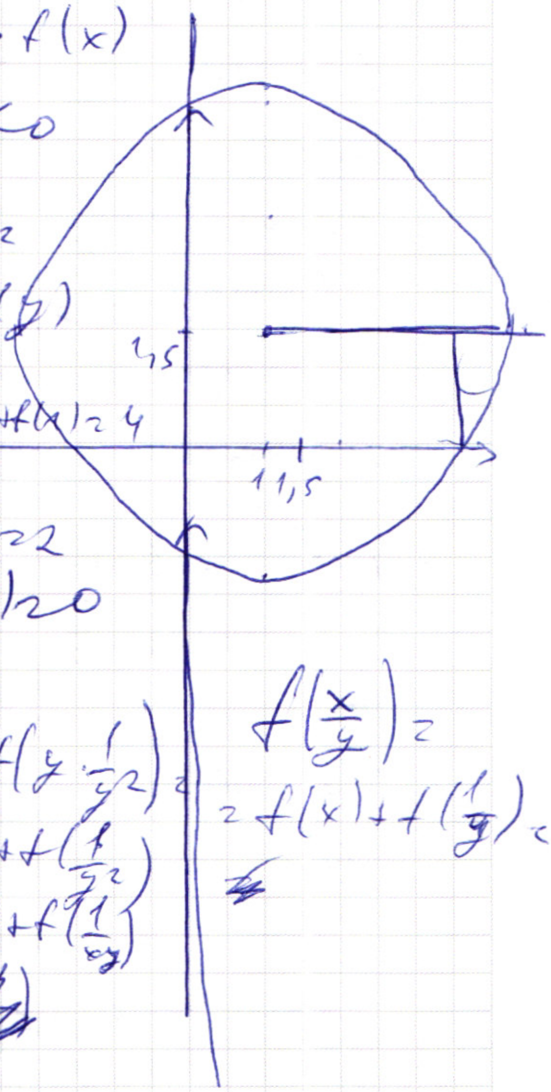
$=f(x)-f(y)$ $\qquad f(11)=11$ $\qquad \frac{3}{4}=f(x)-f(y)$

$f\left(\frac{6}{3}\right)=2$

$f\left(\frac{1}{y}\right)=-f(y)$ $\qquad f(1)=$

$f(4)=f(2)+f(2)=4=f(4)+f(1)=4$

$f\left(\frac{3}{3}\right)=1$ $\qquad f\left(\frac{6}{3}\right)=f(2)=2$



$f\left(\frac{1}{y}\right)=f(y)+f\left(\frac{1}{y^2}\right)$ $\qquad f(1)=0$

$\begin{cases} y<0 \\ x<0 \end{cases}$ $\qquad f(y)$

$f(12)=7$

$f(13)=13$ $\qquad x\neq y$ $\qquad f\left(\frac{1}{y}\right)=f\left(y\cdot\frac{1}{y^2}\right)=$ $\qquad f\left(\frac{x}{y}\right)=$

$f(14)=9$ $\qquad =f(y)+f\left(\frac{1}{y^2}\right)$ $\qquad =f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=$

$f(15)=8$

$x^2-2x-3y+y^2\leq 0$ $\qquad f\left(\frac{1}{xy}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{xy}\right)$

$x^2-2x+1+y^2-3y-1\leq 0$

$f(37)=37$ ~~$x^2-2x+1+y^2-3y+1-y\cdot 2\leq 0$~~

$f(38)=21$ $\qquad x^2-2x+1+y^2-3y+2{,}25-3{,}25\leq 0$

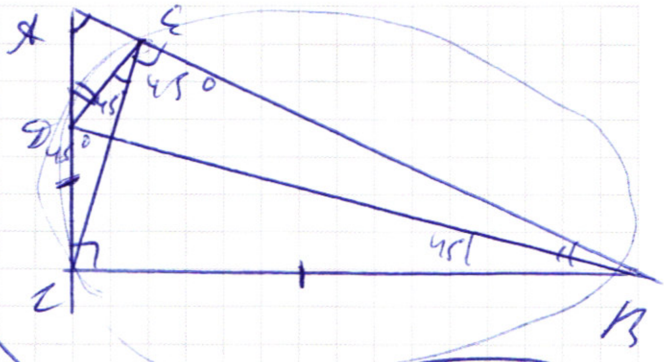
$(x-1)^2+(y-1{,}5)^2\leq 3{,}25$

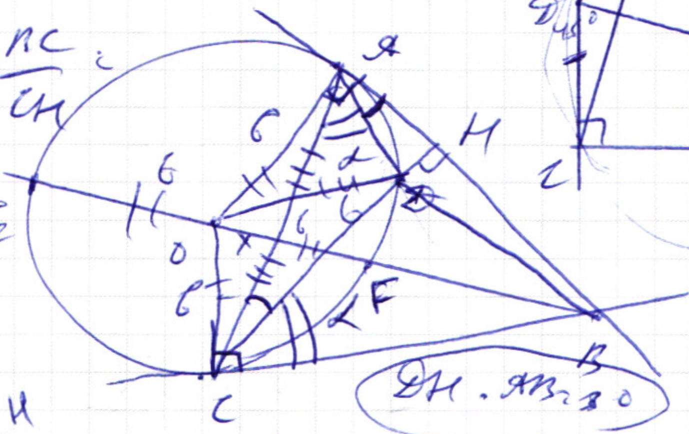
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№4

$\frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH} = \frac{1}{\cos\angle}$

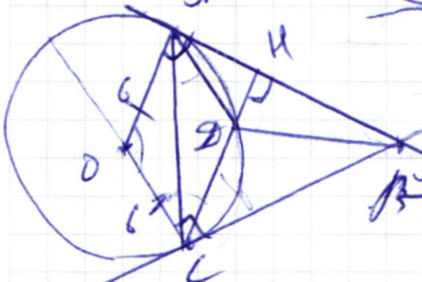




$HD \cdot \cancel{DC} = AH^2$

$DH \cdot AB = 30$

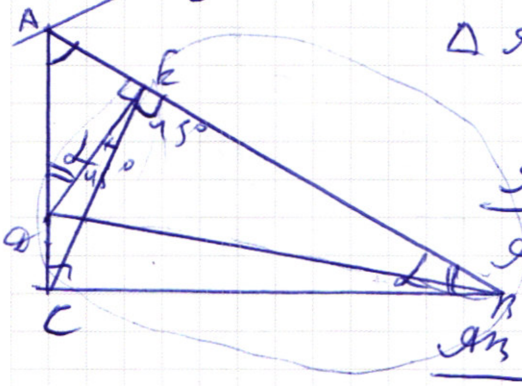
$S\ AB^2 = BC^2 = BF \cdot (BF + H2)$

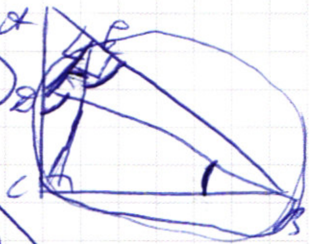


$\frac{AB}{CH}$

$AB \cdot DH \cdot \frac{1}{2} = 15$

$AB \cdot DH = 30$

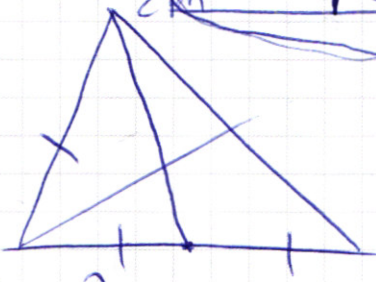




$\triangle ADH \sim \triangle CAH$

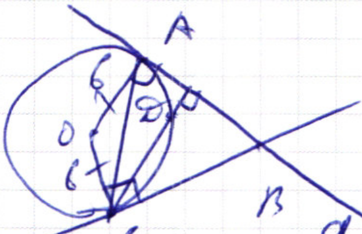
$\Downarrow$

$\frac{AD}{AC} = \frac{DH}{AH} = \frac{AH}{CH}$



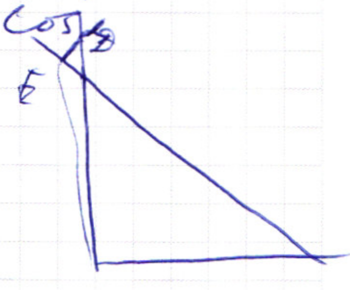
$\frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH}$

$(6+x)(6-x) = \sqrt{36 - x^2}\ 36 - x^2$



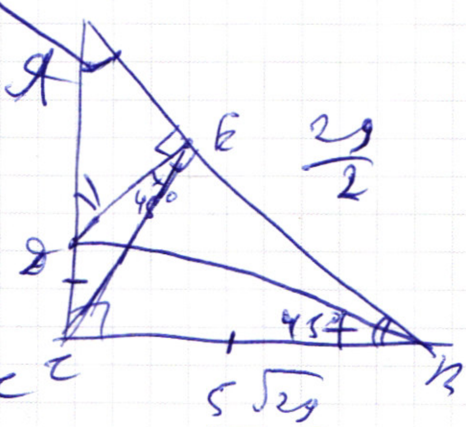
$\frac{CH}{BC} = \cos\angle \Rightarrow \frac{BC}{CH} = \frac{1}{\cos\angle}$

№5



$\frac{AD}{AC}$ — ?

S_{AED} — ?



$\frac{29}{2}$

$\sqrt{29}$

$AB^2 = 29 + \frac{25 \cdot 29}{4}$

$AB = \sqrt{29\left(1 + \frac{25}{4}\right)} = \sqrt{29 \cdot \frac{29}{4}} = \frac{29}{2}$

$CD = BC$

$5\sqrt{29}$

$\frac{AD}{AC} = \frac{1,5}{4,5} = \frac{2}{0,6} = \frac{3}{5}$ $BC = \sqrt{29}$

$AC = 2,5\sqrt{29}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$D = 64 + 36 = 100$

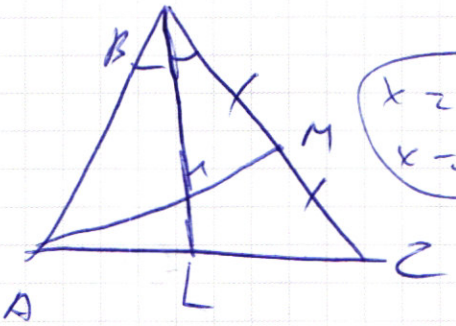
$x = \frac{-8 \pm 10}{2}$

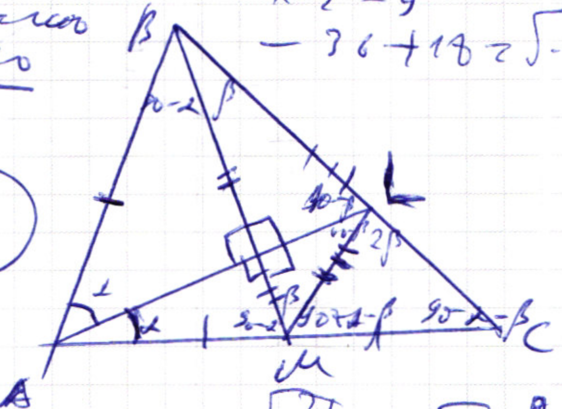
$x = 1$

$x = -9$

$x = -9$

$-36 + 18 = \sqrt{-9}$



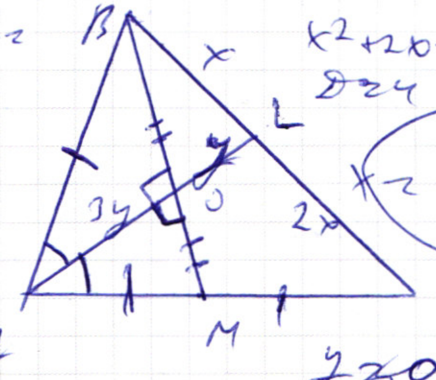


$y = x$ $\quad 4 - 2 = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{4}} = 2\sqrt{10}$ $\quad 8 + 1 = 9$

$-36 + 18 = 18$

$\frac{1}{1} \cdot 3a \cdot \frac{1}{3} = 1$

$a = \frac{3}{1}$



$x^2 + 2x - 9 = 0$

$D = 4 + 36 = 40$

$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{2} = -1 \pm \sqrt{10}$

$xy \geq 0$

$36 = 18 = 18$

$72 + 84 =$

№3.

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy}, \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$

$y \geq 0$

$x = -1 - \sqrt{10} = y$

$1 + \sqrt{10}$

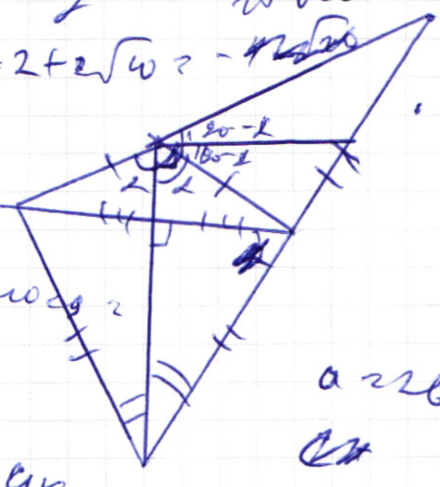
$-1 - \sqrt{10} + 2 + 2\sqrt{10} =$

$\frac{CL}{LA} \cdot \frac{BO}{OM} \cdot \frac{AM}{AC} = 1$

$x = 9$

$b = 52$

$b = 74$



$-2 - 2\sqrt{10} +$
$+ 1 + 2\sqrt{10} + 10 =$
$= 9$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy$

$y^2 - 5xy + 4x^2 = 0$

$D = 25x^2 - 16x^2 = 9x^2$

$y = \frac{5x \pm 3x}{2}$

$y = 4x$

$y = x$

$a = 2b$

$b \in \{51, \dots, 74\}$

Ответ: 24

$y = 4x$

$8x + x^2 = 9$

$x^2 + 8x - 9 = 0$

$b > 50$

$b < 75$

$b, 2b$

$c > b$

$c < 3b$

$2a = 102$

$b = 51$

$C = 300 - 3b =$
$= 147$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \le 0$$

$$(x^2-2x+5-4|x-1|)(4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|) \le 0,$$
$\ne 0$

1) $x^2-2x+5-4|x-1|=0$

$x^2-2x+5=4|x-1|$

$x_0=\frac{2}{2}=1$

$y_0=1-2+5=4$

$\left[\begin{array}{l} x^2-2x+5=4x-4, \\ x^2-2x+5=-4x+4; \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x^2-6x+9=0, \\ x^2+2x+1=0; \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=3, \\ x=-3; \end{array}\right.$

$x=3,$
$x=-1$

$x^2-2x+5=-4x+4$

$x^2+2x+5=4$

$x^2+2x-1=0$

$D=4+4=8$

$x=\frac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$

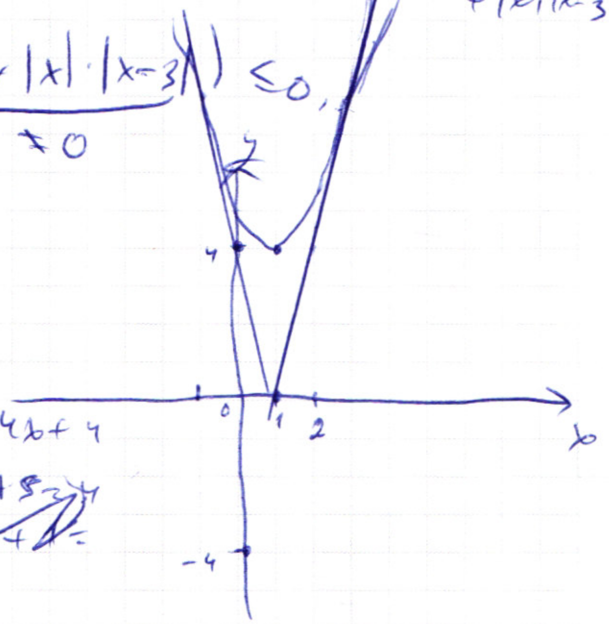
$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=3, \\ x=-3; \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=-1+\sqrt{2}, \\ x=-1-\sqrt{2}; \end{array}\right. \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=-1; \end{array}\right.$

3) $x^2-2x+5>4|x-1|$

$x\in(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$

$\cup(-1;3)$

$4x^2-12x+|x||x-3|<0$



2) $x^2-2x+5-4|x-1|\le 0$

$x^2-2x+5\le 4|x-1|$

$4x^2-12x<-|x||x-3|$

$4x-4>x^2-2x+5$

$x^2-6x+9<0$!

$-4x+4>x^2-2x+5$

$x^2+2x+1<0$!

$4x^2-12x < -|x||x-3|$

1) $4x^2-12x < \cancel{-x(x-3)}\ -x^2+3x$

$5x^2-15x < 0$

$5x(x-3)<0$

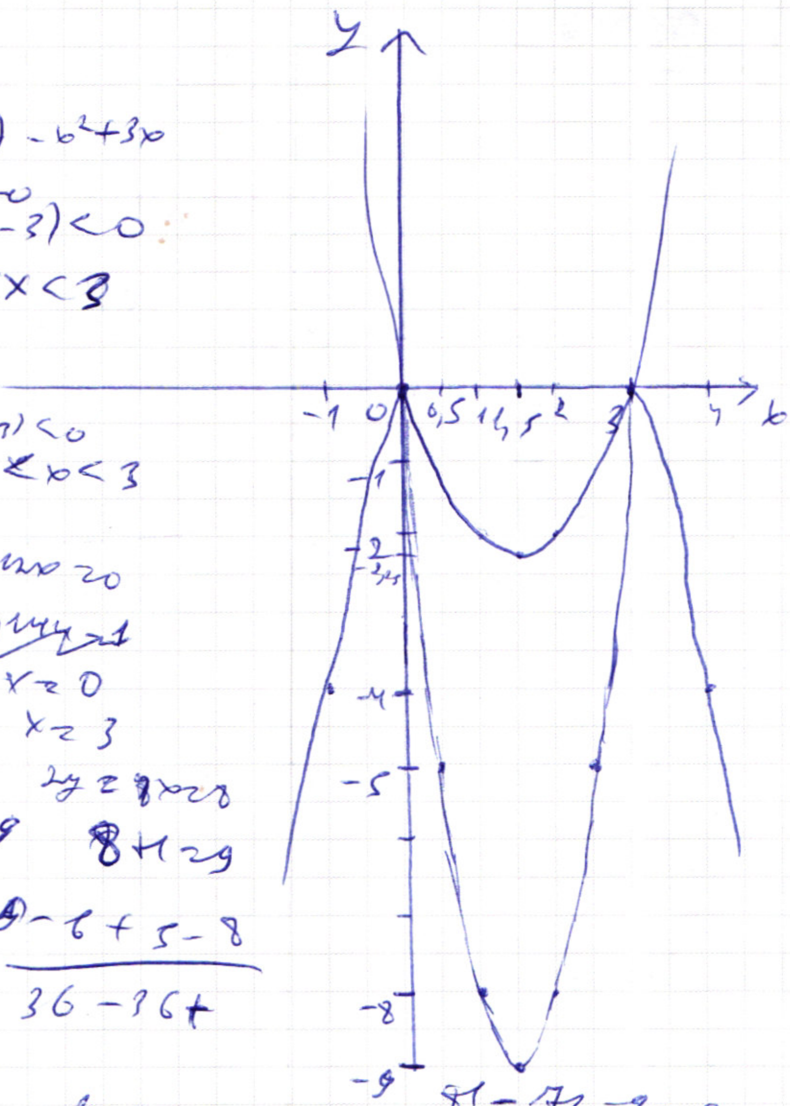
$1-6=-5$ $\quad 0<x<3$

2) $4x^2-12x < x^2-3x$

$3x^2-9x<0$

$3x(x-3)<0$

Ответ: $x=-1$ $\quad 0<x<3$



$4x^2-12x=0$

$y=4x^2-12x$

$x_0=\frac{12}{8}=1,5$

$y_0=4\cdot 2,25-18=$

$=9-18=-9$

$x=0$

$x=3$

$2y=8x=8$

$8+1=9$

$y=4x$

$8x=-72$

$|x|^2$

$\frac{9-6+5-8}{36-36+}$

$x=0$

$y=0$

x

$x^2+8x-9=0$

$81-72-9=0$

$-72+81=9$

$x=3$

$y=0$

$x=4$

$y=-4$

$x\in(0;3)$

$x\in(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$

$\frac{1+2+5-8}{4+12+2}$ $x=1,5$

$y=-2,25$

$x=-1$

$y=-4$

$=0$

$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=3,\\x=-1;\end{array}\right.\\4x^2-12x+|x||x-3|\neq 0;\end{cases}$

$x=2$

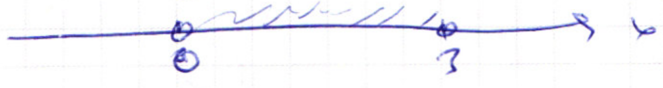
$y=-2$

$x=-1$

$\left[\begin{array}{l}x\neq 0\\x\neq 3\end{array}\right.$

$x=1$

$y=-2$



$x\in\varnothing$

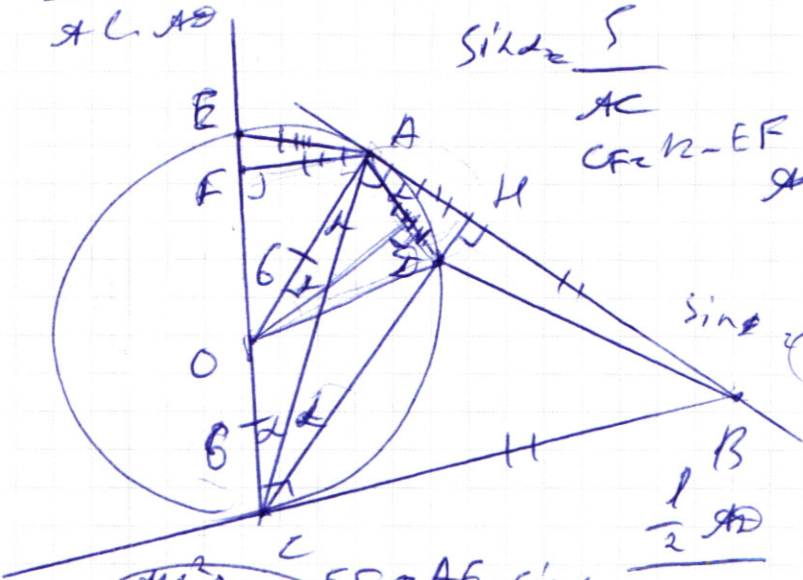
$x=3$

$x=-1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$\frac{HD \cdot HC}{AC \cdot AD} \cdot 2$



$\sin\alpha = \frac{5}{AC}$

$CF = 12 - EF$

$CH = AC \cdot \sin\alpha =$

$= 12 \cdot \sin^2\alpha =$

$AH = AC \cdot (\frac{AD}{12})^2 \cdot 12 = \frac{AD^2}{12}$

$\frac{AH}{AC} \cdot AD \cdot BC \cdot \sin\alpha =$

$\sin\alpha = \frac{AD}{12} =$

$AH = 5$

$\frac{\frac{1}{2}AD}{6} = \sin\alpha$

$\frac{BC}{CH} = \frac{BC}{CF}$

$AH^2 = HD \cdot HC$

$EF = AE \cdot \sin\alpha$

$= AH \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = 5 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha$

$AE = \frac{5}{\sin\alpha} = 12 \cdot \sin\alpha$

$30 = AD \cdot AB \cdot \sin\alpha = AD \cdot BC \cdot \sin\alpha =$

$= AD \cdot BC \cdot \frac{AD}{12} = \frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH} = \frac{1}{\sin 2\alpha} =$

$= \frac{1}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot 2}$

$\sin\alpha = \frac{AE}{12} = \frac{AD}{12}$

$\sin 2\alpha$

$\frac{AD}{12} = \sin\alpha$

$CH \cdot tg\alpha = \frac{AH}{CH} \cdot CH = \frac{BC \cdot 12}{AD^2} = \frac{BC}{CH}$

$AD \cdot \sin\alpha = CH$

$\frac{AD \cdot \cos\alpha}{6}$

$\frac{\frac{AD}{12} \cdot \cos\alpha \cdot 2}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot 2} = \frac{12}{AD^2}$

$AH \cdot \sin^2\alpha = CH = AC \cdot \sin\alpha$

AH

$AH \cdot \sin\alpha = AC$

$\frac{AD^2}{12} = \sin^2\alpha \cdot 12$

$30 = AD \cdot AB \cdot \sin\alpha =$

$\cos\alpha = \frac{AH}{AD}$

$\frac{DH}{AD} \cdot \frac{AH}{AD} \cdot 2 = AD \cdot BC \cdot \sin\alpha =$

$\sin 2\alpha = \frac{AH \cdot 2}{12} = \frac{AH}{6} = \frac{5}{6}$

$CH = BC \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot 2 =$

$= BC \cdot AE \cdot \sin\alpha =$

$= BC \cdot \frac{DH}{AD} \cdot \frac{AC}{12} \cdot 2 =$

$= AD \cdot BC \cdot \frac{AD}{12} = BC \cdot CH$

$= BC \cdot \frac{DH}{AD} \cdot \frac{AC}{6}$

$30 = AD \cdot BC \cdot \frac{AD}{12} =$

$\sin 2\alpha =$

$= \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot 2 = \frac{AH}{AC} \cdot \frac{AH}{AD} \cdot 2 = \frac{HD \cdot HC}{AC \cdot AD} \cdot 2$

$= BC \cdot \sin^2\alpha \cdot 12 =$

$BC = \frac{CH}{2\sin\alpha\cos\alpha}$

$BC \cdot \sin^2\alpha = 2{,}5$

$\frac{CH}{2\cos\alpha} \cdot \sin\alpha = 2{,}5$

$CH \cdot tg\alpha = 5$

$AH = 5$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

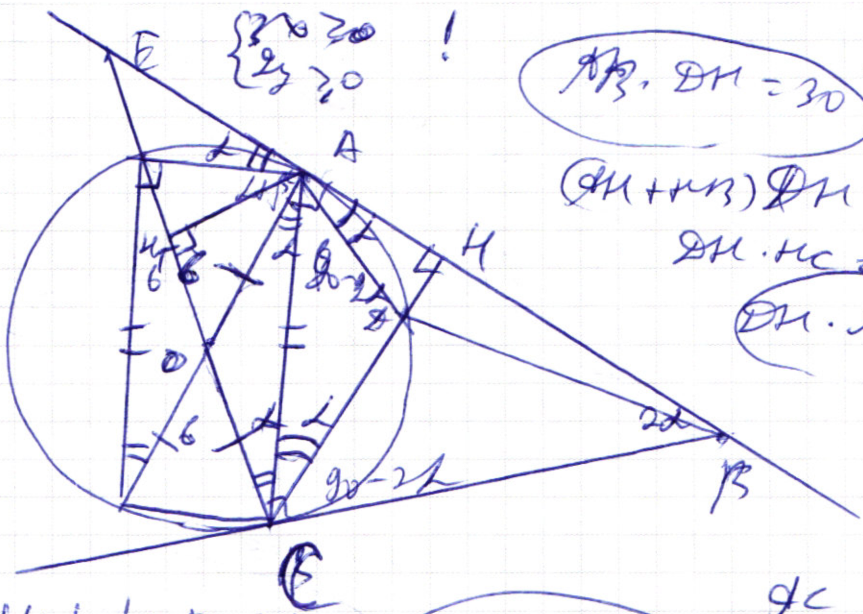
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\begin{cases} 3x \geq 0 \\ 2y \geq 0 \end{cases}$!

$AB \cdot DH = 30$

$AB =$

$(AH + HB) DH = 30$

$DH \cdot HC = AH^2$

$DH \cdot AB = 30$

$\frac{BC}{CH} = \cos$

$\frac{CH}{BC} = \sin 2\alpha =$

$= \sin\alpha\cos\alpha \cdot 2 =$

$|3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| \geq 6$

$HC = H_1C$

$\left[\begin{array}{l} x < 0, \\ y < 0; \end{array}\right.$

$\frac{AC}{CH} = \frac{AD}{AH}$

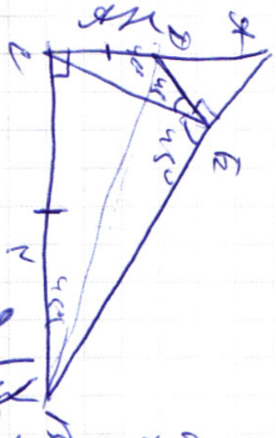
$\frac{DH}{AH} = \frac{AH}{CH} = \frac{AD}{AC}$

$AC = \frac{CH \cdot AD}{AH}$

$D \geq 0,$

$f(x) \geq 0$

$\frac{BC}{CH} = \frac{1}{\cos 2\alpha}$



$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $\cos\alpha = \frac{AC}{12} = \frac{CH}{AC} = \frac{CH \cdot AD}{12 AH} =$

$BH = BC \cdot \cos 2\alpha = \operatorname{ctg}\alpha \frac{AD}{12} = \frac{CH}{12} = \frac{1}{\cos\alpha}$

$x^2 - 2x - 3y + y^2 \leq 0$

$D = 4 - 4y^2 + 12y = 4(3y - y^2 + 1)$

$\frac{CH}{12} = \cos^2 AC$

$\frac{12}{AC} = \frac{AC}{HC} = \frac{AD}{AH}$

$AB =$ $x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3y - y^2 + 1}}{2}$ $\cos\alpha = \frac{AC}{12} = \frac{HC}{AC} = \frac{AH}{AD}$ $\frac{AD}{DH} = \frac{AC}{AH}$

$y^2 - 3y + x^2 - 2x \leq$ $\sin\alpha = \frac{DH}{AD} = \frac{AH}{AC}$

$D = 9 - 4x^2 + 8x \geq 0$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)