МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED=45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 19$, $3\leqslant y\leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1. $$\frac{x^2-2x+5-4|x-1| \ (1)}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3| \ (2)} \le 0$$

(1): $x^2-2x+5-4|x-1| = x^2-2x+1+4-4|x-1| =$
$= (x-1)^2+4-4|x-1| = |x-1|^2-4|x-1|+4 =$
$= (|x-1|-2)^2$ – это выражен. неотриц., т. е. всегда ≥ 0

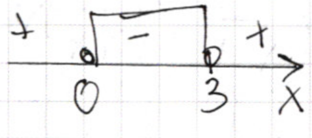
рассмотрим (2): $4x^2-12x+|x|\cdot|x-3| =$
$= 4x(x-3)+|x|\cdot|x-3|$ – это выраж. не должно равняться 0 и оно должно быть <0 – это условие возникает из-за неотрицательности (1).

Т.О. $4x(x-3)+|x|\cdot|x-3| < 0$

пойдем через поль модуля:

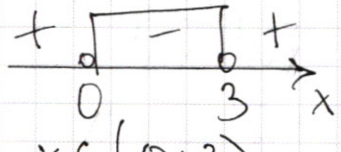
~~x≥0~~ x: $-$ 0 $+$ 3 $+$ → x
~~x≥3~~ x-3: $-$ 0 $-$ 3 $+$

1) $\begin{cases} x<0 \\ 4x(x-3)+x(x-3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ 5x(x-3)<0 \end{cases}$



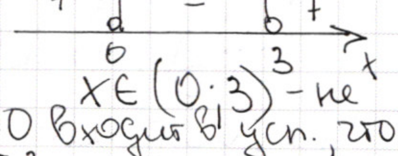
$x\in(0;3)$ – не подходит услов., что $x<0$

2) $\begin{cases} x\geq 0 \\ x<3 \\ 4x(x-3)-x(x-3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x<3 \\ 3x(x-3)<0 \end{cases}$



$x\in(0;3)$ – входит в усл., что $x\geq 0$ и $x<3$.

3) $\begin{cases} x\geq 3 \\ 4x(x-3)+x(x-3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ 5x(x-3)<0 \end{cases}$



$x\in(0;3)$ – не входит в усл., что $x\geq 3$

№1. Продолжение решения.

т.о. $x \in (0;3)$

ОДЗ для (2): $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases}$

теперь посмотрим, когда (1) может обращаться в 0.: $\cancel{(|x-1|)}(|x-1|-2)=0$; $|x-1|=2$;

$\left[\begin{array}{l} x-1=2 \\ x-1=-2 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$ – не подходит из-за ОДЗ

$x=-1$.

Значит, $x \in \{-1\} \cup (0;3)$

Ответ: $x \in \{-1\} \cup (0;3)$

№3. $\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} & (1) \\ 2y+x^2=9 & (2) \end{cases}$

рассмотрим (1): $y-2x=\sqrt{xy}$

Заметим, что $(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x})^2 = y-\sqrt{xy}+\frac{1}{4}x$, $y \geq 0, x \geq 0$.

$\sqrt{xy} \geq 0$, т.о. $y-2x \geq 0$; $y \geq 2x$

тогда, свернув по этой формуле в (1) получим:

$(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x})^2-\frac{1}{4}x-2x=0$; $(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x})^2-\frac{9}{4}x=0$;

$(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x})^2-(\frac{3}{2}\sqrt{x})^2=0$; $(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}-\frac{3}{2}\sqrt{x})(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}+\frac{3}{2}\sqrt{x})=$

$=0$; $(\sqrt{y}-2\sqrt{x})(\sqrt{y}+\sqrt{x})=0$, т.о. $\left[\begin{array}{l} \sqrt{y}+\sqrt{x}=0 \\ \sqrt{y}-2\sqrt{x}=0 \end{array}\right.$

$\sqrt{y}+\sqrt{x}=0$ выполняется только при $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$, но данная пара не является решением (2) ур-ия, т.о.:

$\sqrt{y}-2\sqrt{x}=0$; $\sqrt{y}=2\sqrt{x}$, т.к. $\sqrt{y} \geq 0$ и $\sqrt{x} \geq 0$ – – возв. в квадрат, тогда: $y=4x$ – это удовлетворяет условию, что $y \geq 2x$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3. Продолжение решения.

$y=4x$ – подставим во (2) вместо y:

$x^2+8x=9$; $x^2+9x-x-9=0$; $x(x+9)-1(x+9)=0$;

$(x+9)(x-1)=0$, т. о. $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-9 \text{ – не удовл., т.к. } x\geq 0 \end{array}\right.$

тогда $x=1$, а

значит $y=4\cdot1=4$, т.о. пара решений это $(1;4)$

Проверка:

(1): $4-2\cdot1=\sqrt{4\cdot1}$; $2=2$ – верно

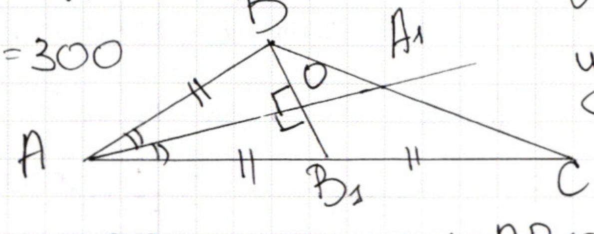
(2): $2\cdot4+1^2=9$; $9=9$ – верно, т.о. $(1;4)$ –

– пара решений системы.

Ответ: $(1;4)$

№2.

$P=300$



Возьмем произвольный $\triangle ABC$, у которого AA_1 – бис. $\angle A$, а BB_1 – медиана и $AA_1 \perp BB_1$

рассмотрим $\triangle ABO$ и $\triangle AOB_1$: $\triangle ABO=\triangle AOB_1$

~~(по 2м углам и~~ (по 2м прилеж. углам к сторон):

$\left.\begin{array}{l} AO \text{ – общая} \\ \angle BAO=\angle B_1AO \text{ (т.к. } AA_1 \text{ – бис. } \angle A) \\ \angle AOB_1=\angle AOB=90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle ABO=\triangle AOB_1 \Rightarrow AB=AB_1$

т. о., если некоторая биссектр. $\perp$ некоторой медиане, то это будет означать, что некоторая сторона в 2 раза меньше другой

№2. Продолжение решения

Пусть $AB = a$, $BC = b$, $AC = c$, то $c = 2a$ - в данном некотором случае

$P = a + b + c$; но тогда бис. ⊥ мед, то какая-то из сторон меньше другой, т.о.

$300 = a + b + c = a + b + 2a$, $300 = 3a + b$ -

- но a и b - целочисленны, тогда a ~~принимает~~ может принимать значения от 1 до 100 не вкл., $\begin{cases} a \geq 1 \\ a < 100 \end{cases}$, причем a принимает только натуральные значения, тогда возможные варианты, которые могут быть a:

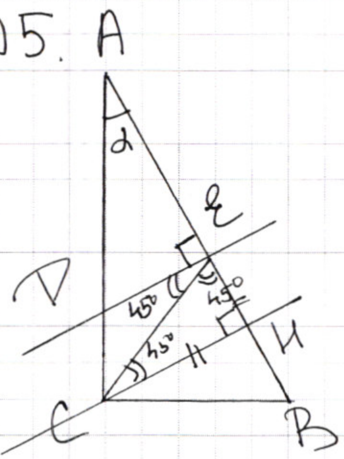
1, 2, 3, ..., 99 - всего здесь 99 возможностей для a и, соответственно, оставшиеся возможности и для числа b (этих возможностей тоже 99); $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ - всегда, $a < 100$ потому что $300 = 300 \cdot 1 + b$, $b = 0$ - такого быть не может, $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$ - т.к. у нас треугол. и стороны не могут быть отриц. и a, и b, и c принимают только натуральные значения 99 возможностей и будет количеством возможных треугольников; при других мед ⊥ бисс. значения сторон треугольника останутся прежними, а значит, это будет тот же треуг.

Значит, всего 99 возможных треугольников с $P = 300$

Ответ: 99 треугольников

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5.



$\triangle ABC$ – пр/у
$DE \perp AB$ $\angle CED = 45^\circ$
$AC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$ $BC = \sqrt{29}$

1) $AD : AC$
2) S_{AED} – ?

1) проведем высоту CH к AB, $CH \perp AB$ по построению
2) Пусть $\angle BAC = \alpha$
3) $tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{29}\cdot 2}{5\sqrt{29}} = \frac{2}{5}$ – для $\triangle ABC$
4) $tg\alpha = \frac{DE}{AE} = \frac{2}{5}$ – для $\triangle AED$, т.о. $DE = 2x$, $AE = 5x$
5) по т. Пифагора для $\triangle AED$:
$AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{(2x)^2 + (5x)^2} = \sqrt{29}\cdot x$
6) $\angle CED = 45^\circ \Rightarrow \angle CEH = 45^\circ = \angle DEH - \angle CED$, тогда $\angle HCE = 45^\circ = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, $\angle CHE = 90^\circ$ по построению, тогда, если $\angle HCE = \angle CED = 45^\circ \to \triangle CEH$ – р/б, т.о. $CH = EH$.
7) $tg\alpha = \frac{CH}{AH} = \frac{CH}{AE + EH}$, но $EH = CH$: $tg\alpha = \frac{CH}{AE + CH} = \frac{2}{5}$ – для $\triangle AHC$ $5CH = 2AE + 2CH \Rightarrow CH = \frac{2}{3}AE = \frac{2}{3}\cdot 5x \Rightarrow$
$\Rightarrow CH = \frac{10}{3}x = EH$
8) по т. Пифагор. для $\triangle AHC$: $AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{3}x + 5x\right)^2 + \left(\frac{10}{3}x\right)^2} = \sqrt{\frac{725x^2}{9}} = \sqrt{\frac{25\cdot 29}{9}x^2} = \frac{5}{3}\sqrt{29}\,x$

№5. Продолжение решения:

т.о. $AD : AC = \sqrt{29}x : \frac{5}{3}\sqrt{29}x = \frac{\sqrt{29}x}{\frac{5}{3}\sqrt{29}x} = \frac{3}{5}$, т.о.

$AD : AC = 3 : 5$.

10) $S_{AED} = \frac{1}{2} AE \cdot ED = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 5x = 5x^2$

$AC = \frac{5}{3}\sqrt{29}x = \frac{5}{2}\sqrt{29} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$, т.о.:

$S_{AED} = 5x^2 = 5\left(\frac{3}{2}\right)^2 = 5 \cdot \frac{9}{4} = \frac{45}{4}$

Ответ: 1) $AD : AC = 3 : 5$; 2) $S_{AED} = \frac{45}{4}$.

№6. $\begin{cases} |3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6 \quad (1) \\ x^2 - 2x - 3y + y^2 \le 0 \quad (2) \end{cases}$

рассмотр. (2):

$x^2 - 2x - 3y + y^2 \le 0$; $x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 - 3y + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \le 0$,

$(x-1)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 \le \frac{13}{4}$ – это круг, у которого радиус $R = \frac{\sqrt{13}}{2}$, а его центр обладает координатами $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

(1): $|3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6$

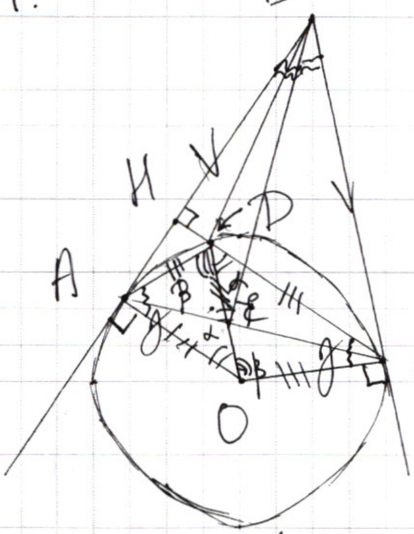
$6 - 3x - 2y = 3 \cdot 2 - 3x - 2y = 3(2 - x) - 2y$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4.



$\triangle ABC$: CH - высота

$R = 6$

$S_{ABD} = 15$

$AB : CH$ - ?

1) $AB = BC$ (отрезки, исходящие из одной точки и приходящие в точку касания с окружностью равны между собой.)

2) $\triangle ABC$ - р/б, т.к. $AB = BC \Rightarrow \angle BAC = \angle BCA$

3) $OC \perp BC$, $OA \perp AB$ (радиусы, приходящие в точку касания $\perp$ с отрезком)

4) $OC = OA = R$

5) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$

6) $S_{ABD} = \frac{1}{2} HD \cdot AB$ $\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{CH}{HD}$

7) $CH = CD + HD$

8) $HD \parallel AO$ (т.к. $\angle CHB = \angle OAB = 90^\circ$)

$HC \parallel AO$

9) $OD = OA = OC$ (радиус)

10) $\angle ODC = \angle AOD = \alpha$ (т.к. $HC \parallel AO$).

11) $\angle ODA = \angle COD = \beta$ (т.к. $HC \parallel AO$)

12) $\angle OAD = \angle OCD = \gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$

№4. Продолжение решения:

13) $\triangle AOD \sim \triangle ODC$ (по 2м углам):

$\angle ODC = \angle AOD = \alpha$

$\angle ODA = \angle COD = \beta$ $\Rightarrow \frac{AO}{\cancel{DC}} = \frac{AD}{OC} = \frac{HO}{OH} = 1$

OH – общ. сторона $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOD = \triangle ODC$:

$AO = DC = AD = OC = OH = R_2$

14) AOCD – ромб, т.к. $AD = DC = CO = AO$

по св-ву ромба, его диагонали делятся в одном соотношении, т.е. $\cancel{B}DE = EO$ и $AE = \cancel{AO}\ EC$, но $AE + EC = AC = 2AE \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т. E – серед. AC

15) проведем ~~BO~~ BE – медиану она придет в т. E

$AE = EC$, но BE – мед., выс. и бис., т.к. $\triangle ABC$ – р/б, но ~~BO~~ BE должен „ложиться" на прямую BO, т.к. $OA = OC$ – BO – также биссектр. и мед., а значит BE совпадает с BO

16) значит, т. E, т. B и т. O лежат на одной прямой, но т. E должна лежать на DO, т.к. DO – диагональ ромба, а значит, точки E, B, O, D – лежат на одной прямой

значит ~~CD = CH~~ $CD = HD$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{CH}{HD} = 2 \Rightarrow S_{ABC} = 2 \cdot 15 = 30$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

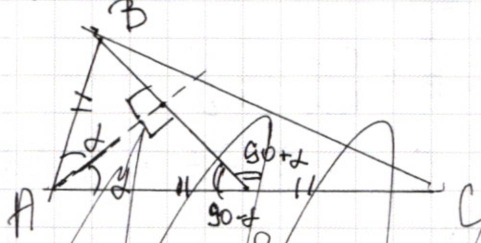
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4. N2.



должно выполняться, что $a=\frac{b}{2}$ или $b=\frac{c}{2}$ или $c=\frac{a}{2}$ или $c=\frac{b}{2}$ или $b=\frac{a}{2}$ или $a=\frac{c}{2}$ - 6в.

$\sum a_i = P = a+b+c = \frac{3}{2}a+b$, a и b $\cancel{\in \mathbb{R}}$ $\in N$

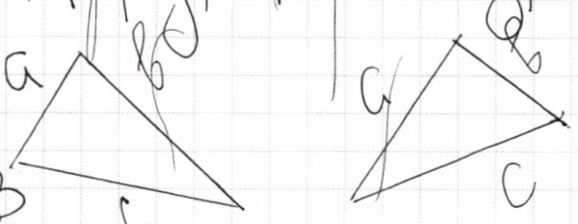
$300=\frac{3}{2}a+b$, $a \vdots 2$ и $a<200$ $a_{max}=198$

$a = 2, 4, 6 \dots, 198$

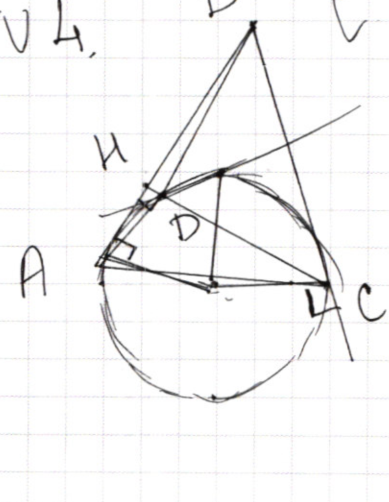
чисел от 1 до 200 - 200 чис. - нечет = 100

2, 4, 6, ..., 198, 200 - 100 чисел => 2, 4, 6, ..., 198 - 99 чис.

N6. $|3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6$



N4.



~~AB·AC~~ AB : CH

$S_{ABD} = HD \cdot AB \cdot \frac{1}{2}$

$S_{ABC} = CH \cdot AB \cdot \frac{1}{2}$

$\cos\beta$

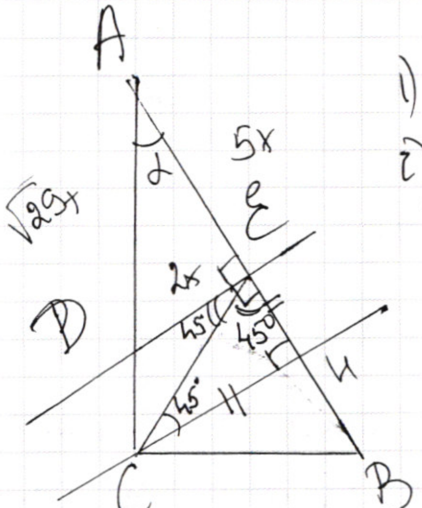
$\cos(180-\beta)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



1) $tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{29}\cdot 2}{5\sqrt{29}} = \frac{2}{5}$

2) $tg\alpha = \frac{DE}{AE} = \frac{2}{5}$, т.е. $DE = 2x$, $AE = 5x$

т.о. по т. Пиф.:

3) $AD = \sqrt{(2x)^2+(5x)^2} = \sqrt{4x^2+25x^2} = x\sqrt{29}$

4) $AB = \frac{29}{2}$

5) $tg\alpha = \frac{2}{5} = \frac{CH}{AH} = \frac{CH}{AE+CH} =$

$\Rightarrow 2AE + 2CH = 5CH \Rightarrow CH = \frac{2}{3}AE = \frac{2}{3}\cdot 5x = \frac{10}{3}x$

$AH = \frac{10}{3}x + 5x = \frac{10x+15x}{3} = \frac{25}{3}x$

$$\begin{array}{r|l} 725 & 25 \\ \underline{50} & 29 \\ 225 & \end{array}$$

по т. Пиф.:

$AC = \sqrt{\left(\frac{25}{3}x\right)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{625}{9}+\frac{100}{9}} = \sqrt{\frac{725}{9}} =$

$29\cdot 25 = (30-1)25 = 750 - 25 = 725$

$AC = \frac{5\sqrt{29}}{3}x$, т.о. $AD : AC$ как: $\frac{5\sqrt{29}}{3}x : \sqrt{29}x =$

$= \frac{5\sqrt{29}}{3\sqrt{29}} = \frac{5}{3}$.

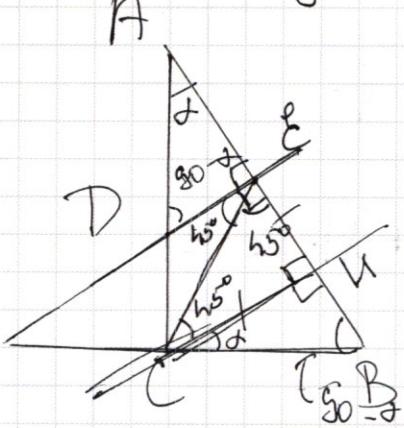
(1) :

$$|3x|+|2y|+|6-3x-2y|\geq 6$$

1. $x\geq 0,\ y\geq 0$

   $3x+2y+\dots$

2. $x\geq 0,\ y\leq 0$



$AD:AC$ – ?

S_{AED} – ?

$AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, $\angle CED=45^\circ$

$DE\perp AB$

$$AB=\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{29}}{2}\right)^2+(\sqrt{29})^2}=$$

$$=\sqrt{29}\cdot\sqrt{\frac{25}{4}+1}=\sqrt{29}\cdot\frac{\sqrt{29}}{2}=\frac{29}{2}$$

$AD+DC=AC$ $\quad 90+\alpha \quad 180-90-\alpha-45=45-\alpha$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{BC}{AC}=\frac{5\sqrt{29}}{2\cdot\sqrt{29}}=\frac{5}{2}=\frac{ED}{AE}=\frac{CH}{HE+AE}$$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2x=\sqrt{x}\cdot\sqrt{y} \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{y})^2-2(\sqrt{x})^2=\sqrt{x}\cdot\sqrt{y} \\ 2(\sqrt{y})^2+x^2=9 \end{cases}$$

$(\sqrt{y}-\sqrt{x})^2=$

$(\sqrt{y}-\sqrt{x})^2$

$$\left(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2=y-\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{yx}+\frac{1}{4}x=y-\sqrt{yx}+\frac{x}{4}$$

$$\begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1. $\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \begin{matrix}(1)\\(2)\end{matrix} \leq 0$

(1): $(x-1)^2+4-4|x-1| = |x-1|^2+4-4|x-1| =$
$= (|x-1|-2)^2$

(2): $4x^2-12x+|x|\cdot|x-3| = 4x(x-3)+|x|\cdot|x-3|$

если $x>3$, то:

$|x-3|\cdot(4x+|x|) = (x-3)\cdot 5x$

N3.

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$

$x^2+2y \quad (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 = x+y-2\sqrt{xy}$

$y+x-\sqrt{xy}-\sqrt{xy}-3x+\sqrt{xy}=0$

x^2-

$(x-y)^2 = x^2-2xy+y^2$

$y = \frac{9-x^2}{2}$

$\frac{9-x^2}{2}-2x = \sqrt{x\cdot\frac{9-x^2}{2}}$

$(\sqrt{y}-\sqrt{2x})^2 = y-2\sqrt{2xy}+2x = \sqrt{xy}$

N5.

$3\cdot\frac{1}{2}\cdot 32 \quad 1\cdot 2\cdot\frac{3}{2}$

$x^2-2x-3y+y^2\leq 0$

$(x^2-2x+1)-1+y^2-3y+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\leq 0$

$(x-1)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2\leq\left(\frac{3}{2}\right)^2+1 = \frac{9}{4}+1 = \frac{13}{4}$

— круг

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \quad + \quad x^2-2x+3y=9+\sqrt{xy}$$

$$x^2-2x+1-4+3y=~~10~~9+\sqrt{xy}$$

$$\left(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2=y+\frac{1}{4}x-\sqrt{xy}$$

$$\left(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2-\frac{1}{4}x-2x=0 \quad \left(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2-\frac{9}{4}x=0$$

$$\left(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)^2=0 \Rightarrow \left(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}-\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}+\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)=0$$

$$\left(\sqrt{y}-2\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{y}+\sqrt{x}\right)=0$$

≥ 0 $=0$ при $y=0, x=0$

$$\sqrt{y}=2\sqrt{x}$$

$y=4x$, $y>0, x>0$ - одновр.

$$x^2+4x-9=0$$

$$(x+2)^2-13=0 \Rightarrow (x+2)^2=13 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x+2=\pm\sqrt{13} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{13}-2 \\ x=-\sqrt{13}-2 \text{ - не подх.} \end{array}\right.$

$$x=\sqrt{13}-2 \Rightarrow y=4\sqrt{13}-8$$

$y=0$, $x=0$ - не удовл.

$$y+\sqrt{xy}-2\sqrt{xy}-2x=0$$

$$4\sqrt{13}-8-2\sqrt{13}+4=\sqrt{4\cdot(\sqrt{13}-2)(\sqrt{13}-2)}=\sqrt{4(\sqrt{13}-2)^2}$$

$$2\sqrt{13}-4=\sqrt{4(13-4\sqrt{13}+4)}$$

$$2\sqrt{13}-4=2\left|\sqrt{13}-2\right|$$

$2(\sqrt{13}-2)=2\sqrt{13}-2$ - верно $\sqrt{13}>2$

$$8(\sqrt{13}-2)+(\sqrt{13}-2)^2=9$$

$$8\sqrt{13}-16+13+4-4\sqrt{13}=9$$

$$y=4x$$

$$x^2+8x-9=0 \Rightarrow x^2+9x-x-9=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(x-9)+1(x-9)=0 \Rightarrow (x+1)(x-9)=0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=9 \\ x=-1 \text{ - не подх.} \end{array}\right.$

$$~~x^2-9x~~ \quad x(x+9)-1(x+9)=0$$

$$(x+9)(x-1)=0$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

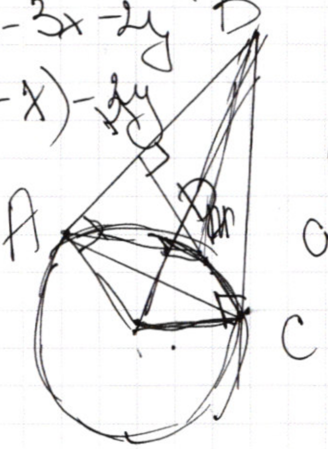
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3\cdot 2-3x-2y$

$3(2-x)-2y$

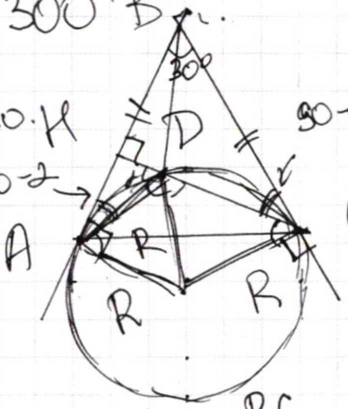


$3a+b=300$ В ...

$a<100$

$a\geq 1$ т.о. Н

$a=99$ хотисы



$AB : CH$ ...

$S_{ABD}=15$

$R=6$

$90-\alpha$

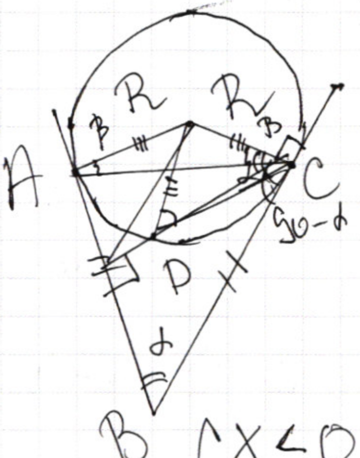
$\alpha=60^0$

$HC=\frac{BC}{2}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^2+1=$

$=\frac{9}{4}+1=$

$=\frac{13}{4}$



$(|x-1|-2)^2\geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x(x-3)+\underbrace{|x|\cdot|x-3|}_{\geq 0}<0$

$x=0$ — +

0 3

$x=3$ — + +

$\begin{cases} x<0, \text{то} \\ 4x(x-3)+x(x-3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ 5x(x-3)<0 \end{cases}$

+ — + (0, 3)

$\varnothing$

$6-3x-2y$ $\quad 2\cdot 3(1-x)-2y$

$x=\frac{4}{3}$ $\quad y=4/3$ $\quad 6-4-\frac{8}{3}$

$\begin{cases} x\geq 0 \\ x<3 \end{cases}$ $\quad 4x(x-3)-x(x-3)<0$

$3x(x-3)<0$

$\frac{100}{3}+5x=$

$=\frac{25}{3}x$

$\frac{625}{9}$ $\quad \frac{100}{9}$

$x\in[0;+3)$

+ — + (0, 3)

$x\in(0;3)$

$x\geq 3$

ОДЗ: x при $x=0$, то. $0<0$

при $x=3$, то $0<0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)