МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) a; b; c; d, где d - 4 член геом. прогрессии, тогда

$a = k^0 \cdot a$; $b = k^1 a$; $c = k^2 a$; $d = k^3 a$, где $a \neq 0, k \neq 0$

2) $\begin{cases} a\neq 0 \\ k \neq 0 \\ ax^2+2bx+c=0 \end{cases}$; $\begin{cases} a\neq 0 \\ k \neq 0 \\ ax^2+2kax+k^2a=0 \end{cases}$,

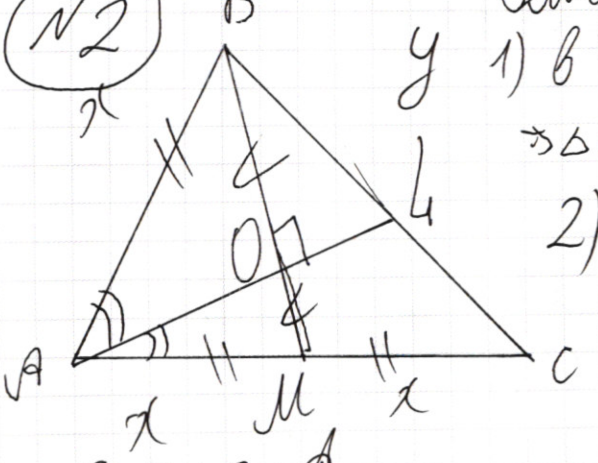
$\begin{cases} a(x^2+2kx+k^2)=0 \\ a\neq 0 \\ k \neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} a(x+k)^2=0 \\ a\neq 0 \\ k \neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=0 \\ x=-k \end{array} \right. \\ a\neq 0 \\ k \neq 0 \end{cases}$,

$x=-k$, т.е. $d=-k$, т.е. $\begin{cases} a\neq 0 \\ k \neq 0 \\ k^3 a = -k \end{cases}$; $\begin{cases} a\neq 0 \\ k \neq 0 \\ k^3 a + k = 0 \end{cases}$;

$\begin{cases} k(k^2 a+1)=0 \\ a\neq 0 \\ k \neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} k=0 \\ k^2a=-1 \end{array} \right. \\ a\neq 0 \\ k \neq 0 \end{cases}$; $k^2a=-1$, т.е. $k^2 a = c = -1$.

Ответ: -1.

№2



Решение:

1) в $\triangle ABM$: AO - биссектриса и высота $\Rightarrow$ $\triangle ABM$ - р/б с осн. BM, т.о. $AB = AM = x$.

2) $BC = y$

3) Для треуг. верно: $\begin{cases} BC < AB + AC \\ AC < AB + BC \\ AB < BC + AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 3x \\ 2x < x+y \\ x < 2x+y \ (+) \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y < 3x \\ x < y \end{cases} \Leftrightarrow x < y < 3x \mid \cdot 3$; $1200 = 3x + y \Rightarrow 3x = 1200 - y$ $\Rightarrow 1200 - y < 3y < 3600 - 3y \Leftrightarrow \begin{cases} 1200-y<3y \\ 3y<3600-3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 300<y<600 \end{cases}$ см на 6 стр.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

№3

$$1)\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2-4x+2 \quad +y^2-4y+4=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y-2)-2(x-1)=\sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-2)-2(x-1)=\sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$$

Пусть $(y-2)=a$; $(x-1)=b$, то $\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 2b^2+a^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2b)^2=ab \\ 2b^2+a^2=3 \\ a-2b\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+4b^2-4ab-ab=0 \\ 2b^2+a^2=3 \\ a\geq 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0 \ (1) \\ a^2+2b^2=3 \\ a\geq 2b \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=4b \\ a=b \end{array}\right. \\ a^2+2b^2=3 \\ a\geq 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4b \\ a^2+2b^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4b \\ 18b^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4b \\ |b|=\sqrt{\frac{1}{6}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=4b \\ b=\pm\frac{1}{\sqrt{6}} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=\frac{2\sqrt{6}}{3} \\ b=\frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases} \\ \begin{cases} a=-\frac{2\sqrt{6}}{3} \\ b=-\frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases} \end{array}\right.$$

$(1)\ a^2-5ab+4b^2=0$ (как квадратное, относительно a)

$$D=25b^2-4\cdot 4b^2=(3b)^2$$

$$a_{1,2}=\frac{5b\pm\sqrt{(3b)^2}}{2};\ a_{1,2}=\frac{5b\pm|3b|}{2},\ a_1=4b,\ a_2=b$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

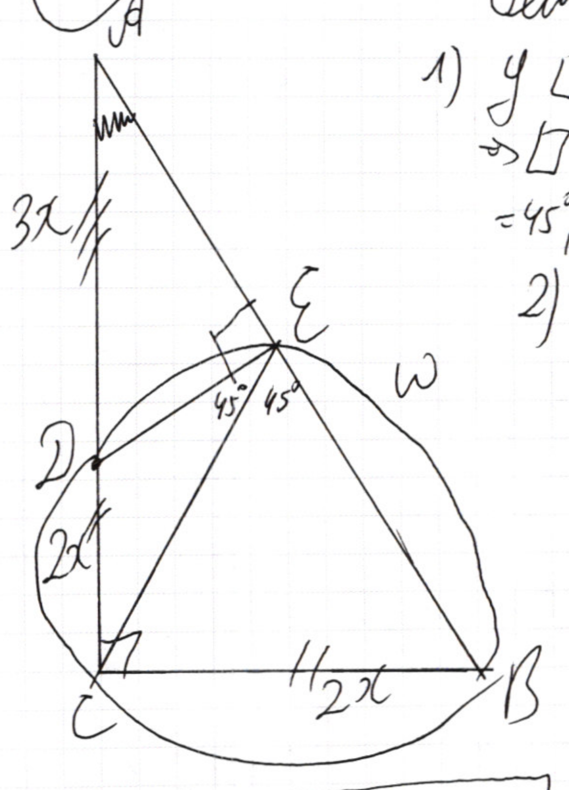
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) При $\begin{cases} a = \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ b = \frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases}$; $\begin{cases} y-2 = \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ x-1 = \frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6+2\sqrt{6}}{3} \\ x = \frac{6+\sqrt{6}}{6} \end{cases}$

При $\begin{cases} a = \frac{-2\sqrt{6}}{3} \\ b = -\frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases}$ $\begin{cases} y-2 = \frac{-2\sqrt{6}}{3} \\ x-1 = -\frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6-2\sqrt{6}}{3} \\ x = \frac{6-\sqrt{6}}{6} \end{cases}$

Ответ: $\left(\frac{6+\sqrt{6}}{6}; \frac{6+2\sqrt{6}}{3}\right); \left(\frac{6-\sqrt{6}}{6}; \frac{6-2\sqrt{6}}{3}\right)$.

№4



Решение: $AD = 3x$; $DC = 2x$;

1) У □ $CDEB$: $\angle E + \angle C = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow$ □ $CDEB$ - впис. в ω, тогда т.к. $\angle DEC = 45°$, то $\angle CEB = 90° - 45° = 45°$;

2) $\left.\begin{matrix}\angle DEC, \angle CEB \text{ - впис. в } \omega \\ \angle DEC = \angle CEB\end{matrix}\right\} \Rightarrow$
$\Rightarrow CB = CD = 2x$

3) $tg(\angle BAC) = \frac{CB}{AC} = \frac{2x}{5x} = 0{,}4$;

4) $AC = \sqrt{29}$;

5) $AB = \sqrt{25x^2 + 4x^2} = \sqrt{29}x$;

6) $\triangle AED \sim \triangle ACB \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{ED}{CB} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow$

$\Rightarrow$

$$\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB} \Leftrightarrow \frac{AE}{5x}=\frac{3x}{\sqrt{29}x} \Leftrightarrow AE=\frac{15\sqrt{29}}{29}x;$$

$$EB=AB-AE=\sqrt{29}x-\frac{15\sqrt{29}}{29}x=\frac{14}{\sqrt{29}}x;$$

$$\frac{AD}{AB}=\frac{ED}{CB} \Leftrightarrow \frac{3x}{\sqrt{29}x}=\frac{ED}{2x} \Leftrightarrow \boxed{ED=\frac{6}{\sqrt{29}}x}$$

2) $ctg(\angle EAC)=\frac{1}{0,4}=2,5$, то

$\sin^2(\angle)+\cos^2(\angle)=1 \Leftrightarrow \begin{cases}1+ctg^2(\angle)=\frac{1}{\sin^2(\angle)}\\ \sin(\angle)\neq 0\end{cases}$, то

$1+6,25=\frac{1}{\sin^2(\angle EAC)} \Leftrightarrow \sin^2(\angle EAC)=\frac{1}{7,25} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |\sin(\angle EAC)|=\sqrt{\frac{1}{\frac{29}{4}}}=\frac{2}{\sqrt{29}}$, а т.к.

$\angle EDC$ – остр., то $\sin(\angle EAC)=\frac{2}{\sqrt{29}}$;

$\angle CDE=\angle EAC+90^\circ$

$\sin(\angle CDE)=\sin(\angle EAC+90^\circ)=\sin(\angle EAC)\underbrace{\cos(90^\circ)}_{=0}+$

$+\cos(\angle EAC)\sin(90^\circ)=\cos(\angle EAC)=\sqrt{\frac{29-4}{29}}=\frac{5}{\sqrt{29}}$;

Тогда $S_{\triangle CED}=\frac{1}{2}\cdot\sin(\angle CED)\cdot DE\cdot CD=$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}\cdot\frac{6}{\sqrt{29}}x\cdot 2x=\frac{30}{\sqrt{29}}x$, а $x=\frac{1}{5}\cdot\sqrt{29}$, то

$S=\frac{30\sqrt{29}}{5\sqrt{29}}=6.$

Ответ: 6.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

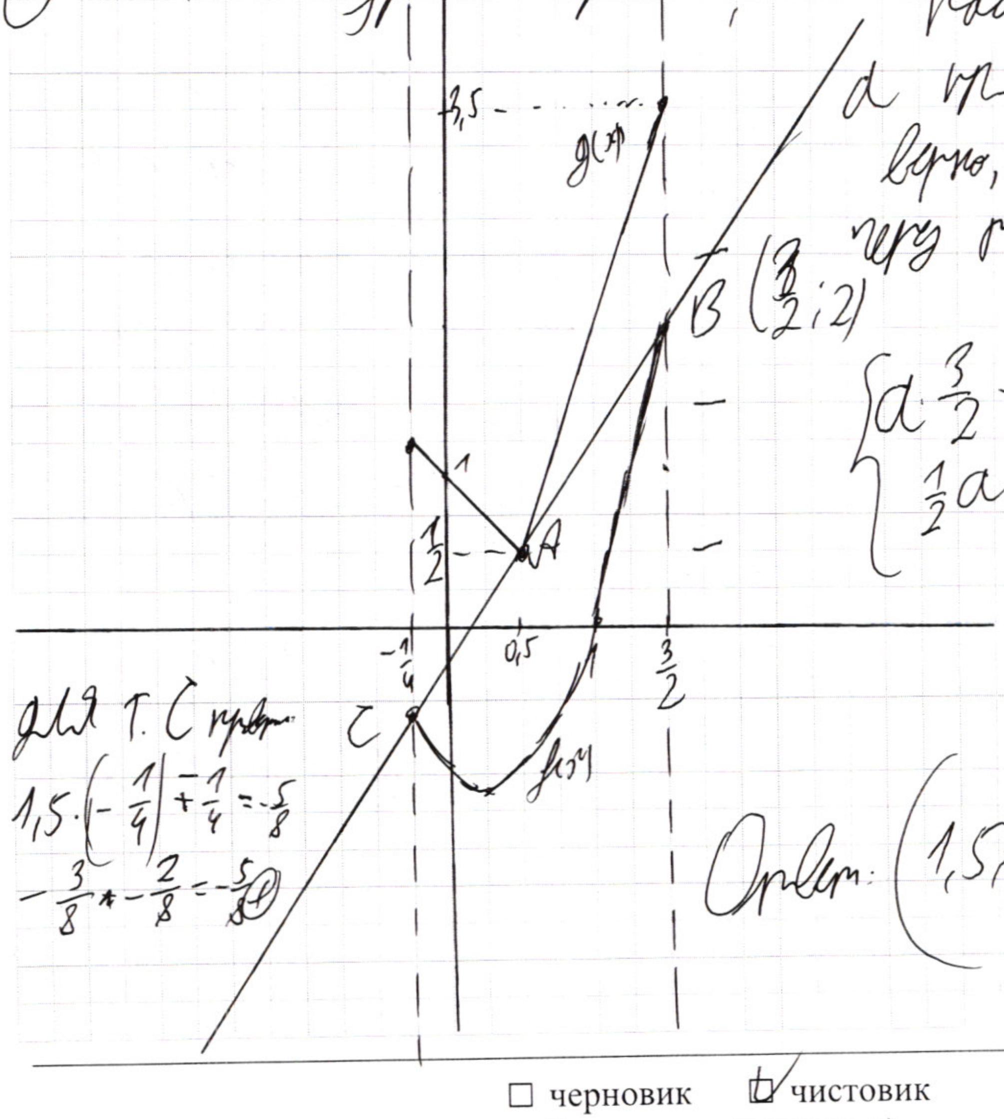
$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x - 1|$

1) $2x^2 - x - 1 = f(x)$; $x_в = \frac{1}{4}$; $y_в = -1\frac{1}{8}$; $f(1{,}5) = 2 \cdot 2{,}25 - 2{,}5 = 2$; $f(-\frac{1}{4}) = 2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{8}$

2) $x + |2x - 1| = g(x)$; $x \ge 0{,}5$: $3x - 1$; $x \le 0{,}5$: $1 - x$,

$g(0{,}5) = 0{,}5$; $g(-\frac{1}{4}) = 1{,}25$; $g(1{,}5) = 3{,}5$

3) $ax + b$ – ~~от~~ уравнение прямой



тогда единственное расположение прямой а будет верно, если она проходит через точки A B C, то

$\begin{cases} a\frac{3}{2} + b = 2 \\ \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1{,}5 \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases}$

для т. C прав.

$1{,}5 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} = -\frac{5}{8}$

$-\frac{3}{8} - \frac{2}{8} = -\frac{5}{8}$ (+)

Ответ: $(1{,}5; 0{,}25)$

№2

$300 < y < 600$; $-600 < -y < -300$ $|+1200$ $\Leftrightarrow$

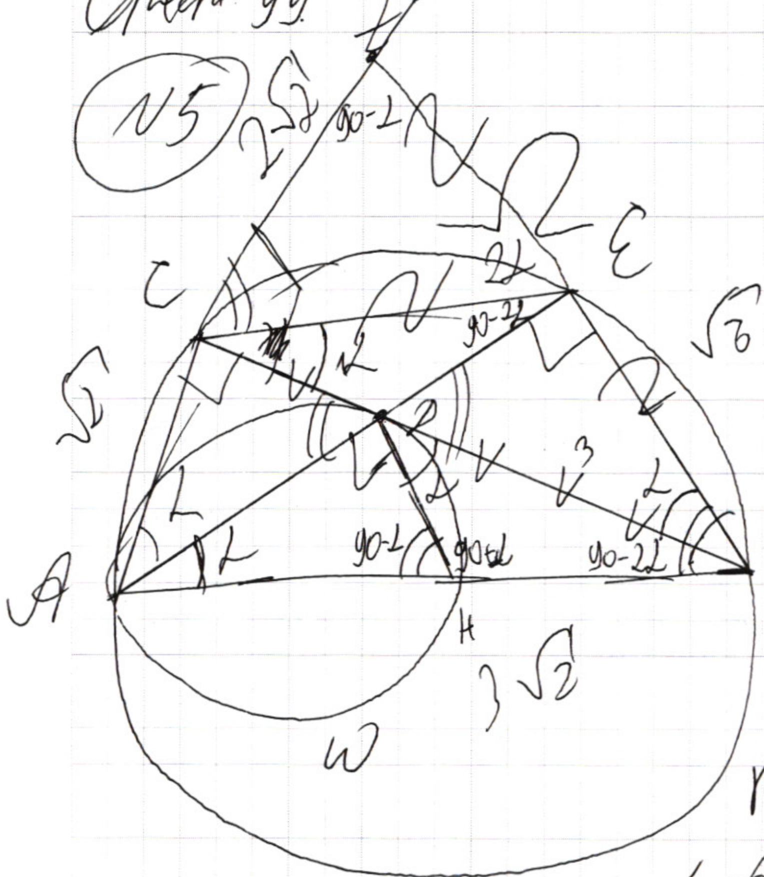
$\Leftrightarrow 600 < 1200 - y < 900 \Leftrightarrow 600 < 3x < 900 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 200 < x < 300$, то всего таких x $300 - 200 - 1 =$

$= 99$ штук

Ответ: 99.

№5



Решение:

1) $\omega \cap AB = H$, тогда AH — диаметр ω

2) $\angle ADH = 90°$, т.к. опир. на диам AH и впис. в ω;

3) CB — касательная к ω, тогда ~~...~~

~~4)~~ Так по Т.О угле между касательной и хордой:

$\angle AHD = \angle ADC = \angle EDB$

4) $\angle CAD = \angle DAH$, то $CE = EB$;

5) Пусть $AB = a$, то т.к. AE — бис, то $AC = \frac{1}{3}a$, то

для $\triangle ACB$: $a^2 = \frac{1}{9}a^2 + CB^2 \Leftrightarrow \frac{8}{9}a^2 = 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 = 9 \cdot 2 \Leftrightarrow a = 3\sqrt{2}$;

□ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

6) $AH = b$, ~~где~~ AH – диаметр ω;

7) $HB = AB - AH = a - b$;

8) по по т. о касательной и секущей $BD^2 = BH \cdot BA$;

$9 = a(a-b) \Leftrightarrow 3 = 3\sqrt{2}(3\sqrt{2} - b) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3 = 6 - \sqrt{2}b \Leftrightarrow b = \frac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow b = \frac{3\sqrt{2}}{2}$;

9) Тогда радиус $\omega = \frac{3\sqrt{2}}{4}$;

радиус $\Omega = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

10) $AC = \sqrt{AB^2 - CB^2} = \sqrt{18-16} = \sqrt{2}$;

~~11) $AC \cap BE = Z$; $ZE = EB = a$, т.к. $\angle AZB = 90° - \alpha =$~~
~~$= \angle ABZ$, $CZ = b$;~~
~~$b^2 = 4a^2 - 16$;~~
~~$CZ \cdot ZA = ZE \cdot ZB \Leftrightarrow b \cdot (b + \sqrt{2}) = a \cdot 2a \Leftrightarrow$~~
~~$\Leftrightarrow b(b+\sqrt{2}) = 2a^2 \Leftrightarrow$~~

11) $AC \cap BE = Z$, $\angle AZB = 90° - \alpha \Rightarrow \triangle AZB$ – р/б

с осн. ZB; $AZ = AB = 3\sqrt{2} \Rightarrow CZ = 2\sqrt{2}$

$ZB = \sqrt{16+8} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$, то

$CE = 2\sqrt{6} : 2 = \sqrt{6}$;

то $p_{ACEB} = \dfrac{2\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{2} = \sqrt{6}+2\sqrt{2}$;

$S_{ACEB} = \sqrt{(\sqrt{6}+2\sqrt{2}-\sqrt{6})^2((\sqrt{6}+2\sqrt{2})-\sqrt{2})(\sqrt{6}+2\sqrt{2}-3\sqrt{2})} =$

$= \sqrt{8(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} = \sqrt{8(6-2)} =$

$= \sqrt{8 \cdot 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

Ответ: 1) $r_\omega = \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$ $r_\Omega = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

2) $S = 4\sqrt{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(2) = f(1) + f(2) \Rightarrow f(1) = 0$

№7

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f(p) = \left[\frac{p}{2}\right] = \frac{p-1}{2}$

- если простое

19; 17; 13; 11; 7; 3; ~~2~~

9 8 6 5 3 1 1 (n)

$f\left(\frac{1}{21}\right) = f\left(\frac{1}{7}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right)$

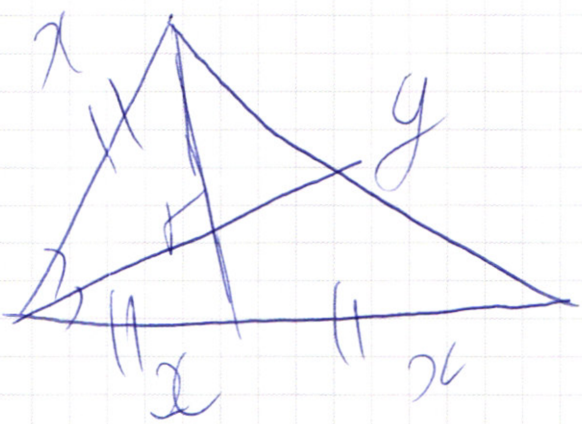
$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$

~~2 = 2 cos~~ $\sin(\alpha+\beta) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right.$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$

$\sin(\alpha+\beta) = \cos\left(\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\beta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cos(\beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin(\beta) =$

$= \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$



$y < 3x$

$2x < x+y$

$x < 2x+y$

$3x+y=1200$

$3x = 1200-y$

$x < y < 3x$

$3x < 3y < 9x$

$1200-y < 3y < 3600-3y$

$1200-y < 3y < \Rightarrow 300 < y$

$y < 600.$

№3

$y-2x=\sqrt{xy-2x+2-y}$

$y-2x=\sqrt{(y-2)x-(y-2)}$ $\quad a-2b$

$\boxed{y-2x=\sqrt{(y-2)(x-1)}}$; $(y-2)-2(x-1)$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$2x^2-4x+y^2-4y+3=0$

$2x^2-4x+2+y^2-2y\cdot 2+4-3=0$

$\boxed{2(x-1)^2+(y-2)^2=3}$

$y-2=a$; $x-1=b$

$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 2b^2+a^2=3 \end{cases}$ $\quad (a-2b)^2=ab$

$a^2+4b^2-4ab=ab$

$4b^2-5ab+a^2=0$

$2b^2-5ab+3>0$

$D=25a^2-4\cdot 2\cdot 3=25a^2-24$;

$D=25a^2-16a^2=(3a)^2$;

$x_{1,2}=\frac{+5a\pm 3a}{8}$; $x_1=a$; $x_2=\frac{1}{4}a$;

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$a \quad b \quad c \quad d$

$a \quad ka \quad k^2a \quad k^3a$

$k^4 a = -k$

$k^6a^2 = k^2a\cdot(-k)$

$(k^3a+1)k=0$

$a = -\frac{1}{k^3}$

$ax^2+2bx+c=0$; $D = 4b^2$

$a(x-k^3a)(x-y)$

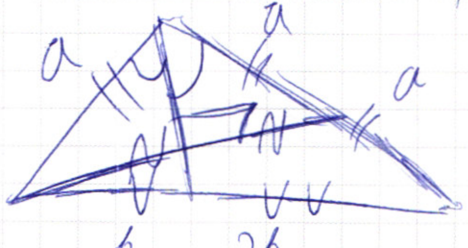
$ax^2+2kax+k^2a=0$; $a\neq 0$

$a(x^2+2kx+k^2)=0$;

$a(x+k)^2=0 \Rightarrow x=-k$, то $a \quad ka \quad k^2a \quad -k$.

№2

1) $\frac{1200}{3} = a+b \Rightarrow \boxed{a+b=400;}$



2) $\begin{cases} 3b<3a \\ 2a<a+3b \\ a<2a+3b \end{cases}$ $\begin{cases} b<a \\ a<3b \\ -a<3b \end{cases}$

$a \quad b \quad c \quad d$

$a \quad ka \quad k^2a \quad k^3a$

I II III IV

$ax^2+2kax+k^2a=0$

$a(x+k)^2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ x=-k \end{array}\right.$ / $k^3a=-k \Rightarrow k(k^2a+1)=0$

$\left[\begin{array}{l} k=0 \\ k^2a=-1 \end{array}\right.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№6

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x - 1|$

① $2x^2 - x - 1$; $x_в = \frac{1}{4} = 0{,}25$;

~~2·0,25 + 0,25 − 1 =~~

$= 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 =$

$= \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - 1 = -1\frac{1}{8}$

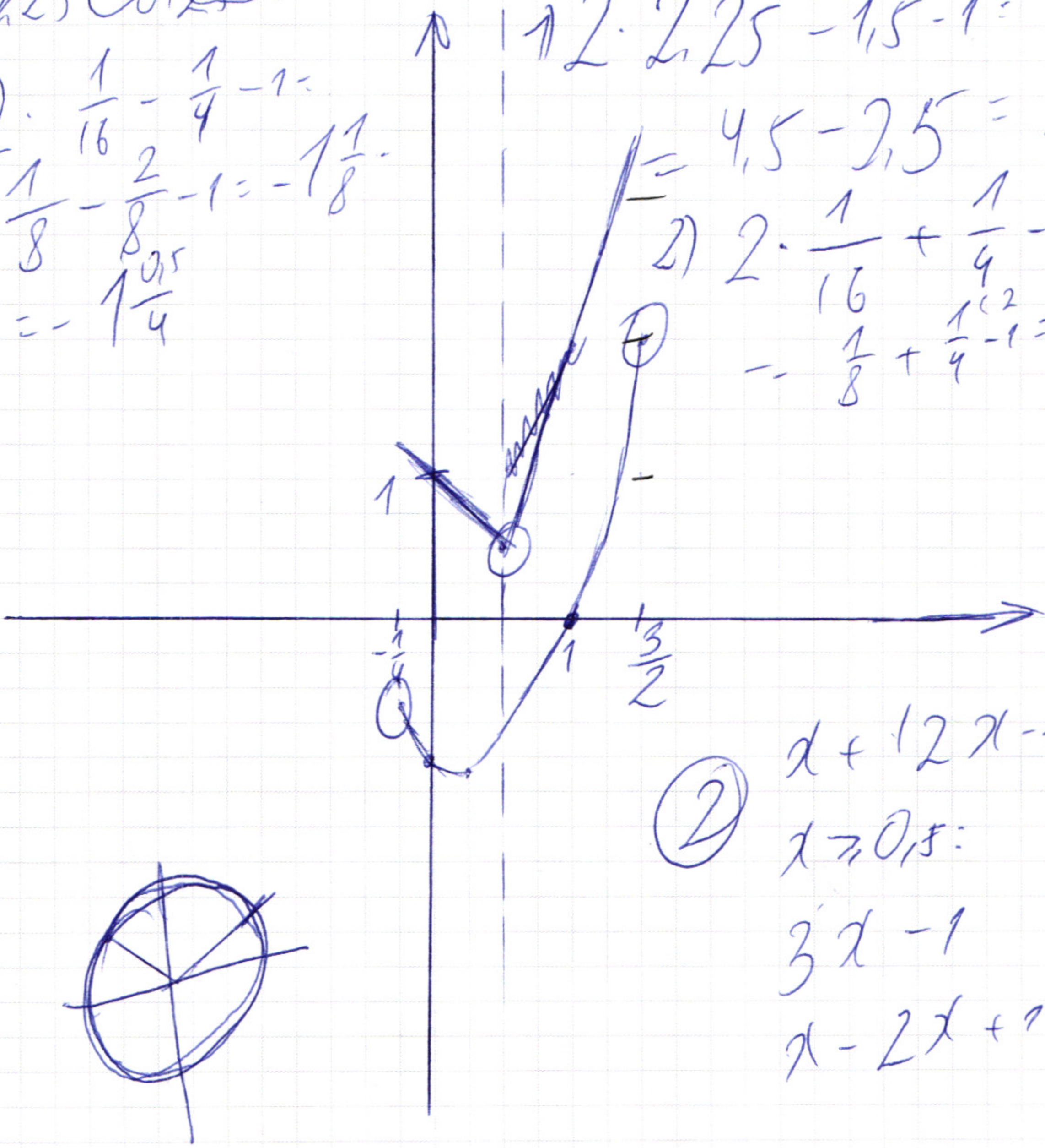
$= -1\frac{0{,}5}{4}$

1) $2 \cdot 2{,}25 - 1{,}5 - 1 =$

$= 4{,}5 - 2{,}5 = 2$

2) $2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 =$

$= \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{-5}{8} = -\frac{2{,}5}{4}$



② $x + |2x - 1|$

$x \ge 0{,}5$:

$3x - 1$

$x - 2x + 1 = -x + 1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

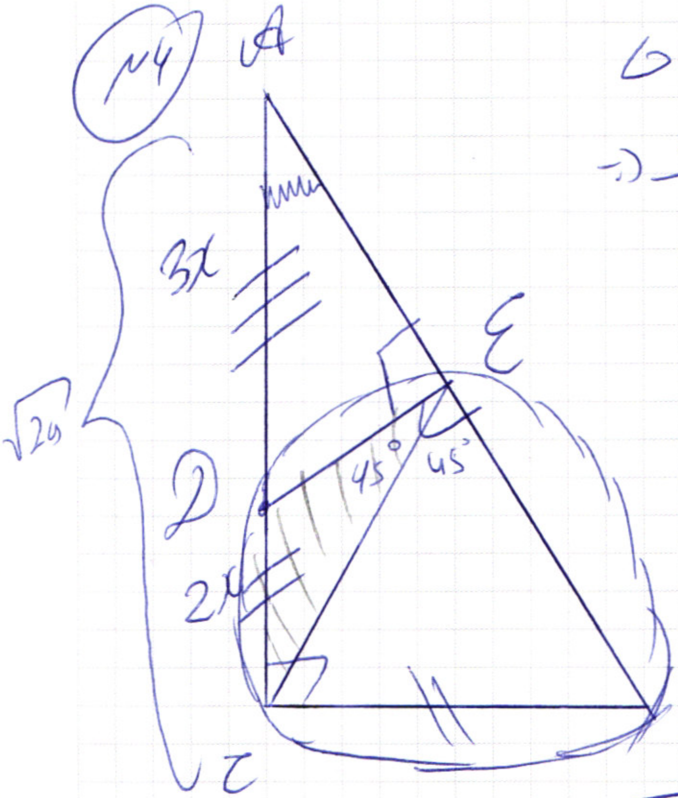
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



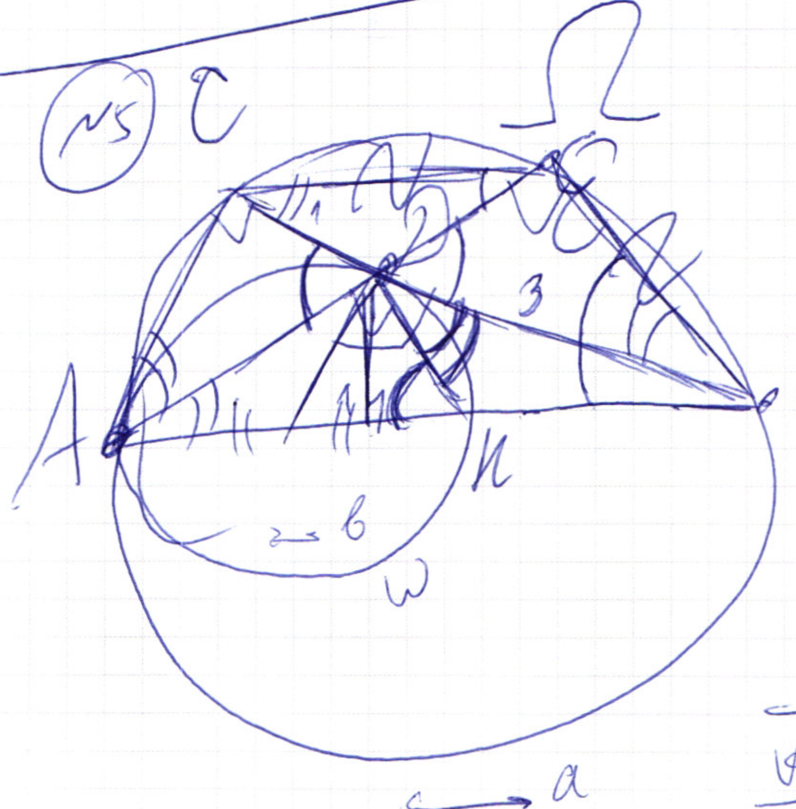
$\triangle AED \sim \triangle ACB \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AE}{\cancel{AC}\ 5x} = \frac{ED}{CB} = \frac{\cancel{AD}\ 3x}{AB}$

$\frac{AE}{5x} = \frac{3x}{AB} \Leftrightarrow AE \cdot AB = 15x^2$

$S_{\triangle CDEB} = \dots$

$\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}h \cdot c =$



$BD^2 = BH \cdot BA$

$9 = BH \cdot BA$

$9 = a(a-b)$

$\boxed{a^2 - ab - 9 = 0}$

ED

$ED \cdot AD = 3$

$\frac{AD}{\cancel{AH}\ b} = \frac{\cancel{CD}}{DH} \Leftrightarrow b = AD \cdot DH$

$b =$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)