МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

a, b, c – члены геометрической прогрессии, тогда справедливо

$a \cdot c = b^2$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$D = (2b)^2 - 4 \cdot a \cdot c = 4b^2 - 4ac = 4b^2 - 4b^2 = 0$

$x = \dfrac{-2b}{2a} = -\dfrac{b}{a}$

тогда прогрессия такова:

$a, b, c, -\dfrac{b}{a}$

$b = a \cdot q$

$-\dfrac{b}{a} = -q$

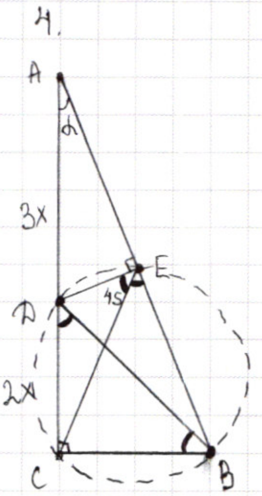
$-\dfrac{b}{a} = q \cdot c$

$-q = q \cdot c$

$c = -\dfrac{q}{q} = -1$

Ответ: -1

4.



а) $\angle C = 90^\circ$, $\angle DEA = 90^\circ$, $\angle CED = 45^\circ$

$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$, тогда пусть $AD = 3x$, тогда $AC = 5x$.
$DC = 2x$

1) Рассмотрим четырехугольник DEBC

$\angle DEB = 90^\circ = \angle DCB \Rightarrow \angle EDC + \angle EBC = 180^\circ$

значит вокруг DEBC можно описать окружность

$\angle DEC$ опирается на дугу CD, как и $\angle DBC$, значит

$\angle DBC = \angle DEC = 45^\circ$

2) Рассмотрим $\triangle DBC$:

$\angle C = 90^\circ$, $\angle DBC = 45^\circ \Rightarrow \angle CDB = 45^\circ \Rightarrow \triangle DBC$ – равнобедренный, значит

$DC = BC = 2x$

Пуст $\angle BAC = \alpha$, $tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$

а) Ответ: $\frac{2}{5}$

б) $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$; $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha = \frac{tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^2}{1+\left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{4}{29}$

$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{29}}$

$AD = \frac{3}{5}AC = \frac{3}{5}\sqrt{29}$

$DE = AD\sin\alpha = \frac{3}{5}\sqrt{29}\cdot\frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$

$DC = \frac{2}{5}AC = \frac{2\sqrt{29}}{5}$

теорема косинусов: $DC^2 = DE^2 + CE^2 - 2DE\cdot CE\cos 45^\circ$, пусть $CE = y$, тогда

$\frac{4}{25}\cdot 29 = \frac{36}{25} + y^2 - \frac{12}{5}y\frac{\sqrt{2}}{2}$

$y^2 - \frac{12\sqrt{2}}{10} - \frac{80}{25} = 0$

$5y^2 - 6\sqrt{2} - 16 = 0$

$D = (6\sqrt{2})^2 + 16\cdot 4\cdot 5 = 72 + 320 = 392 = 196\cdot 2 = 14^2\cdot 2$

см. след. стр №3

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.

$$y = \frac{6\sqrt{2} \pm 14\sqrt{2}}{2 \cdot 5}$$

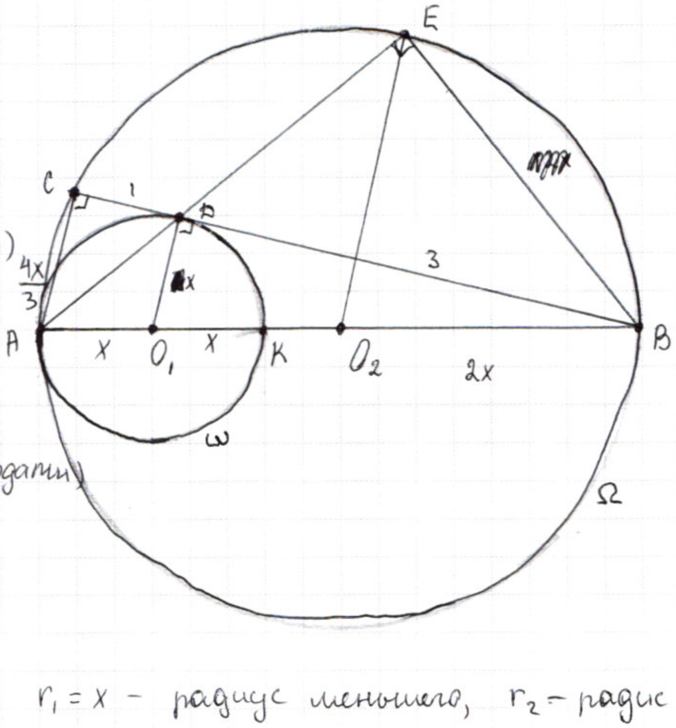
$$y = \frac{6\sqrt{2} + 14\sqrt{2}}{10} = 2\sqrt{2} = CE$$

$$S_{DEC} = \frac{DE \cdot EC \sin 45^\circ}{2}$$

$$S_{DEC} = \frac{\frac{6}{5} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{6}{5}$$

Ответ: $\frac{6}{5}$

5.



$BD = 3$
$CD = 1$

$\begin{cases} O_1D \perp BC \ (\text{радиус} \perp \text{касательной}) \\ AC \perp BC \ (\angle ACD \text{ опирается на диаметр}) \end{cases}$

$O_1D \parallel AC \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle O_1BD$

пусть $O_1D = x$, тогда $AC = \frac{4x}{3}$

$\triangle ACD \sim \triangle BDE$ (образованы 2-мя хордами) тогда

$AD \cdot DE = 1 \cdot 3$

т.к. $\triangle ABC \sim \triangle O_1BD$

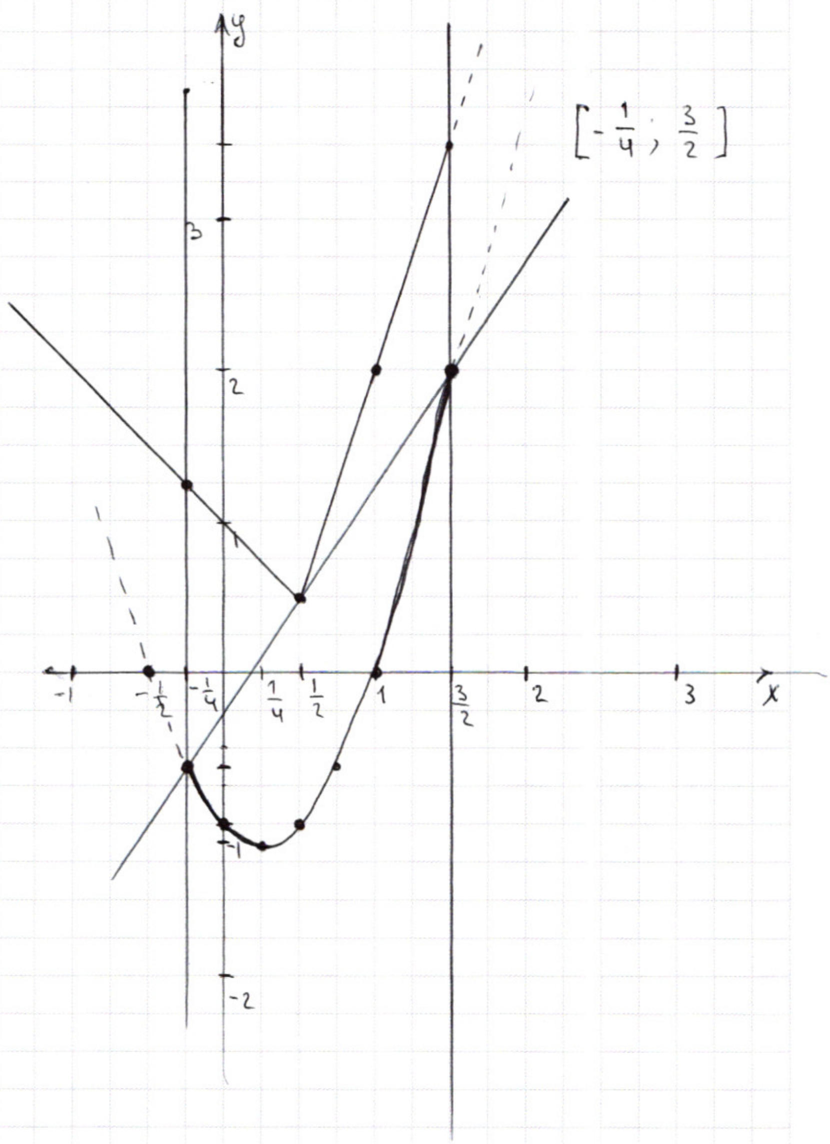
$\frac{BD}{BC} = \frac{3}{4} = \frac{BO_1}{BA} = \frac{2r_2 - r_1}{2r_2}$, где $r_1 = x$ – радиус меньшего, r_2 – радиус Ω

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$; $r_2 = 2x$, значит точки K и O_2 совпадают

см. след. стр. № 5

6.

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x-1|$



$\left[-\frac{1}{4};\ \frac{3}{2}\right]$

построим графики функций

$f(x) = 2x^2 - x - 1$

$x_0 = \frac{1}{4}$

$y_0 = -\frac{9}{8}$

$x_1 = 1$
$x_2 = -\frac{1}{2}$

$f\left(\frac{3}{2}\right) = 2$

$f\left(-\frac{1}{4}\right) = -5/8$

$g(x) = x + |2x-1|$

при $2x - 1 \geq 0$
$x \geq \frac{1}{2}$

$g(x) = 3x - 1$

при $x < \frac{1}{2}$

$g(x) = 1 - x$

$g\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4}$

$g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{7}{2}$

Из графика видно, что для выполнения обоих условий, прямая вида $ax + b$ только одна

$$\begin{cases} \frac{3}{2}a + b = 2 \\ \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4}a + b = -\frac{5}{8} \end{cases}$$

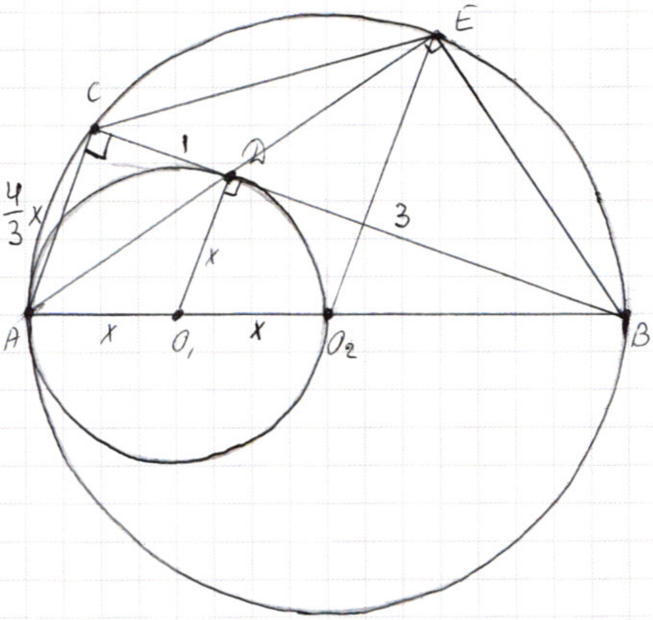
$a = \frac{3}{2}$; $b = -\frac{1}{4}$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

Ответ: $\left(\frac{3}{2};\ -\frac{1}{4}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5



$\triangle ABC$:

$4^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2 = (4x)^2$

$\left(16 - \frac{16}{9}\right)x^2 = 16$

$\frac{16 \cdot 8}{9} x^2 = 16$

$x^2 = \frac{9}{8}$

$r_1 = x = \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

$r_2 = 2x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$S_{ABC} = \frac{4 \cdot \frac{4}{3}x}{2} = \frac{8}{3}x = \frac{8}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ и $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ – радиусы окружностей

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

a, b, c – члены геометрической прогрессии, тогда справедливо:

$ac = b^2$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$D = (2b)^2 - 4a \cdot c = 4b^2 - 4ac = 4b^2 - 4b^2 = 0$

$x = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$

тогда прогрессия такова:

$a, b, c, -\frac{b}{a}$
1 2 3 4

$b = a \cdot q$

$\frac{b}{a} = q$

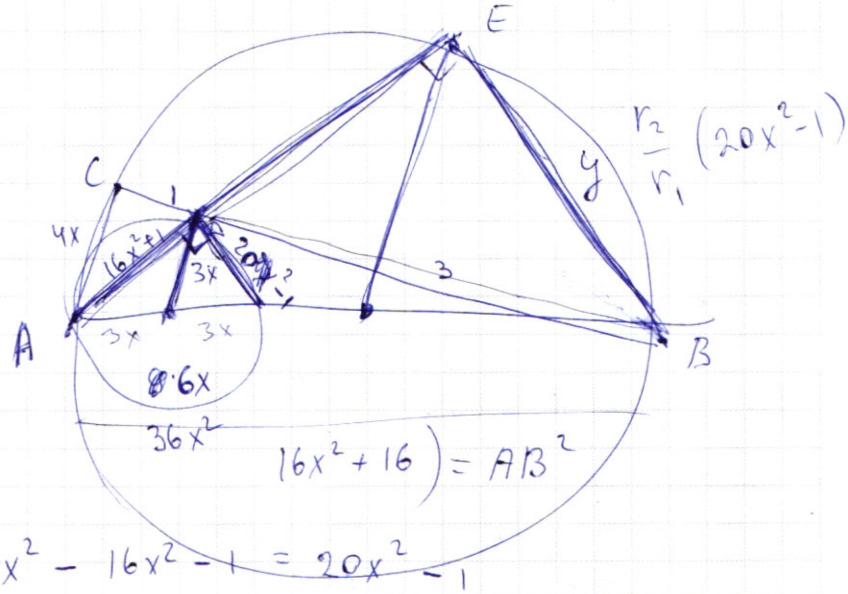
$-\frac{b}{a} = -q$

$-\frac{b}{a} = c \cdot q$

$-q = c \cdot q$

$c = \frac{-q}{q} = -1$

Ответ: -1



$16x^2 + 16) = AB^2$

$36x^2 - 16x^2 - 1 = 20x^2 - 1$

$(16x^2 + 16 - y^2) = AE^2$

$9 - y^2 = DE^2$

$AE^2 - DE^2 = 16x^2 + 16 - 9 = 16x^2 - 7$

$(AE - DE)(AE + DE)$

$AD\ (AE + DE) = 16x^2 - 7$

$\frac{AD}{DB} = \frac{CD}{DE}$

$\frac{AD}{3} = \frac{1}{DE}$

$(AD + DE)^2 = 16x^2 + 16 - y^2$

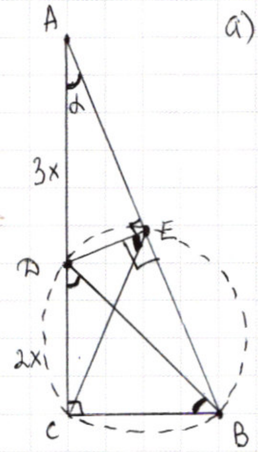
$AD^2 + DE^2 + 2AD\,DE$

$+ 9 - \cancel{y^2} + 2 \cdot 3 = \cancel{16x^2} + 16 - \cancel{y^2}$

$2x^2 -$

черновик

4.



а) $\angle C = 90°$, $\angle DEA = 90°$, $\angle CED = 45°$

$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{DC}{AC} = \frac{2}{5}$, тогда пусть $AD = 3x$, а $DC = 2x$

1) Рассмотрим четырехугольник DEBC

$\angle DEB = 90°$, $\angle DCB = 90°$, значит
$\angle EDC + \angle EBC = 180°$

Значит вокруг DEBC можно описать окружность

$\angle DEC$ опирается на дугу $\smile DC$, так же как и $\angle DBC$, значит
$\angle DBC = \angle CED = 45°$

2) Рассмотрим $\triangle DBC$

$\angle C = 90°$, $\angle DBC = 45° \Rightarrow \angle CDB = 45°$, $\triangle DBC$ - равнобедренный

$DC = CB$ (углы при основании равны

$CB = 2x$

3) $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$

а) Ответ: $\frac{2}{5}$

б) Пусть $\angle BAC = \alpha$

черновик!

☑ черновик ☑ ~~чистовик~~ Страница № 2
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

a, b

$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x-1|$

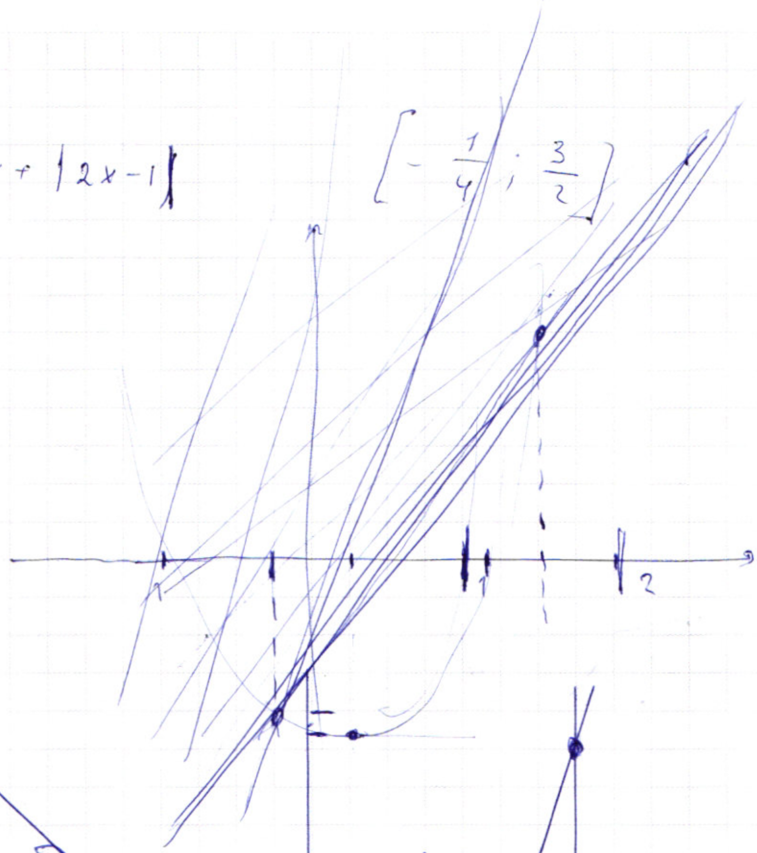
$2x^2 - x - 1$

$x_0 = \frac{1}{4}$

$2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1$

$\frac{1}{8} - \frac{2}{8} - 1 =$

$-\frac{1}{8} - 1 = -\frac{9}{8}$



$[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$

$2x^2 - x - 1 = 0$

$x + |2x-1|$

при $2x - 1 \geq 0$

$x \geq \frac{1}{2}$

$y = 3x - 1$

$\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

при $2x - 1 < 0$

$y = x - 2x + 1 = 1 - x$

$y = 2x^2 - x - 1$

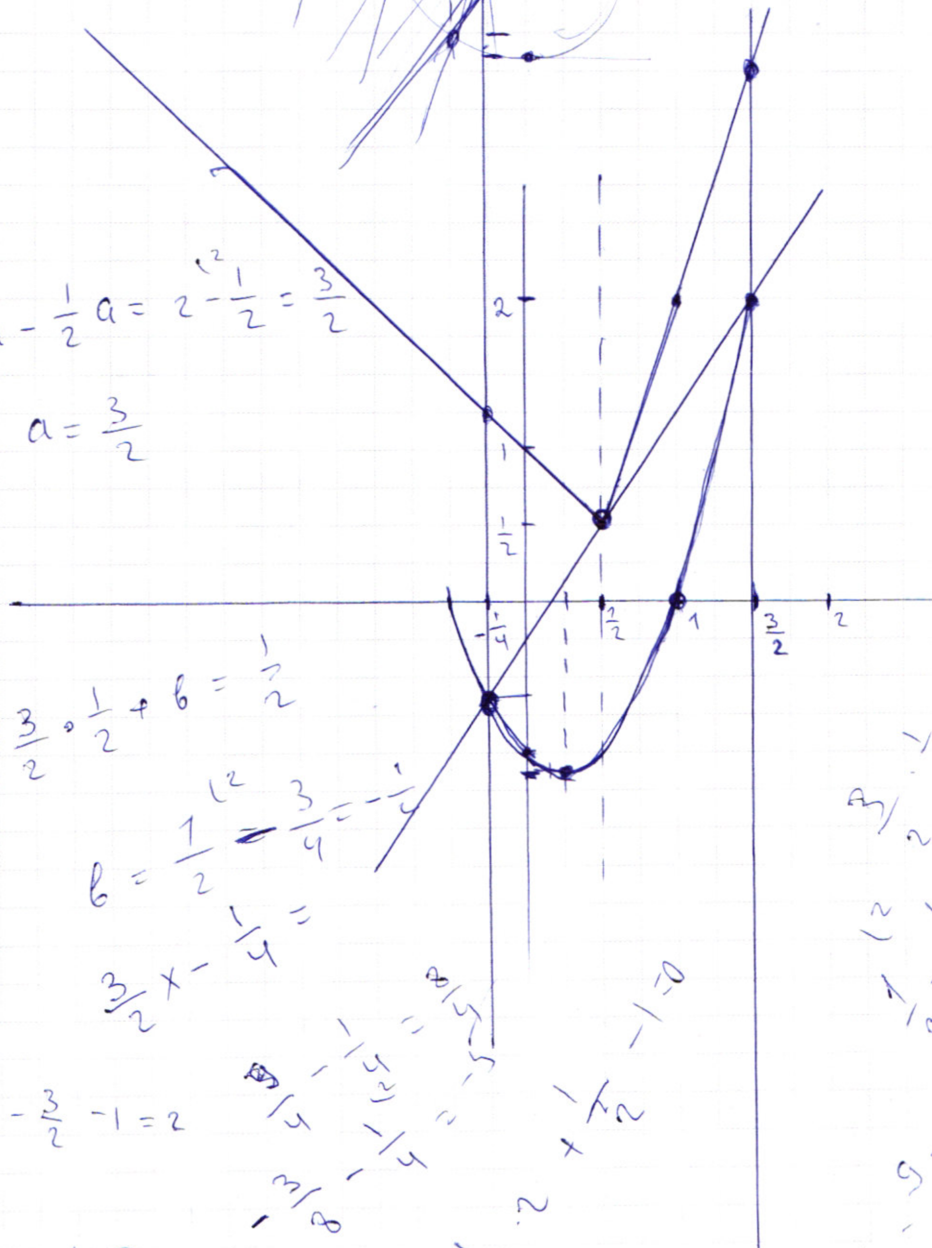
$x_0 = \frac{1}{4}$

$y_0 = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 =$

$= \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{9}{8}$

$\frac{3}{2}a - \frac{1}{2}a = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$a = \frac{3}{2}$



$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} + b = \frac{1}{2}$

$b = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$

$\frac{3}{2}x - \frac{1}{4} =$

$y = 2 \cdot \frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1 = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 = 2$

$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 =$

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} - 1 = \frac{3-8}{8} = -\frac{5}{8}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

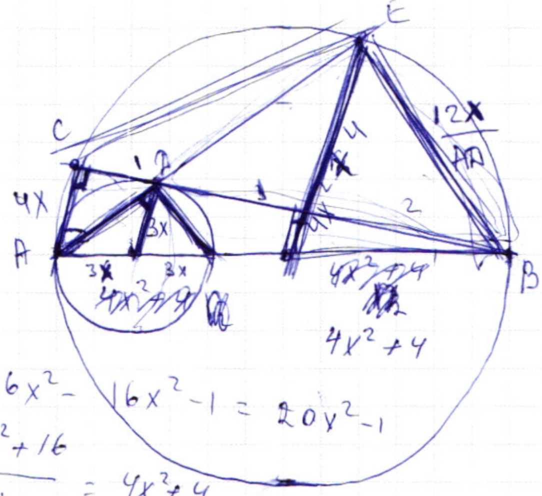
$\frac{4}{3}x + \frac{4}{3x} = \frac{4}{3}\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$

$\frac{4x^2+4}{3x} = \frac{y}{20x^2-1}$

$16x^2+16 = AB^2$

$AD \cdot DE = 3$

$\frac{4x^2+4}{3x} = \frac{DE}{AD} = \frac{DE^2}{3}$



$36x^2 - 16x^2 - 1 = 20x^2 - 1$

$\frac{16x^2+16}{4} = 4x^2+4$

$AD = \frac{3}{DE}$

$\cancel{AE^2 = 9 - BE^2}$

$\cancel{AD^2 = 16x^2+1}$

$\cancel{9(16x^2+1) = 9 - BE^2}$

$\cancel{BE^2 = 9(16x^2}$

$3(4x^2+4) = 3x\,DE^2$

$4x^2 - DE^2 x + 4 = 0$

$D = DE^4 - 4\cdot4\cdot4$

$DE^4 - 2^6$

D

$\cancel{AD = DE}$

$AD^2 + DE^2 + 6 + \frac{144x^2}{AD^2}$

$EB = 3\cdot 4\,\cancel{x} = 12$

$AD = \frac{3}{DE}$

$AD^2 + 9 - \frac{144x^2}{AD^2} + 6 + \frac{144x^2}{AD} = AD^2 + 15$

$16x^2+1+15 = \frac{16x^2+16}{2}$

$AD^2 = \frac{9}{DE^2}$

$16x^2+16 = AB^2$

$DE^2 = 9 - BE^2$

$AB = 2r_2$

$y = \frac{(4x^2+4)(20x^2+1)}{3x}$

$AD^2 = 16x^2+1$

$AB^2 = 4r_2^2$

$16x^2+1 = \frac{9}{9-BE^2}$

$9 - BE^2 = \frac{9}{16x^2+1}$

$(16x^2+1)(9-BE^2) = 9$

$BE^2 = 9\left(1 - \frac{1}{16x^2+1}\right) = \frac{16x^2\cdot 9}{16x^2+1}$

$16\cdot 9x^2 - 16x^2\cdot BE^2 + \cancel{9} - BE^2 = \cancel{9}$

$BE^2(16x^2+1) - 16\cdot 9x^2 = 0$

$BE^2 = \frac{16\cdot 9x^2}{16x^2+1}$

$BE = 12x\sqrt{\frac{1}{16x^2+1}} = 12x\sqrt{\frac{1}{AD^2}} = \frac{12x}{AD}$

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$y-2x \geq 0$

$y \geq 2x$

$\frac{y}{2} \geq x$

$y^2+4x^2-4xy = xy-2x-y+2$

$$\begin{cases} y^2+4x^2-5xy+2x+y-2=0 \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \Rightarrow$$

$100 - 76 = 24$

$2x^2-5xy+6x+5y-5=0$

$2x^2-x(5y-6)+5(y-1)=0$

$D = (5y-6)^2-4\cdot5(y-1)\cdot2 = 25y^2+36-60y-40y+40=$

$25y^2-100y+76 = (5y)^2-2\cdot5\cdot10y+(10)^2-24=$

$(5y+10)^2-24$

$$x = \frac{(5y-6) \pm \sqrt{(5y+10)^2-24}}{4}$$

$81 - 32 = 49$

$7\cdot5\cdot2 = 70$

$$\begin{cases} 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \\ 2x^2-5xy+6x+5y-5=0 \end{cases}$$

$y^2+5xy-10x-9y+8=0$

$y^2+y(5x-9)-2(5x-4)=0$

$D = (5x-9)^2+4\cdot2(5x-4) = 25x^2+81-90x+40x-32=$

$25x^2-50x+49 = (5x)^2-2\cdot5\cdot\cancel{10}\cdot5x+7^2=$

$=(5x)^2-70x+7^2+20x = (5x-7)^2+20x$

$$y = \frac{9-5x \pm \sqrt{(5x-7)^2+20x}}{2}$$

$392 : 2 = 196$

$196 : 13$

$196 : 14 = 14$

$29 \cdot 4 = 116$

$116 - 36 = 80$

$\frac{80}{25} = \frac{16}{5}$

$80 : 5 = 16$

$y^2 - \frac{6\sqrt{2}}{5} - \frac{16}{5} = 0$

$36\cdot2+4\cdot16\cdot5$

$72+320=392$

$36 \cdot 2 = 72$

$4\cdot5=20$

$20\cdot16=320$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\overset{-1}{a},\ \overset{1}{b},\ \overset{-1}{c},\ \overset{1}{-\frac{b}{a}},\ -\frac{1}{-1},\ 1$

$-1,\ 1,\ -1,\ 1$

$ac=b^2$

$ax^2+2bx+c=0$

$-1x^2+2x-1=0$

$D=4b^2-4ac=0=4b^2-4b^2=0$

$-1+2-1=0$

$x=\frac{-2b}{2a}=-\frac{b}{a}$

Ответ: -1

$a,\ b,\ c,\ -\frac{b}{a}$

$-\frac{b}{a}\cdot b=c^2$

$-b^2=ac^2$

$-ac=ac^2$

$-c=c^2$

$-b^2=ac$

$-b^2=b^2$

$b=0$

$-\frac{b}{a}=-q$

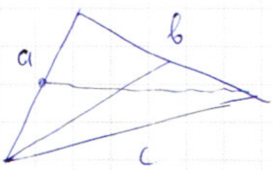
$bq\cdot q=-q$

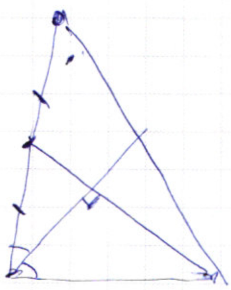
$bq^2=-q$

$bq=-1$

$q=-\frac{1}{b}$

$a+b+c=1200$





~~ответ~~ $b\cdot -\frac{1}{b}=c$

$c=-1$

☑ черновик ☐ чистовик

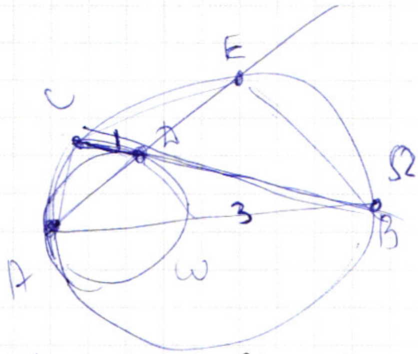
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{array}{r} 144 \\ -\ 16 \\ \hline 128 \end{array} \qquad 128 \,\llcorner 16 \quad 128 \quad 8 \quad 0$$

$$\frac{1}{DE} = \frac{AD}{3}$$



$$AD = \frac{AE}{4}$$

$$AD^2 = \frac{AE^2}{16}$$

$$\cancel{16x^2 + 16 = 144x^2 + AE^2}$$

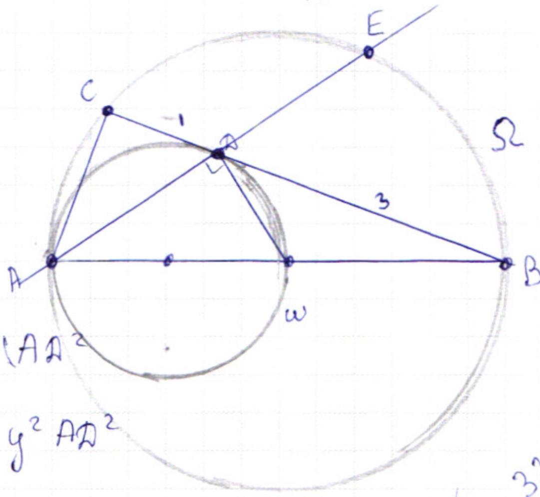
$$\cancel{AE^2 = 16 - 128x^2}$$

$$\cancel{AD^2 = 1 - 8x^2}$$

$$\cancel{1 - 8x^2 = 16x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{DE} = \frac{AD}{3} = \frac{AC}{EB} = \frac{4x}{EB}$$

$$EB = \frac{12x}{AD}$$



$$\sqrt{(AB^2 - BE^2)(9 - BE^2)} = 3$$

$$(AB^2 - BE^2)(9 - BE^2) = 9$$

$$16x^2 + 16 = \frac{144x^2}{AD^2} + y^2$$

$$AD^2$$

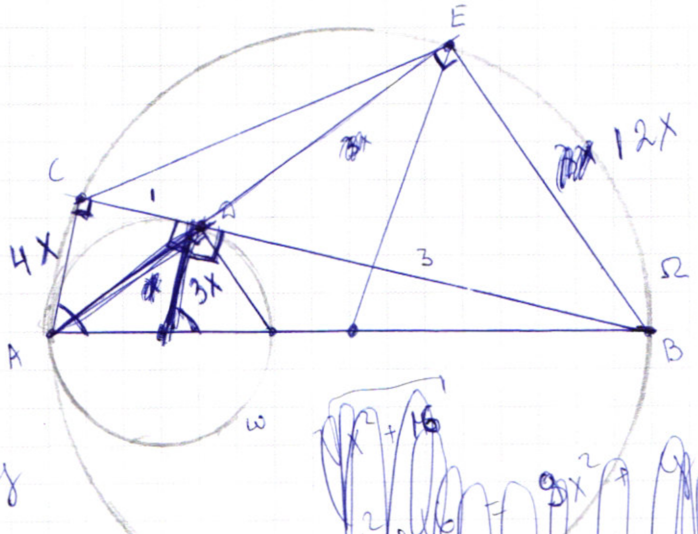
$$16x^2 AD^2 + 16AD^2 = 144x^2 + y^2 AD^2$$

$$(4 - 32x^2)^2$$

$$128 \,\llcorner 4 \quad 32$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ -\ 16 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$128 \,\llcorner 16 \quad 128 \quad 8$$



$$\cancel{\sqrt{x^2 + 16}}$$

$$\cancel{y = 16 - 8x^2}$$

$$1 - 8x^2 = 16x^2 + x$$

$$32x^2 = 0 \quad 16x^2 + 16 = 12^2 x^2 + y$$

$$16x^2 + 16 = 144x^2 + y^2$$

$$AE^2 = y^2 = 16 - 128x^2$$

$$AD = \frac{AE}{4} \Rightarrow AD^2 = \frac{AE^2}{16}$$

$$\boxed{AD^2 = 1 - 8x^2}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

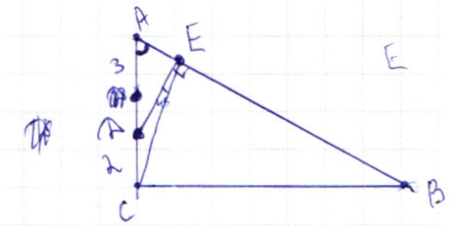
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

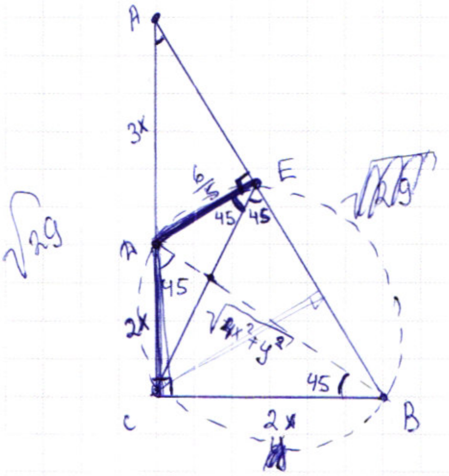
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

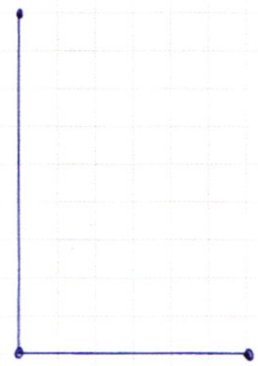
ШИФР

(заполняется секретарём)

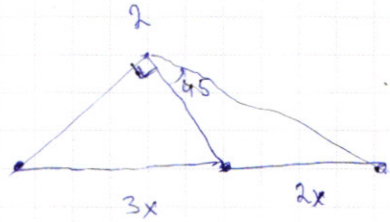
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА







$\sqrt{29}$



$4x^2+y^2$

$\frac{2}{5} = \frac{x}{\sqrt{29}}$

$x = \frac{2\sqrt{29}}{5}$

$\frac{\frac{2\cdot\sqrt{29}}{5}\cdot\sqrt{29}}{2}$

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$tg\, A = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cancel{1/8}}$

$\sin\alpha = tg\,\alpha\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$\sin^2\alpha = tg^2\alpha\,(1-\sin^2\alpha)$

$\sin^2\alpha = tg^2\alpha - \sin^2\alpha\cdot tg^2\alpha$

$\sin^2\alpha\,(1+tg^2\alpha) = tg^2\alpha$

$\sin^2\alpha = \frac{tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = \frac{\frac{4}{25}}{1+\frac{4}{25}} = \frac{\frac{4}{25}}{\frac{29}{25}} = \frac{4}{25}\cdot\frac{25}{29} = \frac{4}{29}$

29 | 5
-25 | 5,8
40

$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{29}}$, $\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{25}}$

$\frac{3}{5}\cdot\sqrt{29}\cdot\frac{2}{\sqrt{29}}$

$BC = AB\cdot\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{29}}\cdot\sqrt{29} = 2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \qquad y \geq 2x$$

$$y^2+4x^2-4xy = xy-2x-y+2$$

$$\begin{cases} 4x^2+y^2-5xy+2x+y-2=0 \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\cancel{(2x)^2+2x+1+y^2+2y+1-y-4-5xy=0}$$

$$\cancel{(2x+1)^2+(y+1)^2}$$

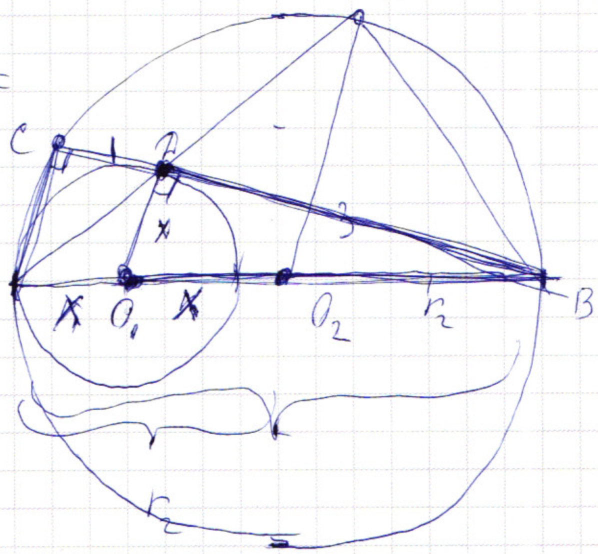
$$2x^2-5xy+6x+5y-5=0 \Rightarrow 5xy=2x^2+6x+5y-5$$

$$y^2+5xy-10x-9y+8=0$$

$$\cancel{y^2+2x^2+6x+5y-5-10x-9y+8=0}$$

$$\cancel{2x^2+y=4x}$$

$$\frac{BD}{BC}=\frac{3}{4}=\frac{r_2+r_2-r_1}{2r_2}=$$



$$\frac{3}{4}=\frac{2r_2-r_1}{2r_2}=$$

$$\frac{3}{4}=1-\frac{r_1}{2r_2}$$

$$\frac{3}{x}=\frac{1}{?} \qquad \frac{r_1}{2r_2}=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4} \qquad \frac{r_1}{r_2}=\frac{1}{2}$$

$$? \quad \frac{4x}{3}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)