МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 a, b, c — 1ый, 2ой и 3ий члены геом прогрессии, значит их можно представить

$a = a$, $b = qa$, $c = q^2 a$ $\quad \underline{d = q^3 a}$

d — 4ый член прогрессии и по условию

d — корень $ax^2 + 2bx + c = 0$

$d = \frac{-2b \pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ Подставим a, b, c

$d = \frac{-qa \pm \sqrt{q^2 a^2 - a \cdot q^2 a}}{a} = -q$ но $d = q^3 a$

т.о. $-q = q^3 a$ и $a \neq 0$ и $q \neq 0$ $\Rightarrow q^2 a = -1$

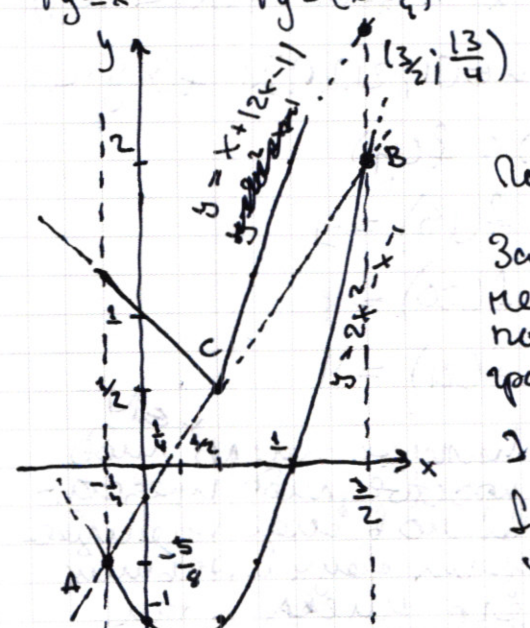
третий член прогрессии $c = q^2 a = -1$

Ответ: -1

№6 Построим графики $2x^2 - x - 1$ — парабола
$ax + b$ — прямая
$x + |2x-1|$ — два луча

$2x^2 - x - 1 = 2\left(\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right)$

$\Gamma\, y = x^2 \xrightarrow{f(x-\frac{1}{4})} \Gamma\, y = \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 \xrightarrow{f - \frac{9}{16}} \Gamma\, y = \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} \xrightarrow{2f} \Gamma\, y = 2x^2 - x - 1$



$x + |2x - 1| = \begin{cases} 3x - 1, & x \geq \frac{1}{2} \\ 1 - x, & x < \frac{1}{2} \end{cases}$

Построим эти графики на осях x, y

Заметим, что прямая (AB), проходящая через крайние точки параболы, полностью выше неё, но уже пересекается графика $x + |2x-1|$ в точке C.

Пусть $f(x) = ax + b$

$f(x)$ должна находится ниже $y = x + |2x - 1|$, т.е. $f\left(\frac{1}{2}\right) \leq \frac{1}{2}$

(см. сл. стр.)

но если $f(\frac{1}{2}) < \frac{1}{2}$, то как бы мы не меняли наклон прямой $f(x)$, она будет пересекать кусок параболы $y = 2x^2 - x - 1$, значит $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

Зафиксируем точку $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ и поменяем угол наклона $f(x)$: если $f(\frac{3}{2}) = 2$, то $f(x)$ касается в двух точках куска параболы, при чем весь кусок ниже $f(x)$. В других случаях $f(x)$ его пересекает. Значит положение $f(x)$, удовл. условиям всего одно, значит пара (a, b) единственная.

$$\begin{cases} f(x) = ax + b \\ f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \\ f(\frac{3}{2}) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2}a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Ответ: $\{(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4})\}$

$\boxed{N 7}$

$$\left.\begin{array}{l} f(1) = f(\frac{\cancel{x}}{x}) = f(x) + f(\frac{1}{x}) \\ f(2) = 1 = f(\frac{2x}{x}) = f(2) + f(x) + f(\frac{1}{x}) \end{array}\right| \Rightarrow$$

$\Rightarrow f(1) = f(x) + f(\frac{1}{x}) = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{x}) = -f(x)$

т.о $f(x/y) = f(x) - f(y)$

значит, чтобы $f(x/y) < 0$ необх и дост $f(x) < f(y)$

Т.о кол-во $(x; y)$: $x \in [1; 21] \cap \mathbb{N}$, $y \in [1; 21] \cap \mathbb{N}$, $f(x/y) < 0$ равно кол-ву пар $(x; y)$, где $f(x) < f(y)$

$f(1) = 0$	$f(7) = 3$	$f(13) = 6$	$f(19) = 9$
$f(2) = 1$	$f(8) = 3$	$f(14) = 4$	$f(20) = 4$
$f(3) = 1$	$f(9) = 2$	$f(15) = 3$	$f(21) = 4$
$f(4) = 2$	$f(10) = 3$	$f(16) = 4$	
$f(5) = 2$	$f(11) = 5$	$f(17) = 8$	
$f(6) = 2$	$f(12) = 3$	$f(18) = 3$	

каждое число $x \in \mathbb{N}$ либо простое, либо представимо в виде произведения двух меньших его чисел — так посчитаем $f(x)$ для $1 \le x \le 21$

(См. сл. стр)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

теперь осталось посчитать, сколько способов выбрать число и меньшее с ним.

$|\{x|f(x)=0\}| = 1$

$|\{x|f(x)=1\}| = 2$

$|\{x|f(x)=2\}| = 4$

$|\{x|f(x)=3\}| = 6$

$|\{x|f(x)=4\}| = 4$

$|\{x|f(x)=5\}| = 1$

$|\{x|f(x)=6\}| = 1$

$|\{x|f(x)=8\}| = 1$

$|\{x|f(x)=9\}| = 1$

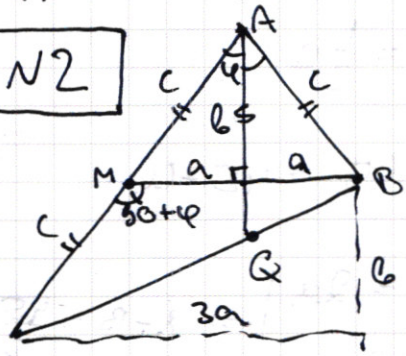
Для каждой группы, выбрать число и число ~~[illegible]~~ которого $f(x)$ меньше $f(x)$ выбранного, равно кол-ву эл-тов этой группы, на кол-во эл-тов групп $f(x)$ которых меньше данной

т.е $k = 1\cdot 20 + 1\cdot 19 + 1\cdot 18 + 1\cdot 17 + 4\cdot 13 +$

$+ 6\cdot 7 + 4\cdot 3 + 2\cdot 1 + 1\cdot 0 = 182$

Ответ: 182

$\boxed{N2}$

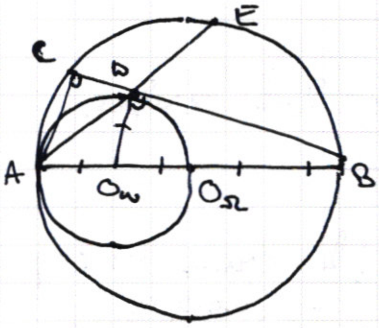


биссектриса и медиана из одной и той же вершины пересекаться не могут, т.к в этом случае их угол будет $>180^\circ$

$\boxed{N5}$ BC – касательная к ω $\Rightarrow \angle CDO_\omega = 90^\circ$ | т. Фалеса $\Rightarrow$

AB – диаметр $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$

$\Rightarrow AO_\omega : O_\omega B = CD : DB = 1:3 \Rightarrow R_\omega = AO_\omega = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{2}R_\Omega$



$O_\omega D = O_\omega O_\Omega$ (радиусы ω)

т. Пифагора $\triangle O_\omega BD$, $O_\omega D = x$

$O_\omega D^2 + DB^2 = O_\omega B$

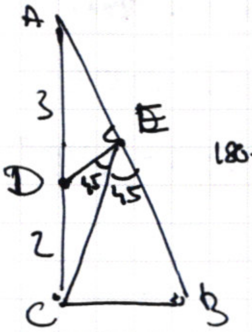
$x^2 + 3^2 = (3x)^2 \Rightarrow 8x^2 = 9 \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

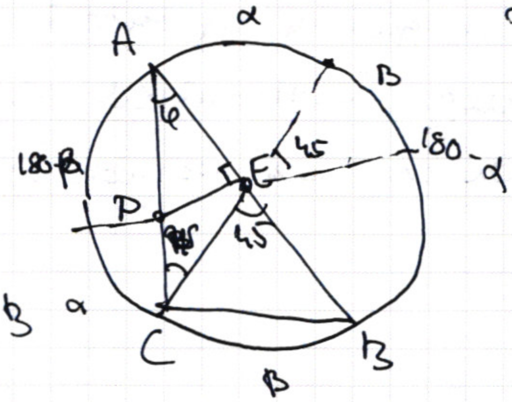
$R_\omega = O_\omega D = x = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

$R_\Omega = 2R_\omega = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

S-?[illegible]

$\boxed{N4}$ $\exists AC = 5 \Rightarrow AD = 3, DC = 2$





$\varphi = \frac{1}{2}\alpha \quad \psi = \frac{1}{2}\beta$

$\varphi = \cancel{\beta}\psi - 45 = 45 - \psi$

$45^\circ - \psi = 2\alpha$
$\psi = 2\beta$
$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{45^\circ}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

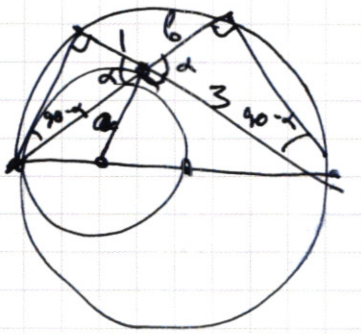
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

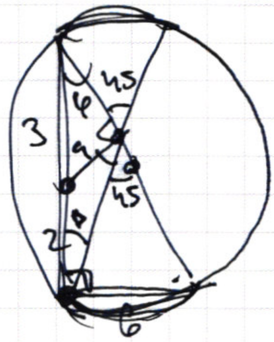
ШИФР

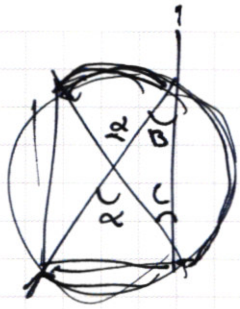
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



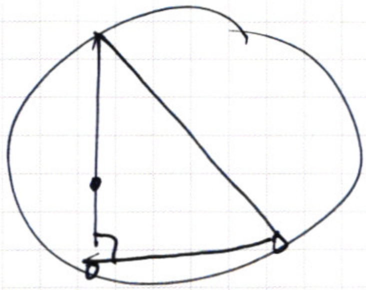
$\frac{3}{6} = \frac{a}{1}$





$\frac{1}{2}\beta + \frac{1}{2}\varphi$

$45 = 180 - \varphi - \beta$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

~~ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА~~

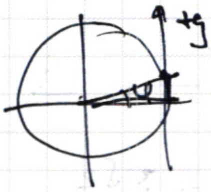
$1 = \frac{15}{\sqrt{x}}$ $\sqrt{x} = 15$ $x = 225$

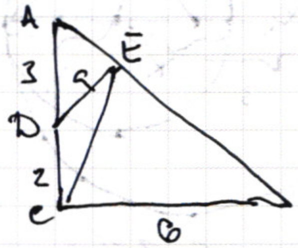
$b^2 + 25 = 225$

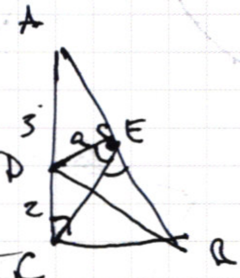
$b^2 = 200$

$b = 10\sqrt{2}$

$AC = \sqrt{25}$







$\cancel{tg\varphi = \frac{b}{5} = \frac{10\sqrt{2}}{5} = 2\sqrt{2}}$

$tg\varphi =$

$AC = 5$ $CB = b$

$\frac{a}{3} = \frac{b}{\sqrt{b^2+25}}$ $\boxed{a = \frac{3b}{\sqrt{b^2+25}}}$

$AE = 9 - \frac{9b^2}{b^2+25} = \frac{9b^2 + 225 - 9b^2}{b^2+25} = \sqrt{\frac{225}{b^2+25}} = \boxed{\frac{15}{\sqrt{b^2+25}} = AE}$

$\frac{a}{AE} = \frac{b}{5}$ $\frac{3b}{\sqrt{b^2+25}} : \frac{225}{b^2+25} = \frac{b}{5}$

$\frac{3b(b^2+25)}{225\sqrt{b^2+25}} = \frac{b}{5}$ $\frac{15(b^2+25)}{225\sqrt{b^2+25}} = 1$

$\frac{3b}{\sqrt{b^2+25}} \cdot \frac{\sqrt{b^2+25}}{15} = \frac{b}{5}$

$\frac{t}{\sqrt{t}} = 15$

$\sqrt{t} = 15$

$t = 225$

$b^2 + 25 = 225$

$b^2 = 200$

$b = 10\sqrt{2}$

$tg\varphi = \frac{b}{5} = 2\sqrt{2}$

$EB = AB - AE = \boxed{\sqrt{b^2+25} - \frac{15}{\sqrt{b^2+25}} = EB}$

$DB = \sqrt{2 + b^2} = \sqrt{a^2 + EB^2}$

$2 + b^2 = \frac{9b^2}{b^2+25} + \left(\sqrt{b^2+25} - \frac{15}{\sqrt{b^2+25}}\right)^2$

$b^2 + 25 - 2 \cdot 15 + \frac{225}{b^2+25}$

$\cancel{2+b^2} = \frac{9b^2}{b^2+25} + \cancel{b^2 + 25 - 30} + \frac{225}{b^2+25}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

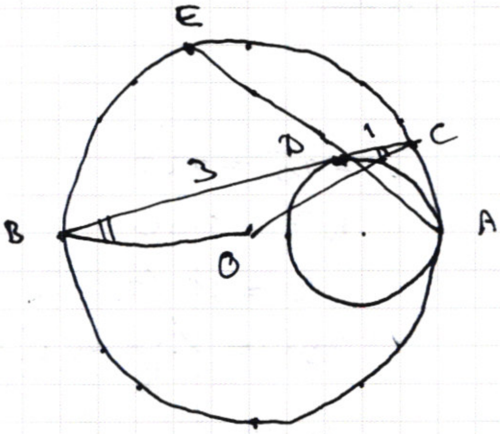
$7 = \frac{9b^2+225}{b^2+25}$

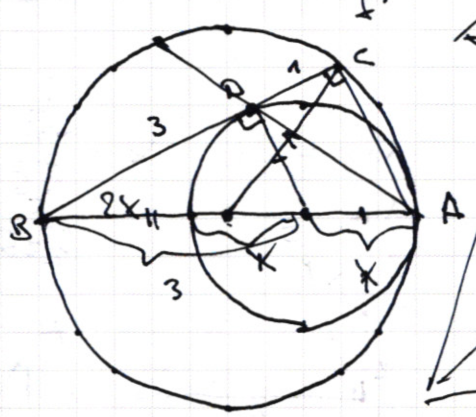
$\begin{array}{r|l} 225 & 9 \\ 18 & 25 \\ 45 & \end{array}$

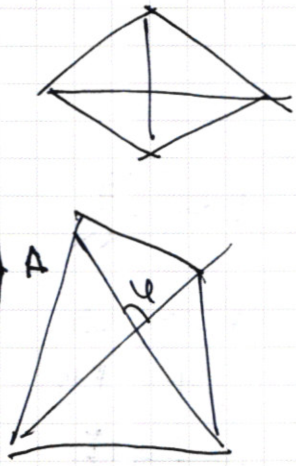
$f(x/y) = f(x) + f(\frac{1}{y})$

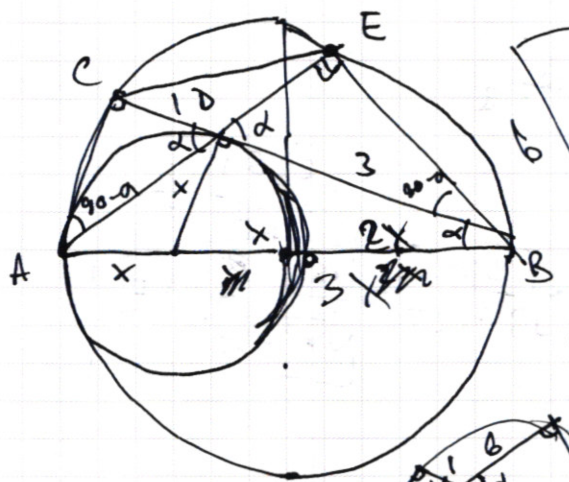
$= \cancel{f(y)+}$

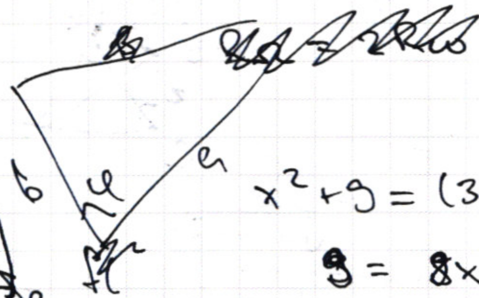
$7 = 5$











$r = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

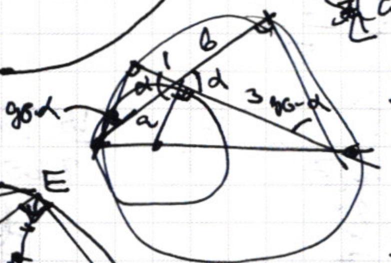
$x^2 + 9 = (3x)^2$ $R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$9 = 8x^2$

$\frac{1}{2} ab \sin\varphi$ $x^2 = \frac{9}{8}$

$\frac{1}{2}(a+b)\sin\alpha$ $x = \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

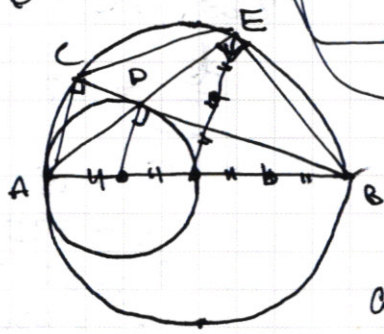
$a = \frac{3}{b}$



$f(10) = f(2\cdot 5) = f(2) + f(5) =$

$= 1 + 2 = 3$

$f(11) = 5$



$\frac{3}{b} = \frac{a}{1}$ $f(12) = f(2) + f(3) + f(3) = 3$

$ab = 3$ $f(a/b) = f(a\cdot\frac{1}{b}) = f(a) + f(\frac{1}{b})$

$f(\frac{2b}{b}) = f(b) + f(\frac{1}{b}) + f(2) = f(2)$

$\boxed{f(b) + f(\frac{1}{b}) = 0 = f(1)}$

$\boxed{f(\frac{1}{b}) = -f(b)}$

$f(a/b) = f(a) - f(b)$

$f(1)=0$	$f(7)=3$	$f(13)=6$	$f(19)=9$
$f(2)=1$	$f(8)=3$	$f(14)=4$	$f(20)=4$
$f(3)=1$	$f(9)=2$	$f(15)=3$	$f(21)=4$
$f(4)=2$	$f(10)=3$	$f(16)=4$	
$f(5)=2$	$f(11)=5$	$f(17)=8$	
$f(6)=2$	$f(12)=3$	$f(18)=3$	

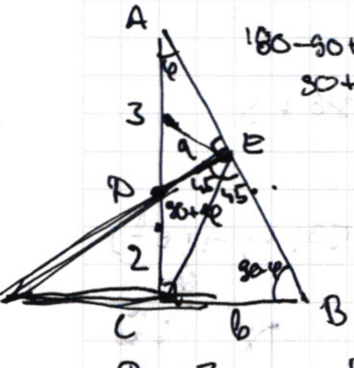
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

~~ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА~~



$180-90+\varphi$

$90+\varphi$

$$\frac{a}{3}=\frac{b}{\sqrt{b^2+25}} \qquad a=\frac{3b}{\sqrt{b^2+25}}$$

$$AE^2=9-a^2=9-\frac{9b^2}{b^2+25}=\frac{9b^2-9b^2+225}{b^2+25}$$

$$AE=\sqrt{\frac{225}{b^2+25}}=\frac{15}{\sqrt{b^2+25}}$$

$$\frac{2}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{1}{4}$$

$$EB=AB-AE=\sqrt{b^2+25}-\frac{15}{\sqrt{b^2+25}}=\frac{b^2+10}{\sqrt{b^2+25}}$$

$$DB^2=a^2+EB^2=2^2+b^2$$

$$\cancel{\frac{9b^2}{b^2+25}+\frac{(b^2+10)^2}{b^2+25}=4+b^2}$$

$$\cancel{\frac{9b^2+(b^2+10)^2}{b^2+25}=4+b^2}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ 4 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\cancel{9b^2+b^4+20b^2+100=4b^2+b^4+100+25b^2}$$

$$\cancel{25b^2=25b^2}$$

$$\cancel{\frac{AE}{AD}=\frac{5}{AB} \qquad AE\cdot AB=5AD}$$

$$\cancel{\frac{15}{\sqrt{b^2+25}}\cdot\sqrt{b^2+25}=5\cdot 3}$$

0 : 1 → 0·1 = 0

1 : 2 → 2·1 = 2

2 : 4 → 4·3 = 12

3 : 6 → 6·7 = 42

4 : 4 → 4·13 = 52

5 : 1 → 1·17 = 17

6 : 1 → 1·18 = 18

7 : 0 → 0·18 = 0

8 : 1 → 1·19 = 19

9 : 1 → 1·20 = 20

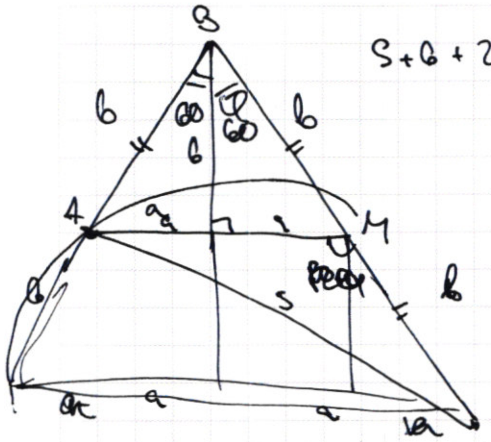
1, 3, 7, 13, 17, 18, 19, 20

14, 56

$$\begin{array}{r} 52 \\ +\ 56 \\ \hline 108 \\ +\ 17 \\ \hline 125 \\ +\ 18 \\ \hline 143 \\ +\ 19 \\ \hline 162 \\ +\ 20 \\ \hline 182 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$s + b + 2a$

$s + b + 2a + 2a = s + b + 4a$

$3\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{(3a)^2+b^2}$

$\sqrt{9a^2+9b^2} + \sqrt{9a^2+b^2} = 1200$

$9(a^2+b^2)$ – квадрат

$9a^2+b^2$ – квадрат

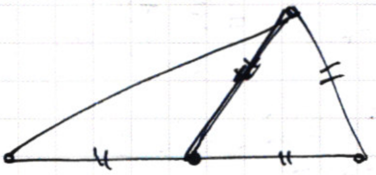
a^2+b^2 – квадрат $\quad p = 3b + s$

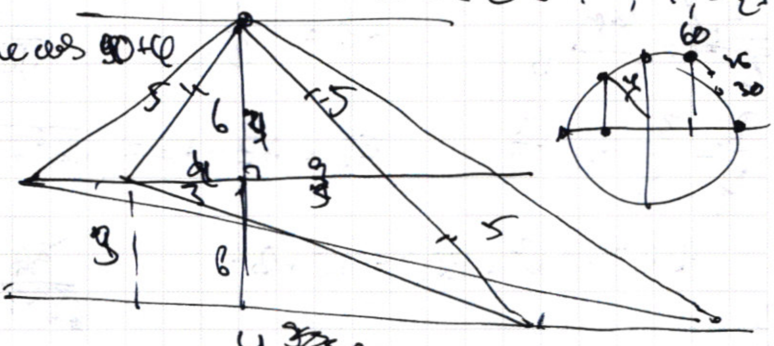
$9a^2+b^2$ – квадрат

3 4 5

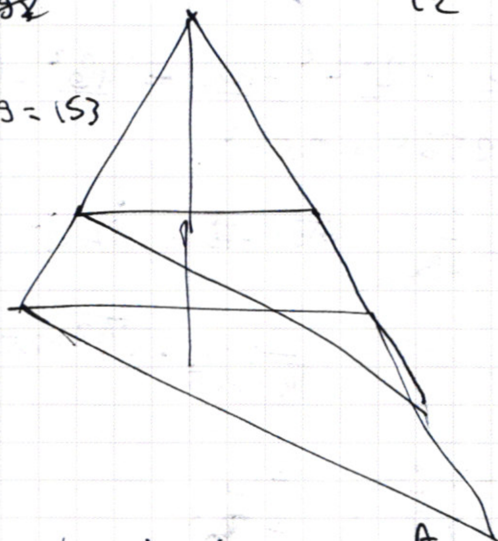
$\cos\varphi \in \{0; 1; -1; \pm\frac{1}{2}\}$

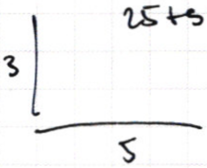
$s^2 = (2a)^2 + c^2 - 2ac\cos(90+\varphi)$





$8 + (12)^2 = 144 + 9 = 153$





$25 + 9 = 34$

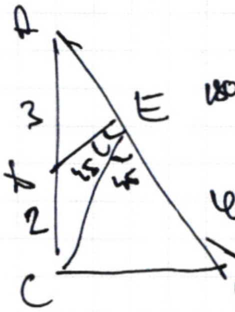
$xy - 2x - y + 2$

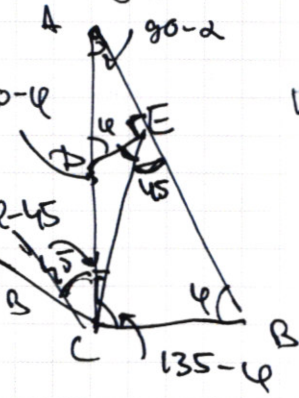
$\frac{135}{-90}$
45

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$x(2x-4) + y(y-4) + 3$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$

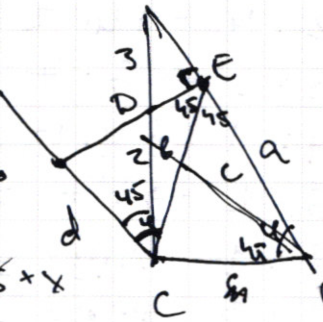




$180 - 45 - \varphi = 135 - \varphi$

$90 - 135 + \varphi = \varphi - 45°$

$180 = \cancel{45} + \varphi - \cancel{45} + x$

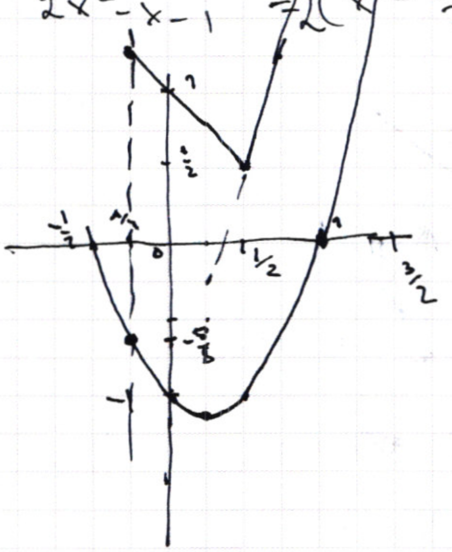


$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$f(\frac{1}{2}) = 2\cdot\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 1 = -1$

$2x^2 - x - 1 \quad = 2(x^2 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}) = 2\left((x-\frac{1}{4})^2 - \frac{9}{16}\right)$

$x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16}$



$2\cdot\frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1$

$3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$ $\qquad \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{8}{8}$

$= -\frac{9}{8}$

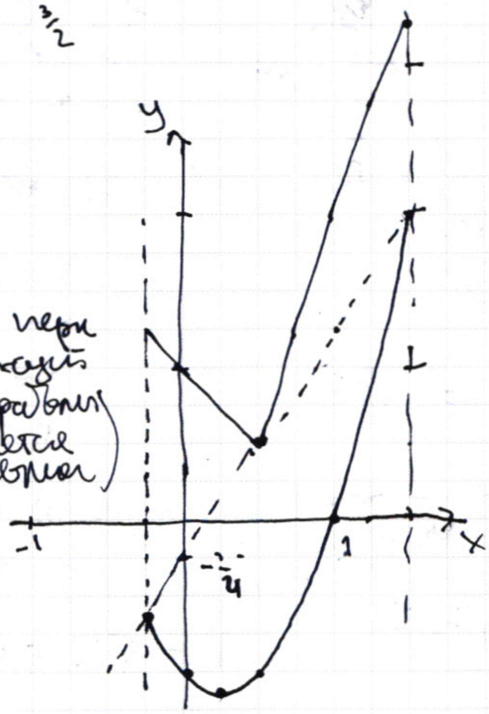
$2x^2 - x - 1 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\cdot 1\cdot 2}}{4} = \frac{1\pm 3}{4}$

$2\cdot\frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1 = \frac{6}{2} - 1 = 2$

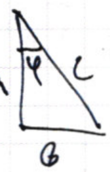
$2\cdot\frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1$

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} - \frac{8}{8} \quad \frac{3}{8} - \frac{9}{8} = -\frac{5}{6}$



т.о только одна пара имеет (a,b) подходит (первая прямая > парабола) $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$ касается прямой

$(a,b) = (\frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$

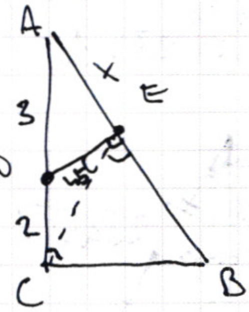


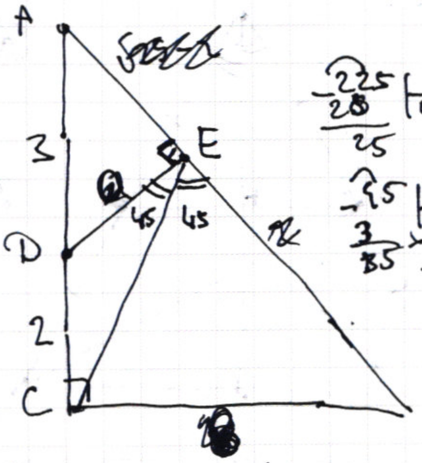
$\sin\varphi = \frac{a}{c}$

$\cos\varphi = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{a}{b}$

$\sqrt{25+4} - 2$





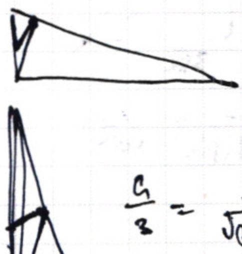
$225 : 5 = 45$, $45 : 3 = 15$

$(\sqrt{29} - 2)^2 + 2^2 =$

$=$

$25 \cdot 9 = 225$

$\frac{a}{3} = \frac{b}{\sqrt{b^2+25}}$



$\frac{a}{3} = \frac{b}{\sqrt{b^2+25}}$

$a = \frac{3b}{\sqrt{b^2+25}}$ $\qquad x = \sqrt{5}$

$a = \frac{3b}{\sqrt{b^2+25}}$

$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{b}{5} \qquad \frac{5}{b} = \frac{225}{b^2+25} \Big/ \frac{3b}{\sqrt{b^2+25}}$

$AE = 9 - a^2 = 9 - \frac{9b^2}{b^2+25}$

$\frac{5}{\cancel{b}} = \frac{225\sqrt{b^2+25}}{3\cancel{b}(b^2+25)}$

$\frac{9b^2 + 9\cdot 25 - 9b^2}{b^2+25}$

$1 = \frac{15\sqrt{b^2+25}}{(b^2+25)}$ $\qquad 1 = \frac{15\sqrt{x}}{x}$ $\qquad \frac{225}{b^2+25}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

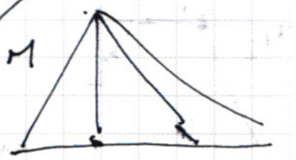
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

~~ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА~~

a, b, c

$a \quad b \quad c \quad d$

$a \quad qa \quad q^2a \quad q^3a$



$ax^2 + 2bx + c = 0$

$x^2 + 2x + 1 = 0 \quad (x+1)^2$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 1\cdot 1}}{1} = -1$

$x = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2a} = q^3a$

$x + |2x - 1|$

1) $2x - 1 \geq 0 \quad x \geq \frac{1}{2}$

$3x - 1$

2) $x < \frac{1}{2}$

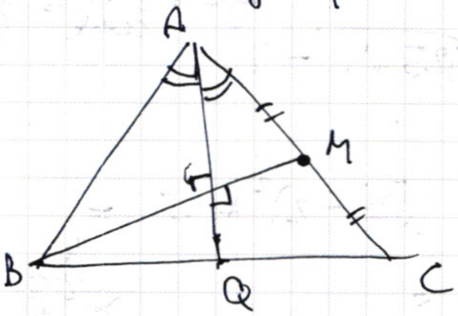
$1 - x$

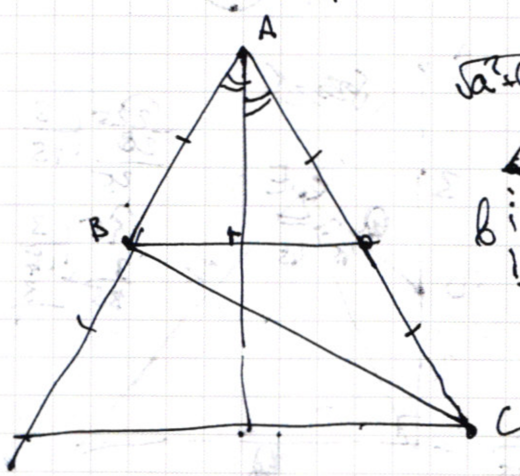
$qa \pm \sqrt{q^2a^2 - a \cdot q^2a} = q^3a^2$

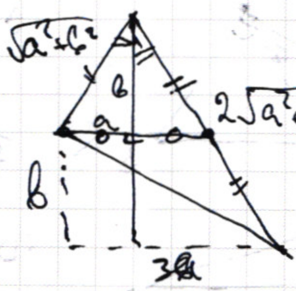
1 случай из одной вершины теперь $qa = q^3a^2$

$1 = q^2a = c$ Ответ: 1

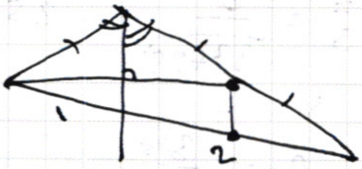
2.







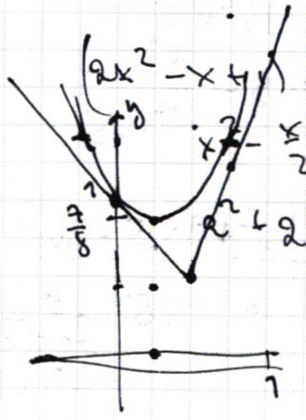
$\sqrt{9a^2+b^2}$



$3\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{9a^2+b^2}$

$\sqrt{9a^2+b^2+8b^2} + \sqrt{9a^2+b^2} = 1200$

$(2x^2 - x + 1) =$



$x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{1}{16}$

$a^2 + 2ab + b^2$

$\left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{16} = \left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16}\right) + \frac{7}{16}$

$-\frac{1}{4}$

$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 1 = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{8}{8} = \frac{11}{8}$