МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

~~Т.к.~~ Пусть d - четвертый член прогрессии.

Т.к. $a; b; c; d$ - члены геом. прогрессии, то верно, что: $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} \Rightarrow b^2 = ac$; $c^2 = b \cdot d$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

Решая уравнение находим единственный корень

$d = -\frac{b}{a}$

$c^2 = b \cdot (-\frac{b}{a}) = \frac{-b^2}{a} = -\frac{ac}{a} = -c$

$c^2 = -c \Rightarrow c = -1$ ($c = 0$ не подходит, т.к. c - член геометрической прогрессии)

Ответ: -1

№3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \ (1) \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \ (2) \end{cases}$$

Сразу учтем, что $y - 2x \geq 0$ и $(xy - 2x - y + 2) \geq 0$

Возведем в квадрат ур-е (1)

$(y - 2x)^2 = xy - 2x - y + 2$

$y^2 + y(1 - 5x) + 4x^2 + 2x - 2 = 0$ (Решим относительно y)

$D = (1 - 5x)^2 - 4(4x^2 + 2x - 2) = 9(x - 1)^2$

$$\left[\begin{array}{l} y_1 = 4x - 2 \ (\text{т.к. } y - 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1) \\ y_2 = x + 1 \ (\text{т.к. } y - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1) \end{array}\right.$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

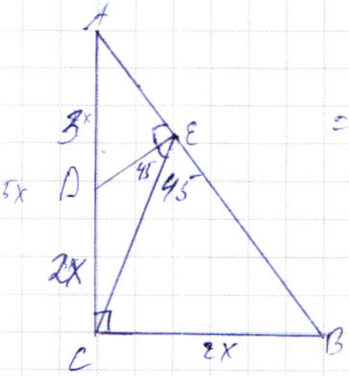
Подставим полученные значения в ур-е (2)

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x^2-4x+(4x-2)^2-4(4x-2)+3=0\\ x\geq 1\end{cases}\\ \begin{cases}2x^2-4x+(x+1)^2-4(x+1)+3=0\\ x\leq 1\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}6x^2-12x+5=0\\ x\geq 1\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-2x=0\\ x\leq 1\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{6+\sqrt{6}}{6}\Rightarrow y=\frac{6+2\sqrt{6}}{3}\\ x=0\Rightarrow y=1\end{array}\right.$$

Ответ: $(0;1)$ $\left(\frac{6+\sqrt{6}}{6};\ \frac{6+2\sqrt{6}}{3}\right)$

№4



Пусть $AD = 3x$, тогда $AC = 5x$ (по усл.)

$\Rightarrow DC = AC - AD = 3x$

$\angle CEB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

$\measuredangle\ CBED$

$\angle C + \angle E = 180^\circ \Rightarrow CBED$ - вписанный

$\Rightarrow C; B; E; D \in$ одной окр. $\Rightarrow$

$\triangle CBE$ и $\triangle EDC$ имеют общ. описан. окр.

Запишем Т. синусов для $\triangle CBE$ и $\triangle EDC$

$\frac{CD}{\sin 45} = 2R \quad \frac{CB}{\sin 45} = 2R \Rightarrow CD = CB = 2x$

$tg\angle BAC = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$

$AC = \sqrt{29} \qquad CB = tg\angle BAC \cdot AC = \frac{2}{5}\sqrt{29}$

$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\triangle AED \sim \triangle ACB$ (по двум углам)

$\frac{ED}{CB} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ $\quad ED = \frac{2x \cdot AE}{5x} = \frac{2}{5} AE$

$\frac{ED}{2x} = \frac{3x}{AB}$ $\quad ED = \frac{6x^2}{AB}$

$AB^2 = AC^2 + CB^2 = 5$ $\quad AB = \sqrt{29} \cdot x$

$ED = \frac{6x^2}{\sqrt{29} \cdot x} = \frac{6x}{\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$

$\sin\angle EDA = \frac{AE}{AD}$

$AE = \frac{5}{2} ED = 3$

$\sin\angle EDA = \frac{3}{3x} = \frac{1}{x}$

$\sin\angle EDA = \sin\angle EDC$ (смеж)

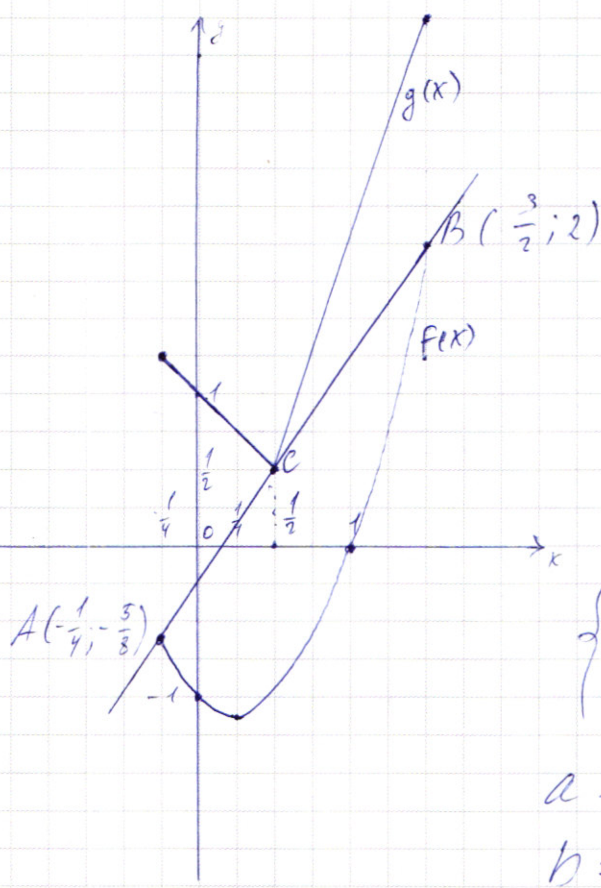
$S_\triangle CED = \frac{1}{2} ED \cdot CD \cdot \sin\angle EDC = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot \cancel{2x} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} = \frac{6}{5}$

Ответ: $tg\angle BAC = \frac{2}{5}$; $S_\triangle CED = \frac{6}{5}$

№6

Изобразим в одной системе координат графики функций $f(x) = 2x^2 - x - 1$ и $g(x) = x + |2x-1|$

$-\frac{1}{4} \le x \le \frac{3}{2}$



$A(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8})$

$C(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

$B(\frac{3}{2}; 2)$

Проведем прямую через A и B ($y = ax+b$)

Она удовлетворяет условию задачи:

$$\begin{cases} -\frac{5}{8} = a\cdot(-\frac{1}{4}) + b \\ 2 = a(\frac{3}{2}) + b \end{cases}$$

$a = \frac{3}{2}$

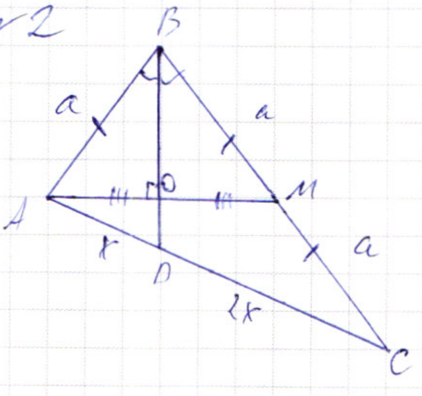
$b = -\frac{1}{4}$

C принадлежит прямой AB т.к. $\frac{1}{2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

Другие прямые не подходят, т.к. они будут пересекать графики функций $f(x)$ и $g(x)$

Ответ: $a = \frac{3}{2}$ $b = -\frac{1}{4}$

№2



$\triangle ABM$ равнобед, т.к. BD - высота и биссектриса

Пусть $AB = a$, тогда $BM = a$

а т.к. AM - медиана, то $BC = 2a$

$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$ (св-во биссек.)

Т. косинусов для $\triangle ABD$, $\triangle DBC$, $\triangle ABC$ ($d = BD$, $\alpha = \angle ABD$)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x^2 = a^2 + d^2 - 2a \cdot d\cos\alpha \\ 4x^2 = 4a^2 + d^2 - 4ad\cos\alpha \\ 9x^2 = 5a^2 - 4a^2\cos 2\alpha \end{cases}$$

$P_{\triangle}ABC = \cancel{x+} \; 3x + 2a + a = 3(x+a) = 1200 \Rightarrow x + a = 400$

$AO = a\sin\alpha \quad AM = 2 \cdot AO$ (т.к. BD - медиана)

$AM = 2a\sin\alpha$

$$AM^2 = \frac{2a^2 + 2 \cdot 9x^2 - 4a^2}{4} \text{ (формула медианы)}$$

$$4a^2\sin^2\alpha = \frac{18x^2 - 2a^2}{4}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{18x^2 - 2a^2}{16a^2} = \frac{9x^2 - a^2}{8a^2}$$

$9x^2 = 5a^2 - 4a^2\cos 2\alpha$

$9x^2 = a^2(5 - 4\cos 2\alpha)$

$9x^2 = a^2(5 - 4(1 - 2\sin^2\alpha))$

$9x^2 = a^2(5 - 4 + 8\sin^2\alpha)$

$9x^2 = a^2(1 + 8\sin^2\alpha)$

$$9x^2 = a^2\left(1 + \frac{8(9x^2 - a^2)}{8a^2}\right)$$

$$9x^2 = a^2 + \frac{9x^2 - a^2}{a^2}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$f(ab) = f(a) + f(b)$ $\quad D(f) = \cancel{Q} \; Q_+$

$f(p) = [\frac{p}{2}]$

$f(3) = 1$

$f(5) = 2$

~~4π~~

$f(p) = \frac{p-1}{2}$

$x(4x-2) - 2x - 4x + 2 + 2$

$4x^2 - 2x - 6x + 4 \geq 0$

$4x^2 - 8x + 4 \geq 0$

$x^2 - 2x + 1 \geq 0$

$x(x+1) - 2x - x - 1 + 2 \geq 0$

$\cancel{x^2 - 3 + 4x}$

$x^2 - 2x + 1 \geq 0$

$x^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cos\alpha$

$4x^2 = d^2 + 4a^2 - 4ad\cos\alpha$

$x + a = 400$

$9r^2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^2-4x+(x+1)^2-4(x+1)+3=0$

$2x^2-4x+x^2+2x+1-4x-4+3=0$

$3x^2-6x=0$ $\quad 3x=6$

$x=0 \quad y=1$ $\quad x=2$

$x=2 \quad y=3$ (н.н.)

$(0;\ 1)\ \left(\frac{6+\sqrt6}{6};\ \frac{6+2\sqrt6}{3}\right)$

$\frac{6+2\sqrt6}{3}-2\left(\frac{6+\sqrt6}{6}\right)=$

$\frac{6+2\sqrt6}{3}-\frac{6+\sqrt6}{3}=\frac{\sqrt6}{3}$

Проверка $(0,1)$

$1=\sqrt{-1+2}$

$1-4+3=0$

$x=1+\frac{\sqrt6}{6}$

$y=4x-2$

$y=4\left(\frac{6+\sqrt6}{6_3}\right)-2=$

~~$24+4\sqrt{}$~~

$\frac{2(6+\sqrt6)}{3}-2=$

$\frac{12+2\sqrt6-6}{3}=$

$\frac{6+2\sqrt6}{3}=$

$2x^2-x-1\le ax+b\ge x+|2x-1|$ $\quad x\in\left[-\frac14;\ \frac32\right]$ $\quad 2x-1<0$, $x<\frac12$

~~$2\left(x^2-\frac12x-\frac12\right)$~~

~~$2\left(\left(x-\frac14\right)^2-\frac1{16}-\frac12\right)=2\left(\left(x-\frac14\right)^2-\frac9{16}\right)$~~

$x=1 \quad x=-\frac12$ $\quad \frac12+\frac12-1$

$2\cdot\left(-\frac14\right)^2+\frac14-1=$

$2\cdot\frac1{16}+\frac28-1$

$\frac18+\frac28-1=\frac38-1=-\frac58$

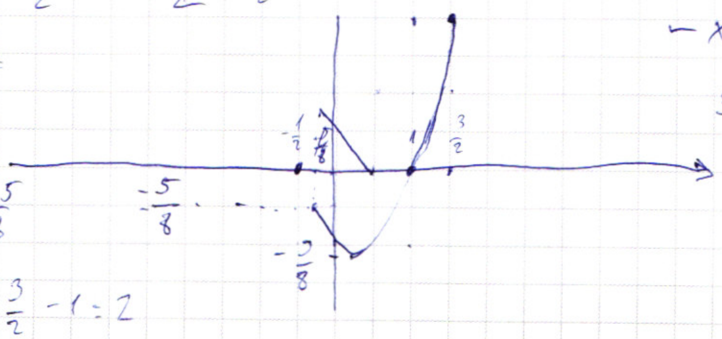
$2\cdot\frac94-\frac32-1=\frac92-\frac32-1=2$

$2\cdot\frac1{16}-\frac14-1=$

$\frac18-\frac28-\frac88=-\frac98$

$-x+1 \quad x<\frac12$

$3x-1 \quad x>\frac12$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

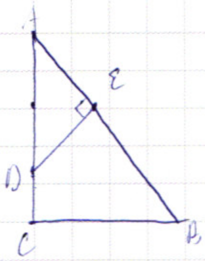
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

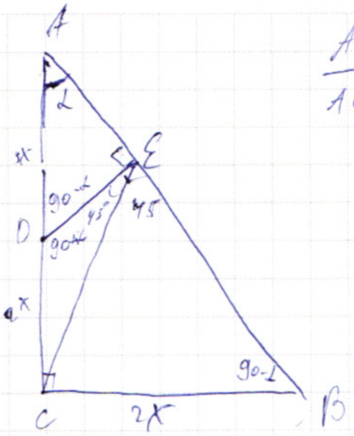
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$

$\triangle AED \sim \triangle ACB$

$\frac{AE}{AC} = \frac{ED}{CB} = \frac{AD}{AB}$

$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$ $\quad \frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB}$

$AE \cdot AB = AC \cdot AD = 15x^2$

AE

$\cos L +$

$\sin(90+L) = \sin(90-L)$

$+\cos L = \cos L$

$\frac{CE}{\sin(90+L)} = \frac{CE}{\sin(90-L)} = 2R$

$\frac{2x}{\sin 45} = \frac{2x\ CB}{\sin 45} = 2R$

$2x = CB$

$tg\, \angle BAC = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$

$AC = \sqrt{29} = 5x$

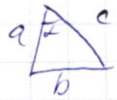
$CB = \frac{2}{5}\sqrt{29}$

$S_\triangle = \frac{AC \cdot CB}{2} = \frac{\sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \cdot 2}{2 \cdot 5}$

$S_\triangle = \frac{29}{5} =$

$tg = \frac{\sin L}{\cos L} = \frac{b}{c} : \frac{c}{a}$ $\quad \frac{b}{c} : \frac{a}{c} =$

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$



$\frac{b}{c} \cdot \frac{c}{a} = \frac{b}{a}$

$\frac{CB}{AC} = \frac{2}{5}$

CB

$y^2 - 4y + 2x^2 - 4x + 3 = 0$

$D = 16 - 4(2x^2 - 4x + 3) = 16 - 8x^2 + 16x - 12 =$

$-8x^2 + 16x + 4 = -4(2x^2 - 4x - 1)$

$\frac{AC}{CB}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \quad \Big| \wedge 2 \\ 2x^2 - 4x + y^2 - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} y - 2x \geq 0 \\ xy - 2x - y + 2 \geq 0 \end{cases}$

$D = 16 - 4 \cdot 2 \cdot (y^2 - 4y + 3) = 16 - 8(y^2 - 4y + 3) = 16 - 8y^2 + 32y - 24 =$

$= -8y^2 + 32y - 8 = 32y - 8y^2 - 8 = 8(4y - y^2 - 1)$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2$

$y^2 + 4x^2 - 5xy + 2x + y - 2 = 0$

$y^2 + y(1 - 5x) + 4x^2 + 2x - 2 = 0$

$D = (1 - 5x)^2 - 4(4x^2 + 2x - 2) = 25x^2 - 10x + 1 - 16x^2 - 8x + 8 =$

$9x^2 - 18x + 9 = 9(x^2 - 2x + 1)$

$y = \dfrac{5x - 1 \pm 3(x - 1)}{2} = \dfrac{5x - 1 \pm 3x - 3}{2}$

$y_1 = \dfrac{5x - 1 + 3x - 3}{2} = \dfrac{8x - 4}{2} = 4x - 2$

$y_2 = \dfrac{5x - 1 - 3x + 3}{2} = \dfrac{2x + 2}{2} = x + 1 \qquad x + 1 - 2x \geq 0$

$1 - x \geq 0 \quad x \leq 1$

$2x^2 - 4x + (4x - 2)^2 - 4(4x - 2) + 3 = 0 \qquad 2x - 2 \geq 0 \quad x \geq 1$

$2x^2 - 4x + 16x^2 - 16x + 4 - 16x + 8 + 3 = 0$

$\cancel{2x^2}\ 18x^2 - 36x + 15 = 0$

$6x^2 - 12x + 5 = 0 \qquad D = 144 - 120 = 24$

$\cancel{x^2 - 12x + 3 = 0}$

$x_1 = \dfrac{12 - \sqrt{24}}{12} = 1 - \dfrac{\sqrt{24}}{12}$

$x_2 = \dfrac{12 + \sqrt{24}}{12} = 1 + \dfrac{2\sqrt{6}}{12} = 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{6}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \ (2) \end{cases}$$

$\cancel{y-2x\geq 0 \quad x+y-2}$

(2) $2x^2-4x+y^2-4y+3=2(x^2-2x)+(y-2)^2-4+3=$

$=2((x-1)^2-1)+(y-2)^2-4+3=2(x-1)^2+(y-2)^2-2-4+3=$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$2(x^2-2x+1)+y^2-4y+4=2x^2-4x+2+y^2-4y+4 \quad 2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$\cancel{y^2} \quad (y-2x)^2=xy-2x+y+2$

$y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$\frac{y}{x}-2=\cancel{\sqrt{\frac{y}{x}-\frac{2}{x}-\frac{y}{x}+\frac{2}{x}}}$

$2x^2$

$a;b;c;x \quad \cancel{\frac{b}{a}=\frac{c}{b}}=q \quad c^2=xb$

$b^2=ac \quad ax^2+2bx+c=0 \quad D=4b^2-4ac=4\cdot ac-4ac=0$

$x=\frac{-2b}{2a}=-\frac{b}{a}$

$a;b;c;-\frac{b}{a} \quad b^2=ac \quad c^2=\frac{-b^2}{a}=\frac{-ac}{a}$

$c^2=-c \qquad c=0\Rightarrow b=0$

$\boxed{c=-1}$

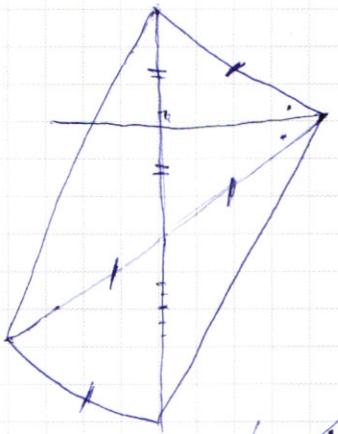
№1 $\cancel{?}$ ✓
№2
№3 перепроверить
№4 ✓
№5
№6 ✓ (?)
№7

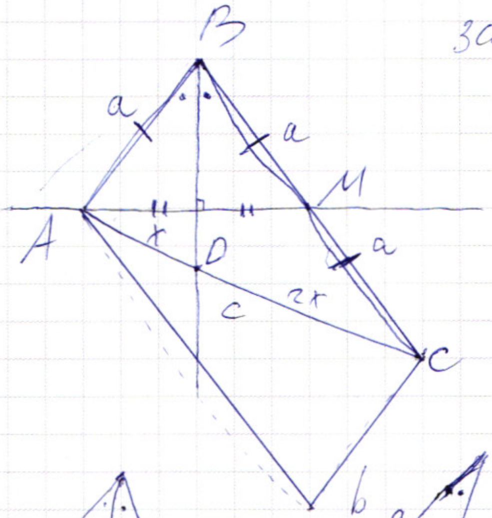
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

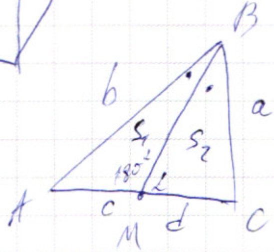
(Нумеровать только чистовики)

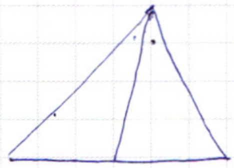


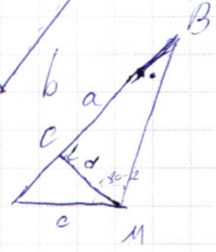


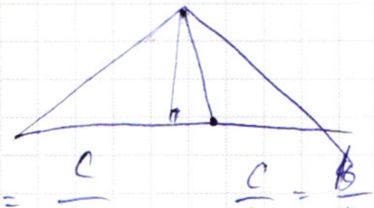
$3a + 3x = 1200$

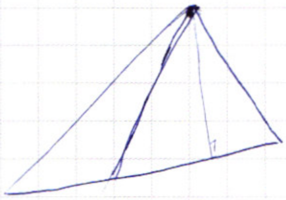
$a + x = 400$











$\frac{S_1}{S_2} = \frac{c}{d}$ $\qquad \frac{c}{d} = \frac{b}{a}$

$\frac{AD}{DC} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{bm}{am}$ $\qquad \frac{c}{d} = \frac{b}{a}$

$x^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cos\alpha \; /2 = \quad 2x^2 = 2a^2 + d^2 - 2x^2$

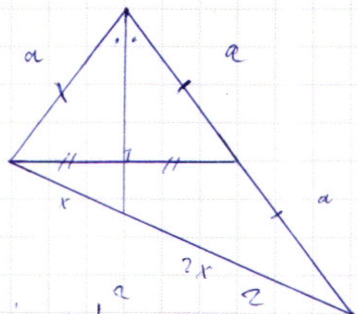
$4x^2 = 4a^2 + d^2 - 2 \cdot 2a \cdot d\cos\alpha$

$4x^2 = 4a^2 + d^2 - 4ad\cos\alpha$

$4x^2 = 4a^2 + d^2 + 2x^2 - 2a^2 - 2d^2$

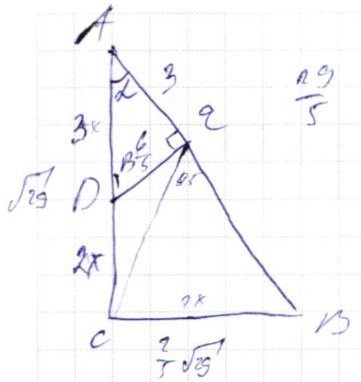
$2x^2 = 2a^2 - d^2$

$9x^2 = a^2 + 4a^2 - 4a^2\cos 2\alpha$



$(2a\sin\alpha)^2 = \frac{a^2 + (3x)^2 - 4a^2}{4}$

$4a^2\sin^2\alpha = \frac{9x^2 - 3a^2}{4}$



$5x = \sqrt{29}$ $\quad x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$\frac{29}{5}$

т. П. $AB = \sqrt{29}\,x = \frac{29}{5}$

$tg\,\alpha = \frac{2}{5}$

$\frac{43}{6}$

$\frac{DE}{AE} = \frac{2}{5}$ $\quad \frac{\frac{6}{5}}{AE} = \frac{2}{5}$

AE $\quad \frac{5 \cdot \frac{6}{5}}{2} = 3$

$AE \cdot AB = AC \cdot AD = 15 \cdot x^2 = 15 \cdot \frac{29}{25} = \frac{3 \cdot 29}{5}$

$\frac{AE}{AC} = \frac{ED}{CB} = \frac{AD}{AB}$

$\frac{AE}{5x} = \frac{ED}{2x} = \frac{3x}{AB}$ $\qquad ED = \frac{2}{5} AE$

$ED = \frac{6x^2}{AB} = \frac{6x^2}{\sqrt{29}\,x} = \frac{6x}{\sqrt{29}} =$

$\frac{6 \cdot \sqrt{29}}{5\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$ $\quad \frac{6}{5}$

$\sin\beta = \frac{3}{3x}$ $\qquad \sin(180-\beta)$

$\cos\beta = \frac{6}{5 \cdot 3x}$ $\qquad \sin(\pi-\beta) = \sin\beta$

$S_\Delta\, EDC = \frac{DE \cdot DC}{2} \sin\beta = \frac{\frac{6}{5} \cdot 2x}{2} \cdot \frac{3}{3x}$

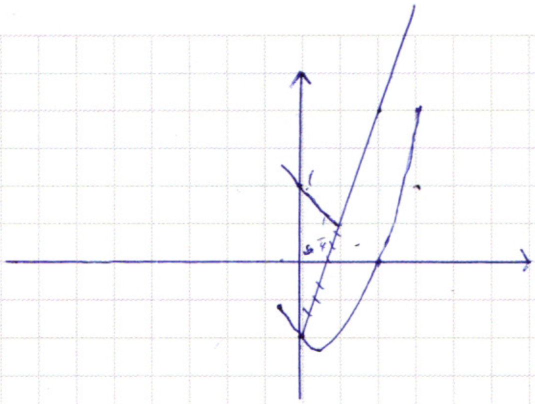
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

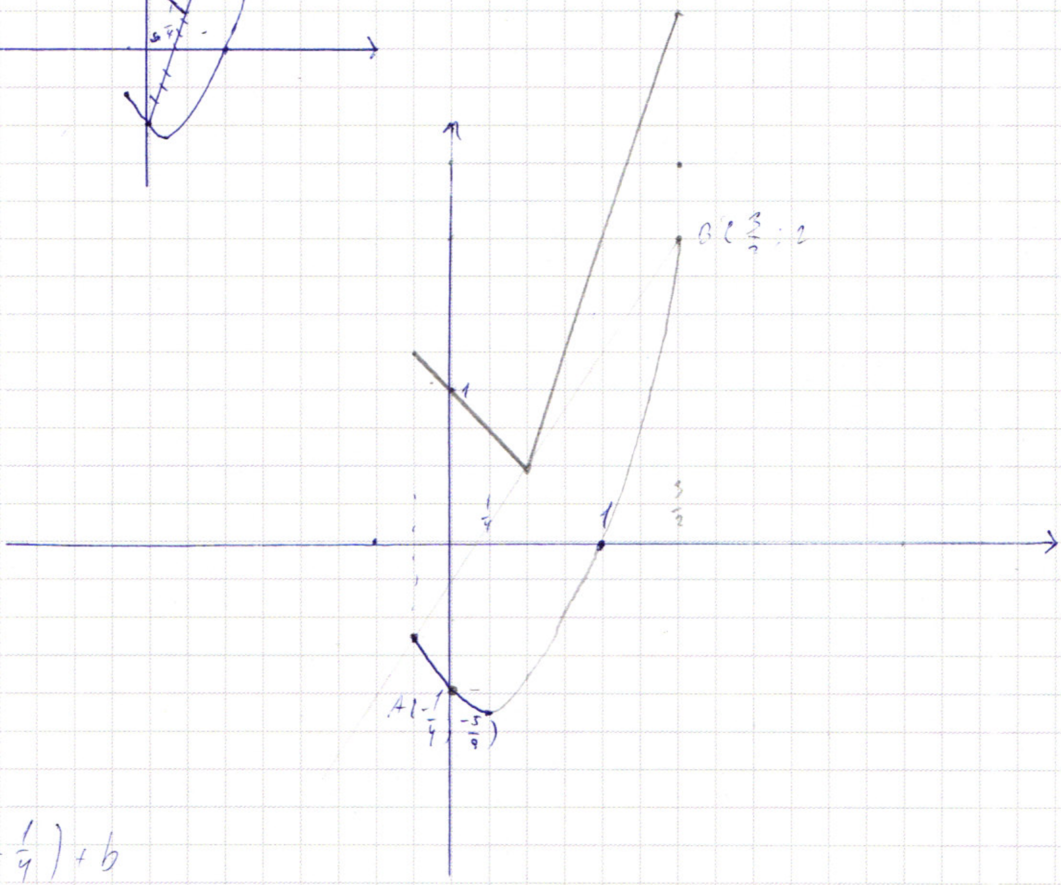
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} 1-x & x < \frac{1}{2} \\ 3x-1 & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\frac{9}{2} \quad \frac{4}{2}$



$-\frac{5}{8} = a\left(-\frac{1}{4}\right) + b$

$2 = a \cdot \frac{3}{2} + b \qquad b = 2 - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4}$

$4 \quad \frac{21}{8} = a\left(\frac{7}{4}\right)$

$a = \frac{21}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3}{2}$

$b = -\frac{1}{4}$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

$y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$a = \frac{3}{2} \quad b = -\frac{1}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)