МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Пусть q - шаг прогрессии. Тогда $b = aq$, $c = bq = aq^2$

Найдём корни уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$ax^2 + 2aqx + aq^2 = 0$

$a(x^2 + 2qx + q^2) = 0$

$a(x+q)^2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -q \\ a \neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \in R \\ a = 0 \end{cases} \end{array}\right.$

Если $a = 0$, то $c = 0$.

Если $a \neq 0$, то

$c = aq^2$

$x = -q = aq^3$ - 4-й член прогрессии

$-q = aq^3$

$aq^3 + q = 0$

$q(aq^2 + 1) = 0$

$q(c+1) = 0$

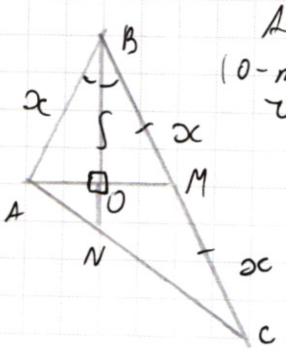
$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} q \neq 0 \\ c = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} q = 0 \\ c \in R \end{cases} \end{array}\right.$

Ответ: если $q \neq 0$ и $a \neq 0$, то $c = -1$

если $q = 0$ или $a = 0$, то $c = 0$

№2.

Начертим $\triangle ABC$, у которого одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан. BN - биссектриса, AM - высота. Тогда $\triangle AOB = \triangle BOM$, т.к. (O - т. их пересечения) $\angle ABO = \angle OBM$, $\angle AOB = \angle BOM = 90°$, а BO - общая ~~сто~~ сторона.



Пусть $BM = x$, тогда $AB = x$, $BC = 2x$

Пусть $AC = y$.

Тогда должны выполняться следующие условия: $x + 2x + y = 1200$

$$\begin{cases} 3x + y = 1200 \\ 3x > y \\ 2x < y + x \\ x < y + 2x \\ x \in N,\ y \in N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 1200 \\ 3x > y \\ y > x \\ y > -x \\ x \in N,\ y \in N \end{cases}$$

Условие $y > -x$ ничего не ограничивает, т.к. $x \in N$ и $y \in N$.

$$\begin{cases} 3x + y = 1200 \\ 3x > y \\ y > x \\ x \in N,\ y \in N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1200 - 3x \\ 3x > 1200 - 3x \\ 1200 - 3x > x \\ x \in N,\ y \in N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1200 - 3x \\ 6x > 1200 \\ 1200 > 4x \\ x \in N,\ y \in N \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1200 - 3x \\ x > 200 \\ 300 > x \\ x \in N,\ y \in N \end{cases} \Rightarrow x \in (200; 300)$$

Значит всего существует

$N = 300 - 200 - 1 = 99$ таких треугольников

Ответ: существует $N = 99$ таких треугольников.

~~№3~~

$$\cancel{\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

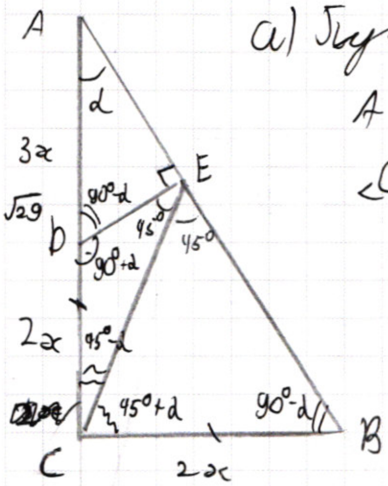
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



а) Пусть $AD = 3x$, $DC = AC - AD = 5x - 3x = 2x$

$AC = 5x$. По условию $DE \perp AB$ и $\angle CED = 45^\circ \Rightarrow \angle CEB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

~~Запишем теорему синусов~~

Пусть $\angle CAB = \alpha$, тогда $\angle ADE = 90^\circ - \alpha$

$\angle EDC = 90^\circ + \alpha$; $\angle EBC = 90^\circ - \alpha$, $\angle ECB =$

$\angle ECB = 45^\circ + \alpha$ и $\angle DCE = 45^\circ - \alpha$

$tg\angle BAC - ?$

$S_{CED} - ?$

Запишем теорему синусов

в $\triangle CEB$ и $\triangle CDE$:

$$\frac{CB}{\sin 45^\circ} = \frac{CE}{\sin(90^\circ - \alpha)}; \quad \frac{CE}{\sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{CD}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{CB}{\sin 45^\circ} = \frac{CE}{\cos\alpha}; \quad \frac{CE}{\cos\alpha} = \frac{CD}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{CB}{\sin 45^\circ} = \frac{CD}{\sin 45^\circ} \Rightarrow CB = CD = 2x$$

Значит, $tg\angle BAC = tg\alpha = \frac{CB}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$.

б) $AC = 5x = \sqrt{29}$

$S_{CED} = DE \cdot CE \cdot \sin 45^\circ$

Найдём же DE и CE.

$DE = AD\sin\alpha = \frac{3}{5} \cdot \sqrt{29} \cdot \sin\alpha$

$tg\alpha = \frac{2}{5}$; $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$$\frac{1}{tg^2\alpha + 1} = \frac{1}{\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}} = \cos^2\alpha$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\sin^2\alpha = 1 - \frac{1}{tg^2\alpha+1} = \frac{tg^2\alpha}{tg^2\alpha+1}\;;\quad \cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{tg^2\alpha+1}}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{tg^2\alpha}{tg^2\alpha+1}} = \sqrt{\frac{\frac{4}{25}}{\frac{4}{25}+1}} = \sqrt{\frac{4\cdot 25}{25\cdot 29}} = \sqrt{\frac{4}{29}}$$

$$DE = AD\sin\alpha = 3x\cdot\sin\alpha = \frac{3}{5}\sqrt{29}\cdot\sqrt{\frac{4}{29}} = \frac{6}{5}$$

$$CE = \cancel{\frac{AB}{\sin(90^\circ-\alpha)}}\;\frac{CB}{\sin 45^\circ}\cdot\sin(90^\circ-\alpha) = \frac{2x}{\sin 45^\circ}\cdot\cos\alpha =$$

$$= \frac{2}{5}\cdot\sqrt{29}\cdot\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{\frac{4}{25}+1}} = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{29}\cdot\sqrt{\frac{25}{29}} =$$

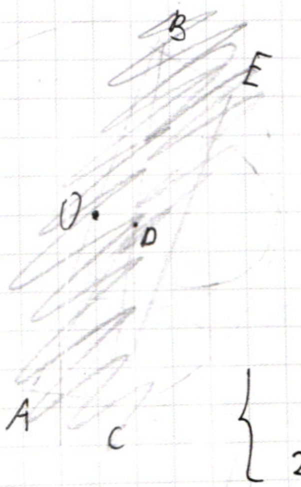
$$= \frac{4}{\sqrt{2}} \Rightarrow S_{CED} = CE\cdot DE\cdot\sin 45^\circ = \frac{6}{5}\cdot\frac{4}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{6\cdot 4}{5\cdot 2} = \frac{12}{5} = 2{,}4$$

Ответ: а) $tg\,\alpha = tg\,\angle BAC = \frac{2}{5}$

б) $S_{CED} = 2{,}4$

~~№~~ №4.



$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2x^2-4x+2+y^2-4y+1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x^2-2x+1)+y^2-4y+4-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$$ пусть $t = x-1$, $r = y-2$

значит, $x = t+1$, $y = r+2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} r+2-2(t+1)=\sqrt{t\cdot r} \\ 2t^2+r^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r-2t=\sqrt{tr} \\ 2t^2+r^2=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (r-2t)^2=tr \\ 2t^2+r^2=3 \\ tr\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4t^2-5tr+r^2=0 \quad (*) \\ 2t^2+r^2=3 \\ tr\geq 0 \end{cases}$$

$(*)$: Если $r=0$, то $0-2t=0 \Rightarrow t=0$, но $2\cdot 0+0\neq 3$.

Аналогично, если $t=0$, то $r-0=0 \Rightarrow r=0$, но $2\cdot 0+0\neq 3$

Значит, $t\neq 0$ и $r\neq 0$

$$\begin{cases} 4t^2-5tr+r^2=0 \\ 2t^2+r^2=3 \\ tr>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\frac{t^2}{r^2}-5\frac{t}{r}+1=0 \\ 2t^2+r^2=3 \\ tr>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(4\frac{t}{r}-1\right)\left(\frac{t}{r}-1\right)=0 \\ 2t^2+r^2=3 \\ tr>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \frac{t}{r}=\frac{1}{4} \\ \frac{t}{r}=1 \end{array}\right. \\ 2t^2+r^2=3 \\ tr>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} r=4t \\ t=r \end{array}\right. \\ 2t^2+r^2=3 \\ tr>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} r=4t \\ 2t^2+16t^2=3 \end{cases} \\ \begin{cases} r=t \\ 2t^2+t^2=3 \end{cases} \end{array}\right. \\ tr>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} r=4t \\ 18t^2=3 \end{cases} \\ \begin{cases} r=t \\ 3t^2=3 \end{cases} \end{array}\right. \\ tr>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} r=4t \\ t^2=\frac{1}{6} \end{cases} \\ \begin{cases} r=t \\ t^2=1 \end{cases} \end{array}\right. \\ t\cdot r>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} t=\pm\frac{\sqrt{6}}{6} \\ r=\pm\frac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} t=\pm 1 \\ r=\pm 1 \end{cases} \end{array}\right. \\ rt>0 \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} t = \pm\frac{\sqrt6}{6} \\ r = \pm\frac{2}{3}\sqrt6 \end{cases} \\ \begin{cases} t = \pm 1 \\ r = \pm 1 \end{cases} \end{array}\right. \\ rt \geq 0 \\ \underline{y-2x \geq 0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} t = \pm\frac{\sqrt6}{6} \\ r = \pm\frac{2}{3}\sqrt6 \end{cases} \\ \begin{cases} t = \pm 1 \\ r = \pm 1 \end{cases} \end{array}\right. \\ rt \geq 0 \\ r-t-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} t = \frac{\sqrt6}{6} \\ r = \frac{2}{3}\sqrt6 \end{cases} \\ \begin{cases} t = -1 \\ r = -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

забыл добавить это условие

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{\sqrt6}{6} + 1 \\ y = \frac{2}{3}\sqrt6 + 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -1+1 \\ y = -1+2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{\sqrt6 + 6}{6} \\ y = \frac{2\sqrt6+6}{3} = \frac{2(\sqrt6+3)}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(x;y) \in \left\{ (0;1);\ \left(\frac{\sqrt6}{6}+1;\ \frac{2}{3}\sqrt6+2\right) \right\}$

№ 6.

$f(x) = 2x^2 - x - 1 =$

$= (2x+1)(x-1)$

$g(x) = x + |2x-1|$

Начертим графики функций $f(x)$ и $g(x)$ для $x \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$

$x_{min} = -\frac{(-1)}{2\cdot 2} = \frac{1}{4}$

$f_{min}(x_{min}) = y_{min} = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} - 1 =$

$= \frac{1-2-8}{8} = -\frac{9}{8}$

$f(x_1) = 0$ и $f(x_2) = 0$

$x_1 = -\frac{1}{2},\ x_2 = 1$

$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 = 2$

$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

$g(0) = 1$

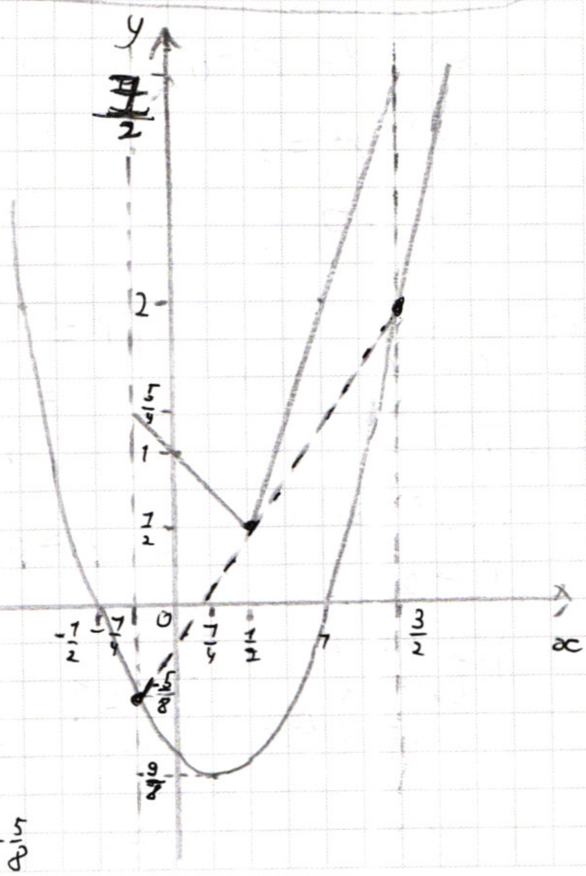
$g(1) = 2$

$g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{7}{2}$

$g\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4}$

$k(x) = ax + b$ - это прямая

$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{2}{16} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{5}{8}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

при любом x на промежутке

$x \in [-\frac{7}{4}; \frac{3}{2}]$ $f(x) < g(x)$

График $k(x) = ax + b$ — прямая, рассмотрим различные значения коэффициента a:

$a < 0$: При любом таком значении a и при любом b невозможно построить прямую, удовлетворяющую требованиям задачи. Ведь чтобы $k(x) \geq f(x)$ $k(\frac{3}{2}) \geq f(\frac{3}{2}) \geq 2$, что невозможно при $a<0$, ведь $k(-\frac{7}{4})$ должно получиться больше $k(\frac{3}{2}) \geq 2$, т.к. $a<0$, но максимально возможное $k(-\frac{7}{4})_{max}$ удовл. усл. $k(-\frac{7}{4}) \leq g(-\frac{7}{4})$

$k(-\frac{7}{4})_{max} = \frac{5}{4} \leq k(\frac{3}{2})$.

$a = 0$: При $a=0$, невозможно подобрать нужной b, чтобы $f(x) \leq b \leq g(x)$. Это видно из графика.

$a > 0$: Рассмотрим прямую $k(x)$ с наибольшим возможным углом наклона a:

$k(\frac{3}{2}) = f(\frac{3}{2}) = 2$; $k(-\frac{7}{4}) = \cancel{f}(-\frac{7}{4}) = \frac{5}{8}$; ~~k(x)~~

Если изменить b в любую сторону, то усл. $f(x) \leq k(x) \leq g(x)$ перестают выполняться

Если изменить a в любую сторону, условие $f(x) \le k(x) \le g(x)$ ~~...~~ тоже перестают выполняться.

$$\begin{cases} -\frac{7}{4}a + b = -\frac{5}{8} \\ \frac{3}{2}a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}+\frac{7}{4}\right)a = 2+\frac{5}{8} \\ b = \frac{7}{4}a - \frac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{4}a = \frac{21}{8} \\ b = \frac{4}{7}\cdot\frac{7}{4}\cdot\frac{21}{8} - \frac{5}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow k\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{3}{2}\cdot\frac{7}{2}-\frac{7}{4} = \frac{1}{2} = g\left(\frac{1}{2}\right).$$

$k\left(\frac{1}{2}\right)$ - минимальное значение $k(x)$ на промежутке $x \in \left[-\frac{7}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

При изменении a и b в любую сторону условие $f(x) \le k(x) \le g(x)$ перестаёт выполняться. ~~Вычисляем~~

Ответ: $(a; b) \in \left\{\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{4}\right)\right\}$

N5.

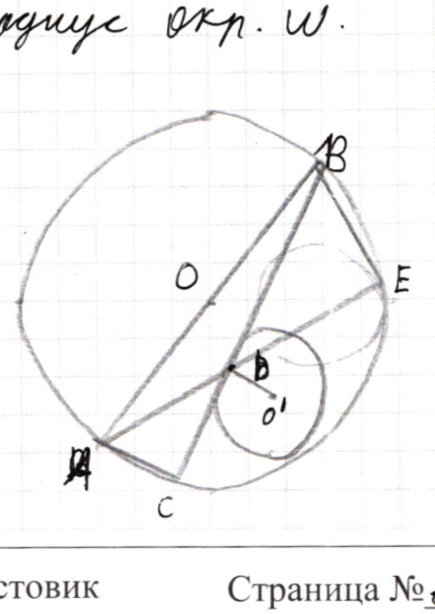
$CD = 7$

$BD = 3$

O - центр Ω

O' - центр ω

1 случай: $R_\Omega \ge 2R_w$, где R_Ω - радиус окр. Ω, R_w - радиус окр. w.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$2x^2-x-7=f(x)$

$x_{min}=-\frac{(-7)}{2\cdot 2}=\frac{7}{4}$

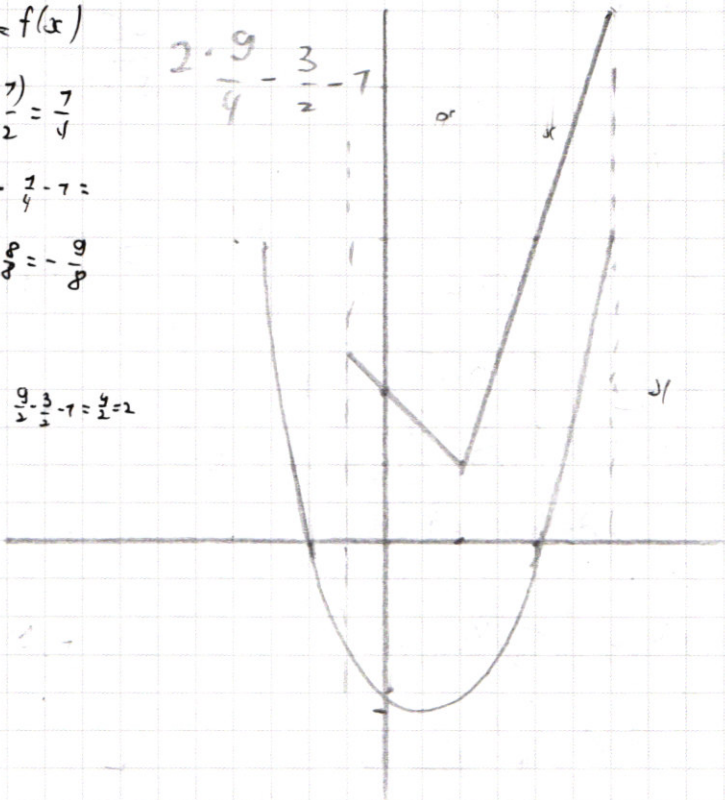
$y_{min}=2\cdot\frac{1}{16}-\frac{1}{4}-7=$

$=\frac{7}{8}-\frac{2}{8}-\frac{8}{8}=-\frac{9}{8}$

$(2x+7)(x-7)$

$2\cdot\frac{9}{4}-\frac{3}{2}-7=\frac{9}{2}-\frac{3}{2}-7=\frac{4}{2}=2$

$2\cdot\frac{9}{4}-\frac{3}{2}-7$



$y^2-4xy+4x^2=$

$=xy-2x-y+2$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$y^2-4xy+4x^2-2x^2+4xy-4x-4y+3=0$

$(y-2x)^2-2x^2-4x-7+4xy-4xy+4+2x^2$

$y^2-4y+4=2x^2-4x-7$

$$\begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$xy-2x-y$ $-(5y+6)\pm\sqrt{(5y+2)^2+72}$

$\frac{1}{16}$

$\frac{1}{8}+\frac{2}{8}-\frac{8}{8}=\frac{5}{8}$

$\begin{cases} 5xy \end{cases}$

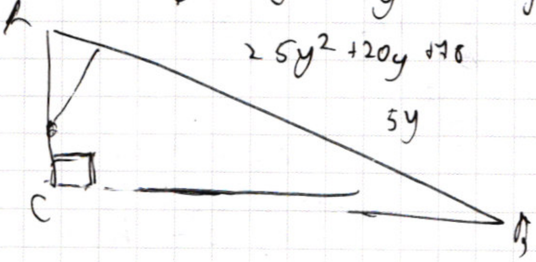
$y(y-1)-2x$

$y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}$

$D=25y^2+60y+36-40(y-1)$

$25y^2+20y+76$

$5y$



$y^2-5xy+4x^2+2x+y-2=0$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$y^2-5xy+4x^2+2x+y-2-2x^2-y^2+4x+4y$

-3

$-5xy+2x^2+6x+5y-5$

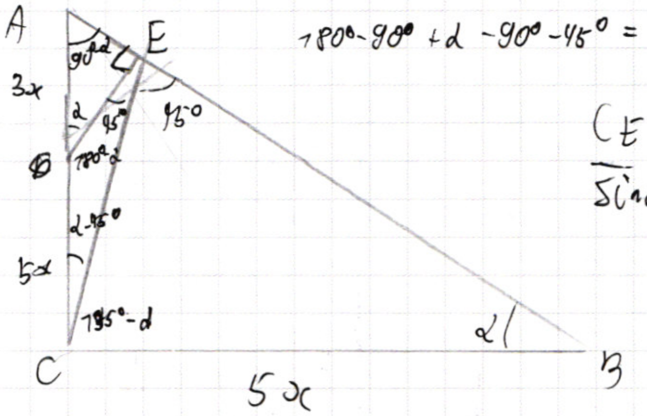
$2x^2+x(6+5y)+5(y-1)=0$

$y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3$

$2x^2 - x - 1$

$(2x+1)(x-1)$



$180^\circ - 90^\circ + \alpha - 90^\circ - 45^\circ = \alpha - 45^\circ$

$-\frac{-1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$

$\frac{2}{16} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1 - 2 - 8}{8} = -\frac{9}{8}$

$\frac{CE}{\sin\alpha} = \frac{CB}{\sin 45^\circ}$

$\frac{CE}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{CE}{\sin\alpha} = \frac{CD}{\sin 45^\circ}$

$CB = CD$

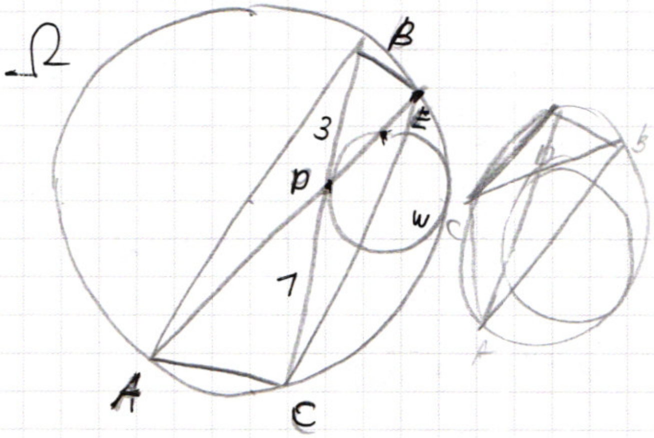
$\cancel{y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}}$

$\cancel{y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}}$

$\cancel{2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0}$

$\cancel{y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}}$

$\cancel{2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0}$



$6 - 2k^2 = 5kt - k^2$

$k^2 + 5kt - 6 = 0$

$D = 25t^2 - 36 = \sqrt{(5t-6)(5t+6)}$

$(x-2)(y-1)$

xy

$\sqrt{(x-1)(y-2)} = y - 2x$

$(x-1)^2 + (y-2)^2$

$2x^2 - 4x + 2 + y^2 - 4y + 1$

$2(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 3$

$t = x - 1$

$k = y - 2$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$

$(x-1)(y-2) = (y-2x)^2$

$2t^2 + k^2 = 3$

$\left(\frac{k}{t} - 1\right)\left(\frac{k}{t} - 4\right) = 0$

$2t^2 + k^2 = 3$

$tk = (k + 2 - 2t - 2)^2$

$tk = (k - 2t)^2$

$tk = k^2 - 4kt + 4t^2$

$k^2 + 2t^2 = 3$

$4t^2 - 5tk + k^2 = 0$

$\frac{k^2}{t^2} - 5\frac{k}{t} + 4 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)