МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a, b, c.$

$b = a \cdot x$

$c = a \cdot x^2$

$1 = a \cdot x^3$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 0$

$4(a^2x^2 - a^2x^2) = 0$

$\cancel{-\frac{b}{2a}} \quad -\frac{2b}{2a} = -\frac{b}{a} = -x$

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$y - 2x = \sqrt{x(y-2) - (y-2)}$

$(x-2)^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$ax^3 = -x$

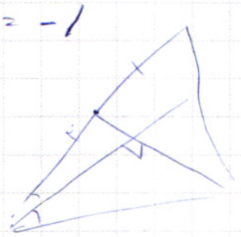
$ax^2 = -1$

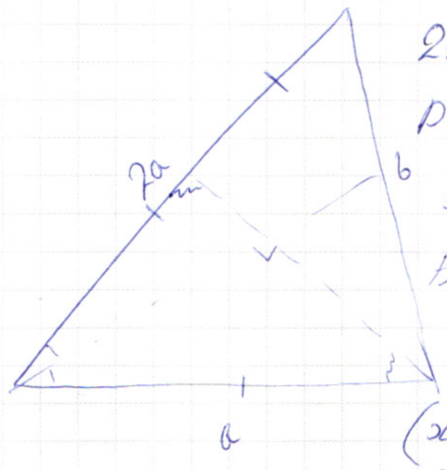
$2x^2 - 4x + 1$

$D = 16 - 8$

$x^2 - 4x + 2$

$\cancel{D = 16 - 8}$



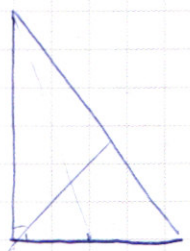


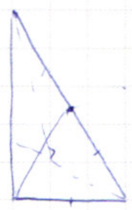
$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

$y^2 - 4y - 1 + x^2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0.$

$(x-1)^2 + (x-1)^2 + \cancel{(y-1)^2} = 0.$





$2a < 600$

$b < 600$

$3a + b = 1200$

$\Rightarrow 3a > 600$

$$\begin{cases} a < 300 \\ a > 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ \cancel{2(x-1)^2 + (y-1)^2 = 0} \end{cases}$$

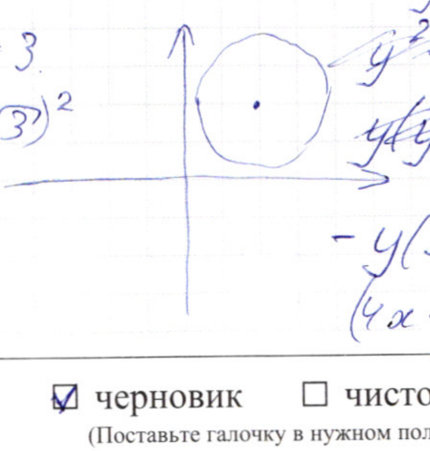
$y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)}$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2$

$y^2 - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 = 0$

$2(x-1)^2 + y^2 - 4y + 4 = 3.$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{3})^2$



$\cancel{y(y-x)} + 4x(x-y)$

$3a > b$

$-y(x-y) + 4x(x-y)$

$(4x-y)(x-y)$

$a + b > 2a$

$b + 2a > a$

$-a > a$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(y-2x)(y-2x)=(x-1)(y-2)$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3.$

$y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2=(x-1)(y-2)$

$y(y-2x)+2x(2x-y)$

$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1\le-\frac{5}{8}\le a-\frac{a}{4}+b\le-\frac{1}{4}+\left|\frac{1}{2}-1\right|\le\frac{1}{4}.$

$-5\le-2a+8b\le2$

$-5\le2(4b-a)\le2$

$\begin{cases}4b-a\ge-2,5\\4b-a\le1\end{cases}$

$8b\quad a-4b\le2,5$

$4b-a\le1$

$2a-8b\le1,5$

$a-4b\le0,75.$

$4b-a\ge-0,75$

$\frac{9}{2}-\frac{3}{2}-1\le2\le\frac{3a}{2}+b\le3,5$

$+\begin{cases}4\le3a+2b\le7\ \cdot4\\-5\le8b-2a\le2\ \cdot3.\end{cases}$

$~~-1\le 10b-a~~$

$-\begin{cases}16\le12a+8b\le28\\-5\le8b-2a\le2\end{cases}$

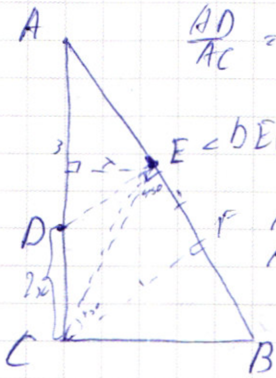
$+\begin{cases}8\le6a+4b\le14.\\-15\le8b-6a\le6\end{cases}$

$21\le14a\le26.$ $\qquad -7\le12b\le20$

$14a=21\quad 14a=26.$ $\qquad 12b=-7\quad 12b=20$

$a=\frac{3}{2}\quad a=\frac{13}{7}$ $\qquad b=-\frac{7}{12}\quad b=\frac{5}{3}$

$a\in[\frac{3}{2};\frac{13}{7}]$ $\qquad b\in[-\frac{7}{12};\frac{5}{3}]$



$\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}$

$\angle DEC=45°$

$45-A+135-b=C$

$\frac{DE}{AE}=\frac{CF}{AF}=?$

$\left.\begin{matrix}AD=3x\\AC=5x\end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix}AE=3y\\AF=5y\end{matrix}\Rightarrow EF=2y=CF=2y$

$\frac{2y}{5y}=0,4.$

$25y^2+4y^2=25x^2$

$29y^2=25x^2$

$\sqrt{\frac{29}{25}y^2}=\sqrt{x^2}$

$\sqrt{29}\cdot\frac{y}{5}=x.$

$x=\frac{\sqrt{29}}{5}$

$5x=\sqrt{29}$

$5x=\sqrt{29}y\Rightarrow y=1$

$1044\,|\,29$
$87\quad 36$
174
174
0

$9+1,44=10,44=\angle 10$

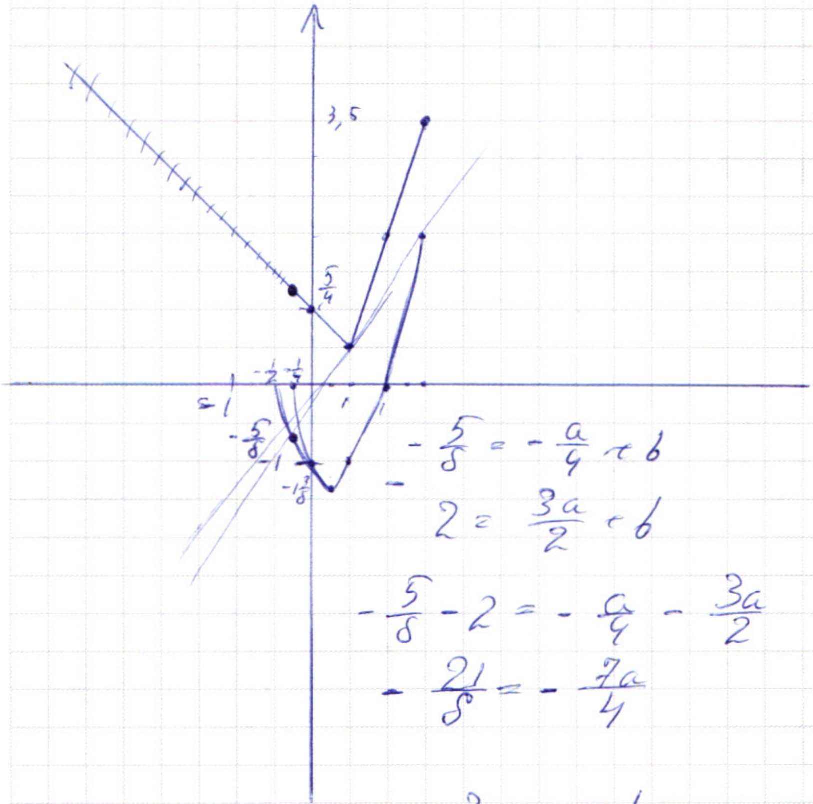
$DE=$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$x = -\frac{1}{4}$ $y = -\frac{5}{8}$

$x = \frac{3}{2}$ $y = 2$

$y = ax + b.$

$-\frac{5}{8} = -\frac{1}{4}a + b$

$2 = \frac{3}{2}a + b$

$-5 = -2a + 8b$

$-16 = 12a + 8b$

$-21 = -14a$

$a = \frac{3}{2}$ $b = -\frac{1}{4}$

$-\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{5}{8}.$

$\frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2$

$-\frac{5}{8} = -\frac{a}{4} + b$

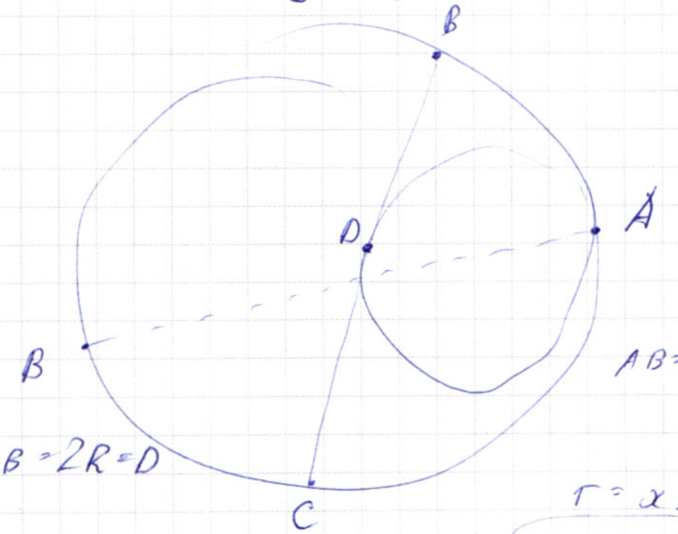
$2 = \frac{3a}{2} + b$

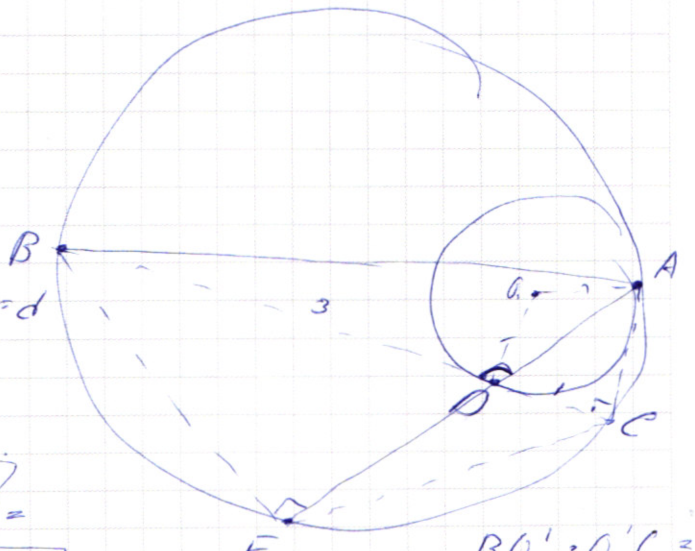
$-\frac{5}{8} - 2 = -\frac{a}{4} - \frac{3a}{2}$

$-\frac{21}{8} = -\frac{7a}{4}$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}.$

$y = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow$





$AB = d$

$AB = 2R = D$

$AD \cdot DE = BD \cdot DC$

$BA \cdot AD = BD \cdot AC$

$\frac{AD}{BD} = \frac{DC}{DE} = \frac{AC}{AB}$

$DC \cdot AB = DE \cdot AC$

$\frac{BA}{AC} = \frac{3}{1} \cdot \frac{DE}{3}$

$BA = DE \cdot AC$

$r = x.$

$\sqrt{4x^2 - 16} = \sqrt{4(x^2 - 4)}$

$\cancel{AC = 2x} = 2\sqrt{x^2 - 4}.$

$AD^2 = 4x^2 - 16 + 1 = \sqrt{4x^2 - 15}$

$AD \cdot DE = 3 \Rightarrow AD = \frac{3}{DE}.$

$BA \cdot AD = 3 \cdot AC.$

$BA \cdot \frac{3}{DE} = 3 \cdot AC.$

$BO' \cdot O'C =$
$= O'D \cdot BC.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{3\sqrt{29}}{5}\cdot x = 3,6$

$3\sqrt{29}x = 18$

$\sqrt{29}x = 6.$

$x = \frac{6}{\sqrt{29}} = \frac{6\sqrt{29}}{29}$

$\frac{6\sqrt{29}}{29}\cdot\frac{\sqrt{25}}{5} = 1,2$

$\frac{1}{2}(\sqrt{29}\cdot\frac{6\sqrt{29}}{29}) = 3 = \frac{3}{?}$ нет

$\frac{1}{2}(\frac{3\sqrt{29}}{5}\cdot\frac{6\sqrt{29}}{29} = 1,8$

$2x^2 - x - 1 = 0.$

$D = 1 + 8 = 3^2$

$x_{I,II} = \frac{1\pm 3}{4} = 1; -\frac{1}{2}.$

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + 12x - 11$

$-1 \le \frac{a}{2} + b \le \frac{1}{2}$

$-2 \le a + 2b \le 1$

$0 \le b - \frac{a}{2} \le \frac{3}{2}$

$0 \le 2b - a \le 1,5$

$0 \le a + b \le 2$

$\begin{cases} a + 2b \le 1 \\ 2b - a \ge 0 \end{cases}$

$x = \frac{1}{2}$ прав часть наименьшая

$x = -\frac{1}{2}$

$\begin{cases} a + 2b \le 1 \\ a - 2b \le 0. \end{cases}$

$x = 1$ $y = -1\frac{3}{8}$

$2a \le 1$ $\quad 4b \le 1$

$a \le 0,5$ $\quad b \le \frac{1}{4}$

$2x^2 - x - 1$ $\quad x = 1$ $y = 0$

$x_0 = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ $\quad x = \frac{1}{4}$

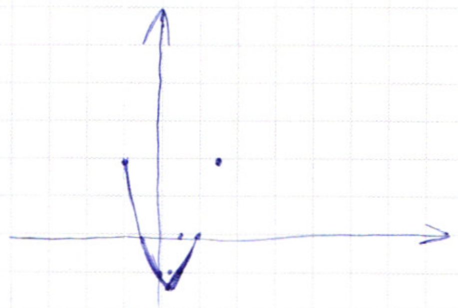
$y_0(\frac{1}{4}) = -1\frac{3}{8}$

$x = -\frac{1}{4}$ $y = -\frac{5}{8}$

$x = \frac{3}{2}$ $y = 2$

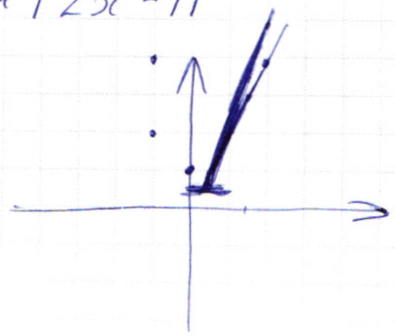
$y = 3x - 1$

$y = -x + 1$



$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = +\frac{3}{8}$ $\quad -\frac{5}{8} = y.$

$x + 12^{-2}x - 11$



макс знач $2x^2 - x - 1$ на промеж $= 2$

мин знач $x + 12x - 11$ на промеж

$0,5.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \cancel{y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)}}\quad y-2x=\sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3. \end{cases}$$

$y(x-1)-2(x-1)$

$$\begin{cases} y^2-4xy-4x^2=(y-2)(x-1) \\ \end{cases}$$

$\cancel{y^2-4xy+4x^2-xy+2x+y-2=0}$

$+2x^2+y^2-4x-4y+3$

$2x^2-5xy+6x+5y-5=0.$

$y^2+8x^2-5xy-2x-3y+1=0.$

$2x(3x-y-1)+y(y-3x-3)$

$(y-2x)(y-3x)=$

$y^2-xy+4x^2-4xy$

$y(y-x)+4x(x-y)$

$y^2-2xy+4x^2-2xy$

$y(y-2x)+2x(2x-y)$

$(y-2x)(y-2x)$

$2x^2-4x+1=(2x-1)^2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Заметим, что т.к. a - первый член геометр. прогрессии ⇒ мы вправе записать b в виде: $b = a \cdot d$, где d - какое-то неизвестное число в которое каждый раз увеличивается ~~п~~ следующий член прогрессии.

Итак: a; $a \cdot d$; $a \cdot d^2$ ($c = a \cdot d^2$), это 3 первых члена последовательности.

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4 \cdot a^2 d^2 - 4 \cdot a \cdot a \cdot d^2 = 0$

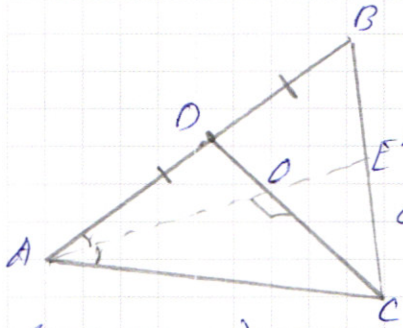
Следовательно, корень находится по формуле, $x_0 = \frac{-2b}{2a} = \frac{-2 \cdot a \cdot d}{2a} = -d$

Теперь посмотрим, чему должен быть равен 4 член нашей прогрессии $a \cdot d^3$; из квадратного уравнения мы знаем, что 4 член равен корню и равен $-d$. Итого: $a \cdot d^3 = -d$ ⇒ поделим на d, т.к. оно не равно 0, иначе ~~последо~~-прогрессии бы не было.

$a \cdot d^2 = -1$; а мы знаем, что $a \cdot d^2 = c$, т.е третий член прогрессии равен $a \cdot d^2 = -1$

Ответ: $c = -1$

№ 2.

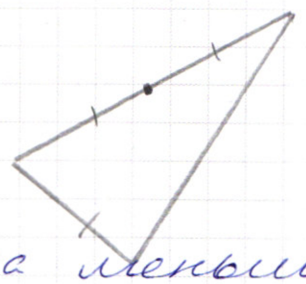


Допустим, что мы выполнили соответствующие построения и у нас все получилось; тогда: CD - медиана (AD = DB); AE - биссектриса ($\angle BAE = \angle EAC$) $DC \perp AE$: Как итог мы видим, что у нас образовались два новых и нужных нам треугольника: $\triangle ADO$ и $\triangle AOC$

$\triangle ADO = \triangle COA$ по двум $\angle$ и стороне между ними ($AO \perp DC \Rightarrow DOA = 90° = \angle COA$; $\angle DAO = \angle CAO$ (AO - биссектриса); AO - общ сторона.

$\Downarrow$

$AD = AC \Rightarrow \triangle ADC$ - равнобедренный и т.к. AO является биссектрисой и высотой $\Rightarrow$ она и медиана, но самое главное, что $AC = AD = DB$, теперь перерисуем $\triangle$ и продолжим рассуждение.



Пусть одна из сторон a, тогда другая 2a, т.к. одна из сторон в два раза меньше другой из доказанного. Итого: пусть 3 сторона b: $2a + a + b = 3a + b = 1200$

В то же время мы знаем, что сумма любых двух сторон больше третьей стороны, значит мы можем записать следующие неравенства

Продолжение на след листе

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

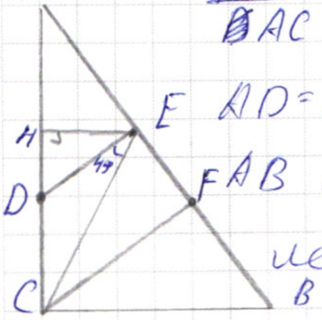
Каждая сторона меньше чем сумма двух других, а значит меньше 600.

$\begin{cases} 2a < 600 \\ b < 600 \end{cases}$ (Если $2a < 600 \Rightarrow$ а тем более меньше $\Leftarrow$, т.к. ~~3a+b=600~~ $\Leftrightarrow 3a+b=1200 \Rightarrow$
$\Rightarrow 3a > 600$. В итоге у нас есть система $\begin{cases} 2a < 600 \\ 3a > 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 300 \\ a > 200 \end{cases}$

Значит, при любом значении а принадлежащем следующему промежутку $[201; 299]$ можно построить Δ, ~~т.к.~~ но т.к. стороны должны быть целочисленными $\Rightarrow$ нам подходят все целые числа от 201 до 299, а их ровно 98 штук

Ответ: 98 треугольников.

№ 4.



$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$; пусть одна часть будет x, тогда $AD = 3x$; $AC = 5x$. Проведем высоту к AB из вершины C, она будет параллельна DE, т.к. две прямые перпендикулярные к одной прямой параллельны $\Rightarrow DE \parallel CF$; $\angle CED = 45°$

Т.к. $DE \parallel CF \Rightarrow \angle DEC = \angle ECB = 45^\circ$ (накр леж углы)

т.к. $\angle CFE = 90^\circ \Rightarrow \angle CEF = 90^\circ - \angle ECF = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow EF = CF$, т.к $\triangle CEF$ - равнобедренный.

$DE \parallel CF \Rightarrow \angle ADE = \angle ACF$; $\angle AED = \angle AFC$

$\triangle ADE \sim \triangle ACB$ (подобны), а значит

$\frac{AE}{AF} = \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$; пусть y - часть $AE \Rightarrow$

$\Rightarrow AE = 3y$; $AF = 5y$; $EF = CF = 5y - 3y = 2y$. *

$tg BAC = \frac{CF}{AF} = \frac{2y}{5y} = 0,4.$

из $\triangle$ ~~ADE~~ ACF (прямоуг) $\Rightarrow AF^2 + CF^2 = AC^2$

$25y + 4y^2 = 25x^2 = (\sqrt{29})^2$ (из условие)

$25x^2 = 29 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{29}}{5}.$

$29y^2 = 29 \Rightarrow y = 1$

Проведем высоту в $\triangle ADE$. Тогда справедливо записать равенство: $AD \cdot EH = AE \cdot ED$

$ED = CF^* \cdot \frac{3}{5} = 1 \cdot \cancel{8}^{2} \cdot \frac{3}{5} = \cancel{8} \cdot \frac{6}{5} = 1,2$

$EH = \frac{AE \cdot ED}{AD} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1,2}{3\sqrt{29}} = \frac{36}{10_2} \cdot \frac{5}{3\sqrt{29}} = \frac{6}{\sqrt{29}} = \frac{6\sqrt{29}}{29}.$

EH - высота в $\triangle EDC$: $\Rightarrow S_{\triangle EDC} = \frac{1}{2} EH \cdot DC =$

$\frac{1}{2} \cdot (AC - DA) \cdot EH = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot EH = EH \cdot x = \frac{6\sqrt{29}}{29} \cdot \frac{\sqrt{29}}{5} = 1,2$

Ответ: $tg \angle BAC = 0,4$; $S_{\triangle EDC} = 1,2$

№ 6.

Для начала построим график каждой функции на ограниченном промежутке

$y = 2x^2 - x - 1$

$y = x + |2x - 1|$ на промежутке $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

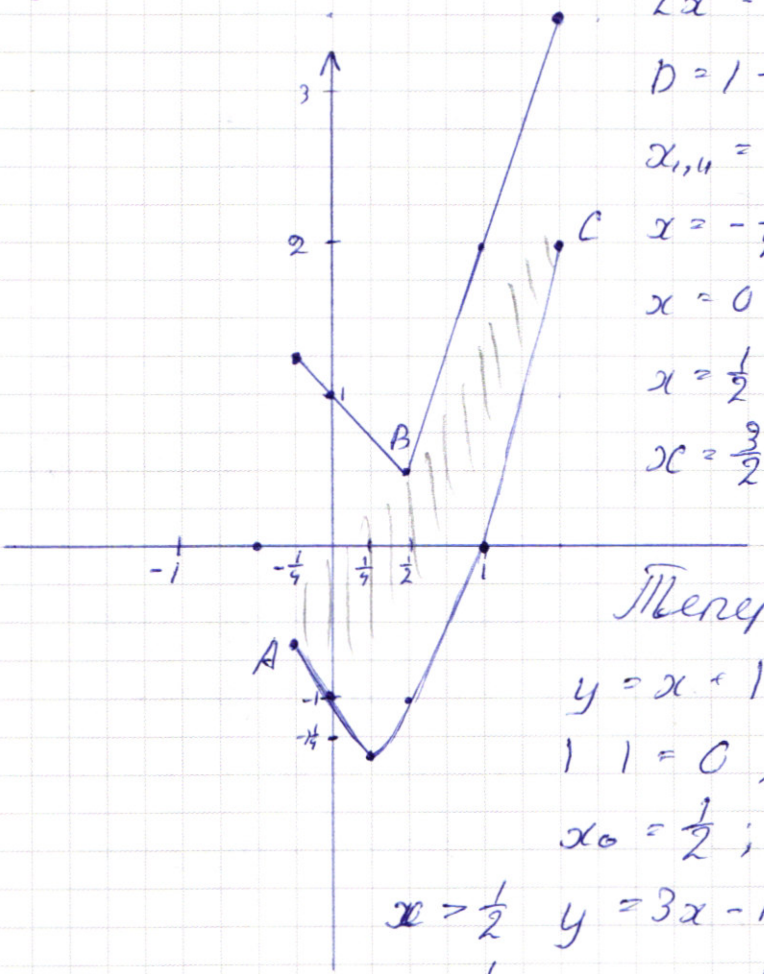
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = 2x^2 - x - 1$ - график парабола, ветви вверх $2 > 0$.

$x_0 = \frac{+1}{4} = +\frac{1}{4}$

$y_0(+\frac{1}{4}) = -1\frac{3}{8}$

Вершина параболы $(+\frac{1}{4}; -1\frac{3}{8})$



$2x^2 - x - 1 = 0.$

$D = 1 + 8 = 3^2$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{4} = -\frac{1}{2}; 1$

$x = -\frac{1}{4}$ $y = -\frac{5}{8}$

$x = 0$ $y = -1$

$x = \frac{1}{2}$ $y = -1$

$x = \frac{3}{2}$ $y = 2$

Теперь модуль.

$y = x + |2x - 1|$

$|\ | = 0$, при $x = \frac{1}{2}$

$x_0 = \frac{1}{2}$; $y_0(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$

$x > \frac{1}{2}$ $y = 3x - 1$ - прямая $x = 1$, $y = 2$

$x = \frac{3}{2}$ $y = 3,5$

$x < \frac{1}{2}$ $y = -x + 1$ - прямая $x = 0$, $y = 1$

$x = \frac{1}{4}$ $y = 1\frac{1}{4}$

Теперь нам нужно найти такие a и b, чтобы график $y = ax + b$ проходил между двумя данными графиками.

Посмотрим какая прямая проходит через точки A и C

$A(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8})$; $C(\frac{3}{2}; 2)$

$$\begin{cases} -\frac{5}{8} = -\frac{a}{4} + b \\ 2 = \frac{3a}{2} + b. \end{cases}$$

$$-\frac{5}{8} - 2 = -\frac{a}{4} - \frac{3a}{2}$$

$$-\frac{21}{8} = -\frac{7a}{4}$$

$\cancel{7a}$ $14a = 27 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

$b = 2 - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{1}{4}.$

Теперь посмотрим ~~проходит~~ лежит ли точка В на данной прямой.

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$ $B(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

$\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ это верно $\Rightarrow$ точка В лежит на прямой $\Rightarrow$ раз все три точки лежат на прямой $\Rightarrow$ больше не существует прямой которая лежала бы между графиками, т.к любая другая прямая уже будет не касаться графиков, а пересекать их $\Rightarrow$ такие прямые не подойдут, значит прямая единственная

Ответ: $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$ - пара чисел a и b.

№ 3.

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$*$ $x^2 - 2x + 1 = (x+1)^2$

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

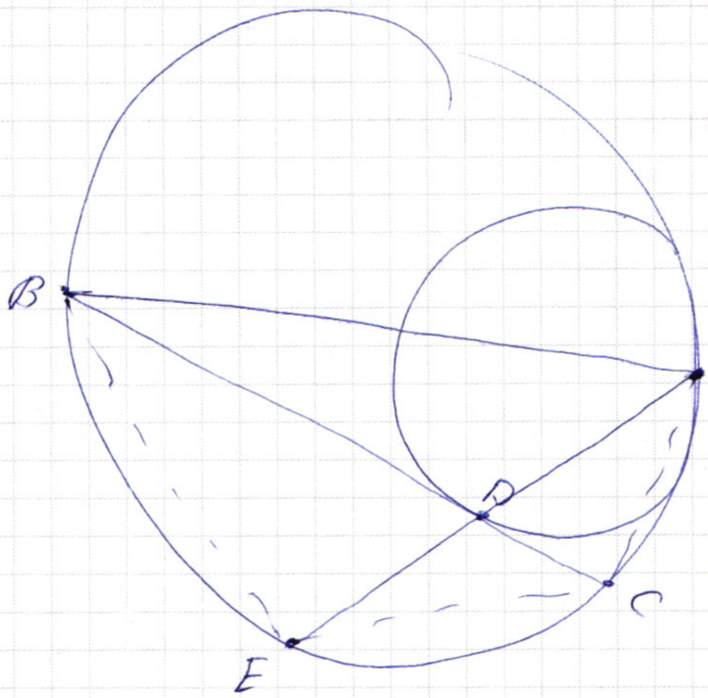
$$\begin{cases} (y-2x)^2 = (y-2)(x-1) \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 = 0. \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{3})^2 \end{cases}$$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{3})^2$ – график окружность с радиусом $\sqrt{3}$

$\cancel{(y-x)(4x+y)}$ $(y-x)(y-4x) + 2(x-1) + y = 0.$

№5.



Найдем степень точки D.

$AD \cdot DE = BD \cdot DC \Rightarrow$

$\Rightarrow AD \cdot DE = 3 \cdot 1 = 3$

(из условия)

$BD = 3;\ DC = 1$

AB - диаметр

⇓

$\angle ACB = \angle BEA = 90^\circ$

опираются на диагональ.