МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $y-2=a$ $x-1=b$ тогда:

$y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}$

$y-2x=\sqrt{x(y-2)-(y-2)}$

$y-2x=\sqrt{(y-2)(x-1)}$

1) $a-2b=\sqrt{ab}$ $a^2-4ab+4b^2=ab$ | $a^2+2b^2=5ab+2b^2$ 3)

$2x^2-4x+2+y^2-4y+4-3=0$

$(\sqrt{2}x-\sqrt{2})^2+(y-2)^2-3=0$

2) $2b^2+a^2-3=0$

$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 2b^2+a^2-3=0 \end{cases}$ $\cancel{a^2=3-2b^2}$ $\cancel{a=\sqrt{3-2b^2}}$

3) во 2)

$5ab-2b^2+a^2-3=0$

$2b^2=5ab+a^2-3$

подставим во 2)

$5ab+2a^2-6=0$

$5ab=6-2a^2$ $b=\frac{6-2a^2}{5a}$

$8\frac{(3-a^2)^2}{25a^2}+a^2-3=0$ $|\times 25a^2$

$8(3-a^2)^2+25a^4-75a^2=0$ $33a^4-123a^2+72=0$ $|:3$

$11a^4-41a^2+24=0$ $a^2=z$ $11z^2-41z+24$

№3 $D = 1681 - 1056 = 625 = 25^2$

$z_1 = \frac{41+25}{22} = \frac{66}{22} = 3$ $\qquad a^2_{1,2} = 3 \quad a_1 = \sqrt{3}$

$a_2 = -\sqrt{3}$

$z_2 = \frac{41-25}{22} = \frac{16}{22} = \frac{8}{11}$ $\qquad a^2_{3,4} = \frac{8}{11} \quad a_3 = 2\sqrt{\frac{2}{11}}$

$a_4 = -2\sqrt{\frac{2}{11}}$

$a = y - 2$

$y_1 = \sqrt{3} + 2 \quad y_2 = -\sqrt{3} + 2 \quad y_3 = 2\sqrt{\frac{3}{11}} + 2 \quad y_4 = -2\sqrt{\frac{2}{11}} + 2$

$2b^2 = 3 - a^2$

$2b^2_{1,2} = 0 \qquad b_{1,2} = 0$

$2b^2_{3,4} = \frac{25}{11} \qquad b^2_{3,4} = \frac{25}{22} \qquad b_{3,4} = \pm\frac{5}{\sqrt{22}}$

$b = x - 1$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = \frac{5}{\sqrt{22}} + 1 \quad x_4 = 1 - \frac{5}{\sqrt{22}}$

Ответ: $(1; \sqrt{3}+2); (1; -\sqrt{3}+2); (\frac{5}{\sqrt{22}}+1; 2\sqrt{\frac{3}{11}}+2);$
$(1-\frac{5}{\sqrt{22}}; -2\sqrt{\frac{2}{11}}+2); (1+\frac{5}{\sqrt{22}}; -2\sqrt{\frac{3}{11}}+2); (1-\frac{5}{\sqrt{22}}; 2\sqrt{\frac{3}{11}}+2)$

№1 $a \ b \ c \ x_1$ $\qquad p$ – знамен. геом. прог.

$a = a \quad b = a \cdot p \quad c = ap^2 \quad x_1 = ap^3$

$ax^2 + bx + c = 0$ $\qquad$ т.к. знамен. не может быть 0

$ax^2 + apx + ap^2 = 0 \quad a \neq 0$ $\qquad p \neq 0$

1) $x^2 + px + p^2 = 0$ $\qquad -p = ap^3 \quad ap^2 = -1$

$(x+p)^2 = 0 \quad x = -p \quad x = ap^3$

(2 одинаковых корня)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

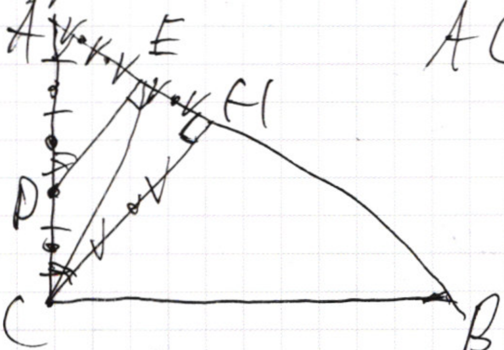
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$c_1 = ap^2 = -1$

2) $a = 0 \Rightarrow c_2 = 0$

Ответ: $-1; 0$

№4



$AC = 5a \Rightarrow DC = 2a$

$AD = 3a$

Проведем высоту $CH \perp DE$

$\triangle DAE \sim \triangle CAH$ (по 2 углам)

а) $\frac{3}{5} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH} \Rightarrow AE = 3b; AH = 5b; EH = 2b$

$tg \angle BAC = tg\, HAC = \frac{CH}{AH}$

т.к. $\angle CED = 45^0 \Rightarrow \angle CEH = 45^0$

$\angle ECH = 180^0 - 90^0 - 45^0 = 45^0 \Rightarrow \triangle EHC$ – прямой и равнобедренный $\Rightarrow EH = CH = 2b$

$tg \angle BAC = \frac{2}{5}$

б) $\sin \angle ACH = \frac{5b}{5a}$ $\quad$ $\cos \angle ACH = \frac{2b}{5a}$

$\triangle ACH$

$\sin^2 \angle \alpha + \cos^2 \angle \alpha = 1$

$\frac{25b^2}{25a^2} + \frac{4b^2}{25a^2} = 1$

$29b^2 = 25a^2$

$5a = \sqrt{29} \cdot 25a^2 = 29$

$29b^2 = 29$ $\quad b = 1$ (т.к. это отрезок)

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$S_{CDEH} = \frac{DE + CH}{2} \cdot EH$$

EH высота трапеции т.к $\angle EHC = 90$

$DE = \frac{3}{5} CH = \frac{6}{5}$

$$S_{CDEH} = \frac{\frac{6}{5}+2}{2} \cdot 2 = \frac{16}{5}$$

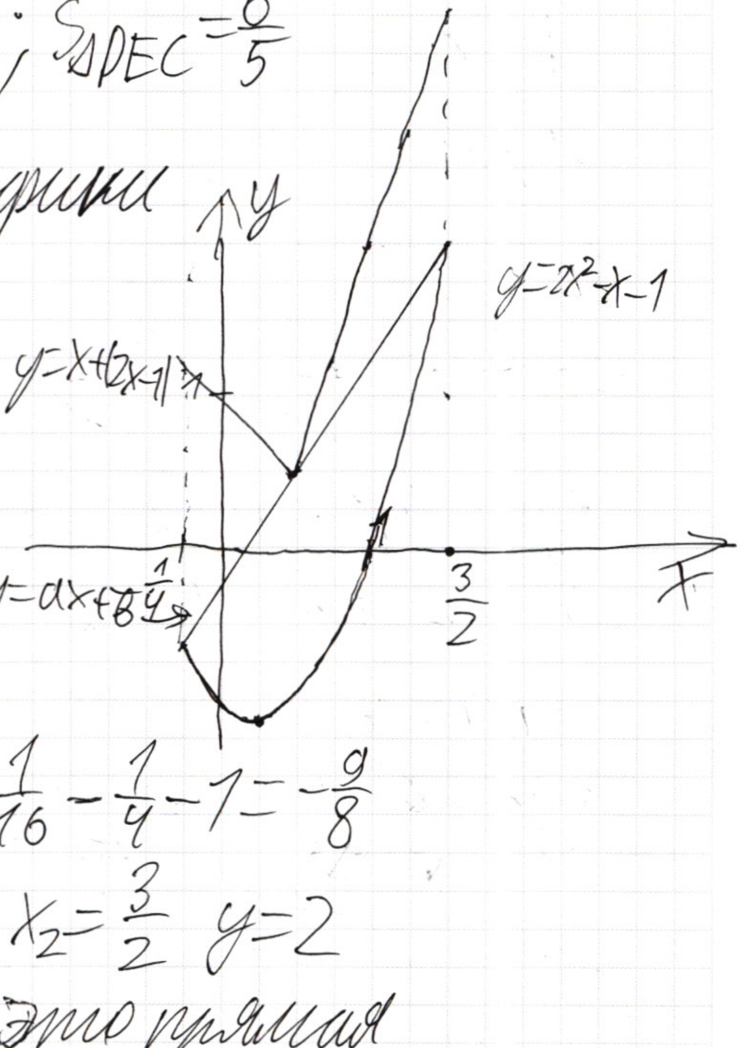
$S_{\Delta EHC} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$ $\quad S_{\Delta EHC} = \frac{EH \cdot HC}{2}$

$S_{\Delta DEC} = S_{CDEH} - S_{\Delta EHC} = \frac{16}{5} - 2 = \frac{6}{5}$

Ответ: $tg \angle BAC = \frac{2}{5}$; $S_{\Delta DEC} = \frac{6}{5}$

№6

построим графики



1) $y = x + |2x-1|$

2) $y = 2x^2 - x - 1$

1) $x \geq 0{,}5$

$y = 3x - 1$

$x < 0{,}5$ $\quad x_3 = \frac{1}{2}$ $\quad y_3 = \frac{1}{2}$

$y = 1 - x$

2) $x_0 = \frac{1}{4}$ $\quad y_0 = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$

$x_1 = -\frac{1}{4}$ $\quad y_1 = -\frac{5}{8}$ $\quad x_2 = \frac{3}{2}$ $\quad y = 2$

график $y = ax + b$ это прямая проходящая между этими графиками

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 можно провести только 1 такую прямую
она пересекает точки $(0; -\frac{1}{4})$ и $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

$0a+b=-\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{1}{2}a+b=\frac{1}{2}$

$b=-\frac{1}{4}$ $\qquad$ $a=1-2b$

$a=1+\frac{1}{2}$ $\quad a=\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}=y$

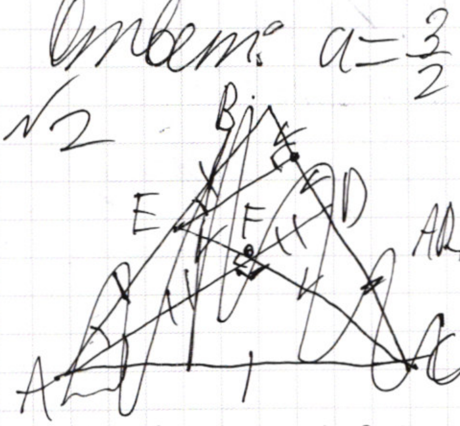
удостоверимся что этот график также удовлетворяет равенству

$x_3;y_3$ $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ верно $\qquad$ $x_2;y_2$ $\frac{9}{4}-\frac{1}{4}=2$ верно.

$x_1;y_1$ $-\frac{3}{8}-\frac{2}{8}=-\frac{5}{8}$ верно

Ответ: $a=\frac{3}{2}$; $b=-\frac{1}{4}$

№2



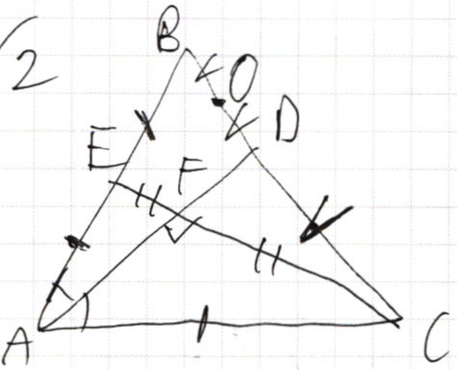
AD — биссек EC — медиана

$AD \perp EC$; ~~AF..~~ $\triangle AEC$ равнобедренный т.к. AF и биссек и высота.

$\Rightarrow EB=AE=AC=a$

$\triangle AFE$ ~~∾~~ $\triangle ABD$

№2



т.к. AD биссек, то $\frac{AB}{AC}=\frac{BO}{DC}=2$ (св-во биссек)

$\Rightarrow BO=OD=DC=в$

тогда чтобы такой △ существовал надо $BC+AB>AC$ $BC+AC>AB$

$AB+AC>BC$

$3a>3в$ $2a+3в>a$ $a+3в>2a$

1) $a>в$ $a+3в>0$ (всегда) $3в>a$

$3a+3в=1200$ $a+в=400$

~~3в~~ найдем мин. в

предположим $3в=a$

$1200=12в$ $в=100$

но у нас $3в>a \Rightarrow в>100$

но $a>200$ т.к. $a>в$, а $в<200$

$\Rightarrow 101\leq в\leq 199$

Вариантов для в 99, когда у нас есть в тогда все стороны сразу определены $\Rightarrow$ 99 вариантов

Ответ: 99

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$X = p_{1a} \cdot p_{2a} \cdot p_{3a} \cdot \ldots \cdot p_{na}$

$y = p_{1b} \cdot p_{2b} \cdot p_{3b} \cdot \ldots \cdot p_{nb}$

$\Rightarrow F(x) = F(p_{2a} \cdot p_{3a} \cdot \ldots \cdot p_{na}) + F(p_{1a})$

$F(p_{2a} \cdot p_{3a} \cdot \ldots \cdot p_{na}) = F(p_{3a} \cdot \ldots \cdot p_{na}) + F(p_{2a})$

и так далее, и в конце получим

$F(x) = F(p_{1a}) + F(p_{2a}) + F(p_{3a}) + \ldots + F(p_{na}) =$

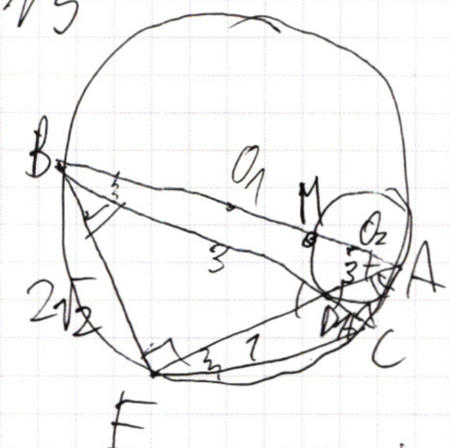
$= \left[\frac{p_{1a}}{2}\right] + \left[\frac{p_{2a}}{2}\right] + \left[\frac{p_{3a}}{2}\right] + \ldots + \left[\frac{p_{na}}{2}\right]$

$F(y) = F(p_{1b}) + F(p_{2b}) + \ldots + F(p_{nb}) =$

$= \left[\frac{p_{1b}}{2}\right] + \left[\frac{p_{2b}}{2}\right] + \ldots \left[\frac{p_{nb}}{2}\right]$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№5



$\angle BEA = \angle BCA = 90$ т.к. опирается на диаметр

$\angle BDE = \angle ADC$ (кв-во верт углов)

$\angle BAE = \angle BCE$ (опираются на одну дугу), $\angle ABC = \angle AEC$ тоже

$\angle BAE \cancel{+} \angle CBA + \angle EAC = 90°$ (углы в прямоуг Δ но т.к. Δ

~~ΔBCE~~ $\Delta BDE \sim \Delta ADC$ (по углам) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{ED}{DC} = K$ $\quad BD \cdot DC = ED \cdot AD = 3$

$ED = DC \cdot K$

$AD = BD \cdot K$

$DC \cdot BD \cdot K^2 = 3 \Rightarrow K = 1$

и $\Delta BDE = \Delta ADC$

$BE = AC = \sqrt{3^2 - 1} = 2\sqrt{2}$

$S_{\Delta BED} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 1}{2} = \sqrt{2}$

$S_{\Delta BEA} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 4}{2} = 4\sqrt{2}$ $\quad S_{\Delta BDA} = S_{\Delta BEA} - S_{\Delta BED} = 3\sqrt{2}$

$\Delta BDA \sim \Delta EDC$ (по углам) $K = 3$

$\Rightarrow S_{\Delta EDC} = \frac{S_{\Delta BDA}}{9} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ $\quad S_{ABEC} = \frac{\sqrt{2}}{3} + \sqrt{2} + 4\sqrt{2} = \frac{16}{3} \cdot \sqrt{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 $BD^2 = BM \cdot MA$

r – радиус малой $BM = 2R - 2r$

R – радиус большой $MA = 2r$

$9 = 4(R - r)r$

$\frac{9}{4} = -r^2 + rR$

$-r^2 + rR - \frac{9}{4} = 0$

$r^2 - Rr + \frac{9}{4} = 0$

Ответ: $S = \frac{16}{3} \cdot \sqrt{2}$

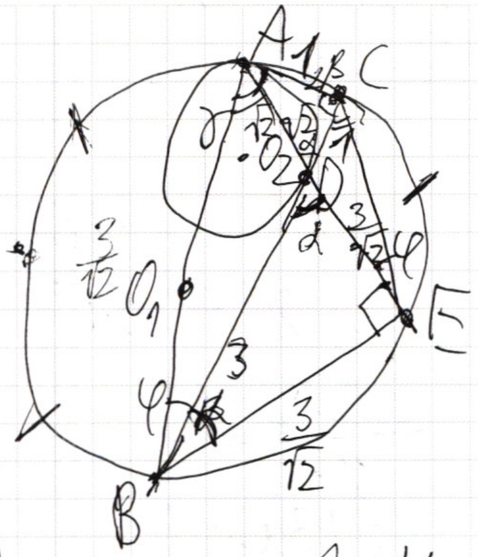
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$2\alpha + 2\cdot 90 + 2\gamma + 2\varphi = 360$

90

$90 = 2\gamma + 2\varphi$

$45 = \gamma + \varphi$

R

$S_{ABC} = \frac{1\cdot 4}{2} = 2$

$S_{ACD} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{BDA} = \frac{3}{2}$

$S_{BAE} = \frac{\sqrt{\frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 2\cdot 4\cdot 6}}{2} = \frac{\cancel{...}}{2}$

$S_{ABD} = 4 S_{DCE}$

$S_{BED} = \frac{9}{2\cdot 2} = \frac{9}{4}$

$S_{DCE} = \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$

$S_{ACD} = \frac{1}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = \left[\frac{p}{2}\right]$

$f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{b}\right)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$

$x = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$

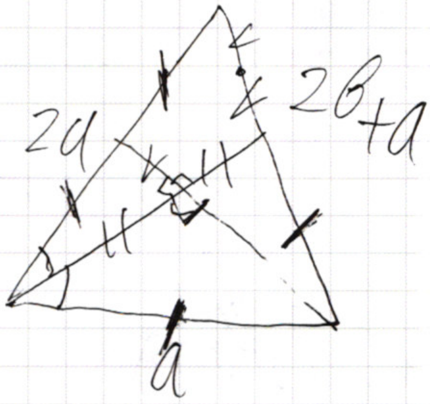
$f(x) = f(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \ldots)$

$f(p_1 p_2 p_3 \ldots) = f(p_1) + f(p_2 p_3 \ldots)$

$f(x) = f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) \ldots$

$\left[\frac{p_1}{2}\right] + \left[\frac{p_2}{2}\right] + \left[\frac{p_3}{2}\right]$

$f\left(\frac{1}{y}\right)$



$4a + 2b = 1200$

$b + 2a = 600$

$3a > 2b + a$

$2a > b$

$2b + 3a > a$

$2b + 2a > 0$

$2b + 2a > 2a$

$2b > 0$

$3b$

300

$3b = a$

$12b = 100$

$3a > 3b$

$2a + 3b > a$

$a + 3b > 2a$

$3b \geq a > b$

$a + 3b > 0$

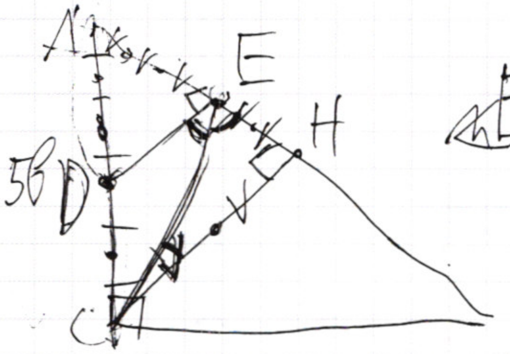
$a > b$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$EH=2a$

$\angle HEC=45^\circ$

$HC\perp AB \Rightarrow \angle ECH=45^\circ$

$\Rightarrow EH=CH=2a$

$tg\angle BAC=\frac{2a}{5a}=\frac{2}{5}$

$\sin\angle ACH=\frac{5a}{5b}$

$\cos\angle ACH=\frac{2a}{5b}$ $\frac{25a^2}{25b^2}+\frac{4a^2}{25b^2}=1$

$29a^2=25b^2$ $25b^2=AC^2=29$

$29a^2=29$

$a=1$

$DE=\frac{3}{5}CH=\frac{6}{5}$

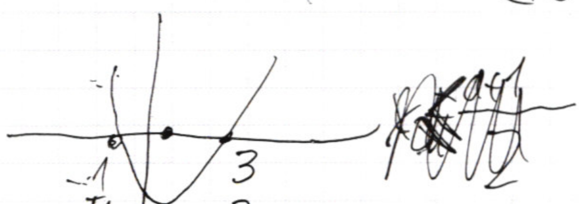
$S_{CDEH}=\frac{DE+CH}{2}\cdot EH=\frac{\frac{6}{5}+2}{2}\cdot 2=$

$=\frac{16}{5}$

$S_{\triangle EHC}=\frac{2\cdot 2}{2}=2$

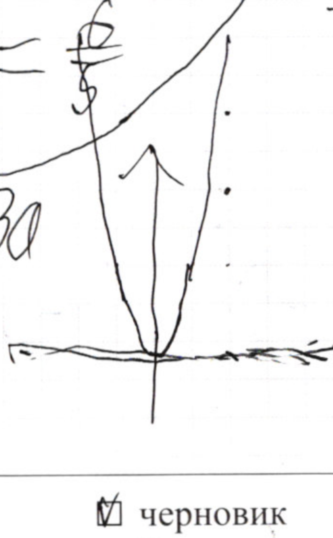
$S_{\triangle DEC}=\frac{6}{5}$

$2x^2-(a+1)x-1-b\le 0$



$y=2x^2$

$4-3a\le b\le 7-3a$



$-1\le ax+b\le 1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a \quad b \quad c \quad x_1$

$a \quad ap \quad ap^2 \quad ap^3$

$ax^2 + 2apx + ap^2 = 0$

$x^2 + 2px + p^2 = 0 \qquad (x+p)^2 = 0$

$x = -p$

$x = ap^3$

$\cancel{-p}\ ap^3$

$c = \cancel{-1} = ap^2$

$y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}$

$y - 2x = \sqrt{y(x-1) - 2(x-1)}$

$y - 2x = \sqrt{(y-2)(x-1)}$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

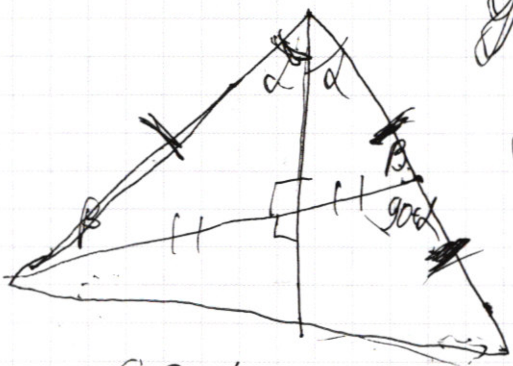
$33 - 8 = 25$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2$

$y^2 - 4xy + 2x^2 = 5xy - 2x - y + 2 - 2x^2$

$5xy - 2x - y + 2 - 2x^2 - 4x - 4y + 3 =$

$= 5xy - 6x - 5y + 5 - 2x^2 = 0$



$90 - \alpha$

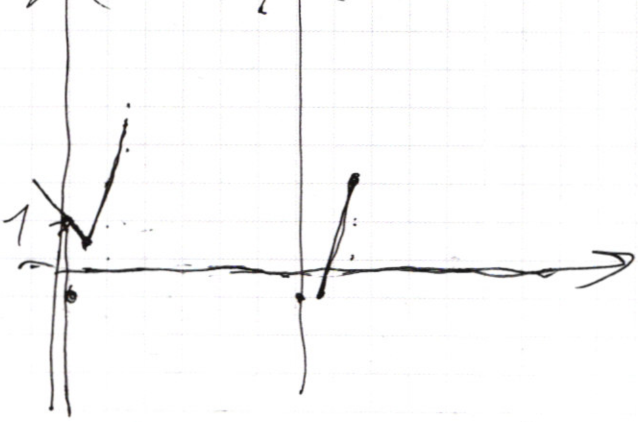
$x \geq 0{,}5$

$3x - 1$

$x \leq 0{,}5$

$x + 2x + 1$

$-x + 1$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y-2x=\sqrt{(y-2)(x-1)}$

$a-2b=y-2-2x+2$

$\boxed{\begin{matrix} y-2=a \\ x-1=b \end{matrix}}$

$\cancel{(y-2)^2+2(x-1)^2=y^2}$

$(y-2)^2+(\sqrt{2}x-\sqrt{2})^2=y^2-4y+4+2x^2-4x+2$

$$\boxed{\begin{matrix} a-2b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2-3=0 \end{matrix}}$$

$a^2-4ab+4b^2=ab$

$2a^2-8ab+8b^2=2ab$

$a^2+2b^2=5ab-2b^2$

$a^2=3-b^2$

$a=\sqrt{3-b^2}$

$5ab=3b^2+3$

$a=\frac{3b}{5}+\frac{3}{5b}$

$\sqrt{3-b^2}-2b=\sqrt{b\cdot\sqrt{3-b^2}}$

$-2b=\sqrt{b\cdot\sqrt{3-b^2}}-\sqrt{3-b^2}$

$\frac{9}{25}$ $\frac{18-75}{57}$

$4b^2=b\sqrt{3-b^2}+3-b^2-2\sqrt{4b+4\sqrt{3-b^2}\cdot(3-b^2)^2}$

$\frac{9b^2}{25}+\frac{9}{25b^2}+\frac{18}{25}-3=0 \quad \cdot 25b^2$

$9b^4+9+18b^2-75b^2=0 \quad 9b^4-57b^2+9=0$

$9b^4+18b^2+6=0 \quad 3b^4+6b^2+2=0 \quad 3b^4-19b^2+3=0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$3b^4+6b^2+2=0$

$3z^2+6z+2=0$

$9-6=3=(\sqrt{3})^2$

$\frac{-3\pm\sqrt{3}}{3}$ $b^2=\frac{-\sqrt{3}\pm1}{\sqrt{3}}$

$3b^4-19b^2+3=0$

$361-36=325$

$b^2=\frac{19\pm5\sqrt{13}}{6}$

19 $5\sqrt{13}$

$a^2+b^2=3$

$a^2=3-\frac{19\pm5\sqrt{13}}{6}$

$b^2=\frac{19-5\sqrt{13}}{6}$

$a^2=\frac{18-19+5\sqrt{13}}{6}=\frac{-1+5\sqrt{13}}{6}$

$9-6a^2+a^4$

$72-48a^2+8a^4$

25

23

$\begin{array}{r}\times 19\\19\\\hline 171\\19\\\hline 361\end{array}$ $\begin{array}{r}\times 41\\41\\\hline 41\\164\\\hline 1681\end{array}$

$\begin{array}{r}\times 264\\4\\\hline 800\\240\\16\\\hline 1056\end{array}$

$\begin{array}{r|l}325&5\\65&5\\13&\end{array}$

$2b^2=50ab+a^2-3$

$b=x-1$ $50ab+2a^2-6$

$a=y-2$ $\begin{array}{r}-1681\\1056\\\hline 625\end{array}$

+ не может т.к.

$a^2\geq0$

$123|$

$11a^4-41a^2+24=0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{6}{4}+\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$ $\frac{7}{8}$

$\frac{49}{32}-\frac{(a+1)7}{8}-1-b<0$

$\frac{49}{32}-\frac{7a}{8}-\frac{28}{32}-1-b\le 0$

$\frac{21}{32}-\frac{7a}{8}-1-b<0$

$-\frac{11}{32}-\frac{7a}{8}\le b$

$11+28a\ge b$

$-1\le b\ge -1$

$a\ge -\frac{3}{7}$

$\frac{3}{7}x+1\ge x+(2x-1)$

$ax+b<-\frac{1}{4}$

$\frac{9}{2}-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}=2$

$-\frac{9}{8}<2x^2-x-1<2$

$2<\frac{15}{8}ax+b<3,5$

$2<15a+b$

$0<x^2<\frac{9}{4}$

$0<2x^2<\frac{9}{2}$

$-\frac{1}{4}<2x^2-x-1$

$2<2x^2-x-1<4$

$0<2x-1<2$

$-0,5\ -\frac{1}{4}<x+(2x-1)<3,5$

$11+28a\ge -1$

$28a\ge -12$

$7a\ge -3$

$8-2-1=5$

$x_0=\frac{1}{4}$

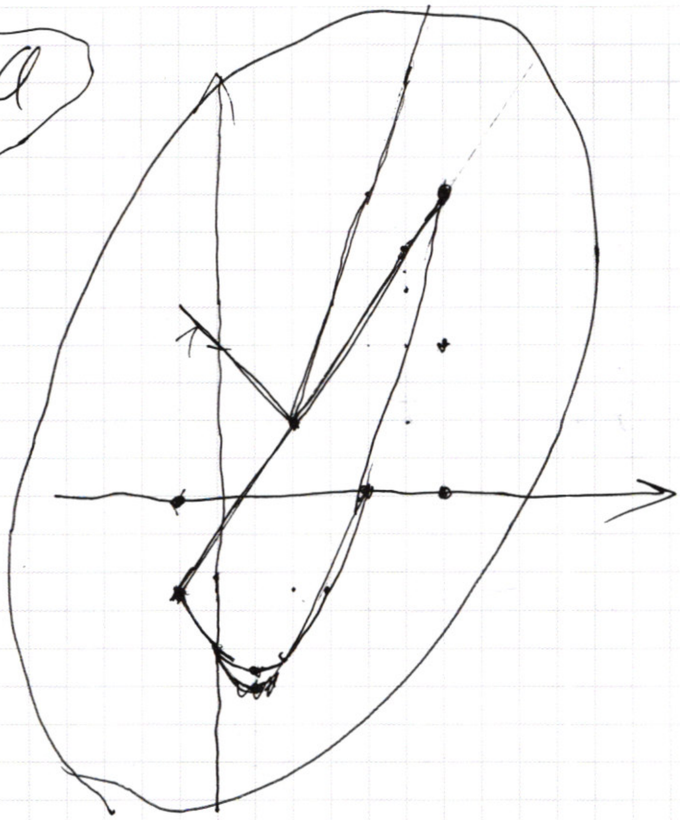
$\frac{1}{8}-\frac{2}{8}-1=-\frac{9}{8}$

$-\frac{9}{8}$

$4-3a<b<7-3a$

$4-3a < b < 7-3a$

$-1 < b < 1$



$\frac{5}{3} = a$

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} - 1 = -\frac{5}{8}$

$\frac{9}{2}a - \frac{3}{2} - \frac{2}{2} =$

$= 2$

$ax + b = y$

$-\frac{1}{4}a + b = -\frac{5}{8}$ $\quad b = -\frac{5}{8} + \frac{1}{4}a$

$\frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2}$ $\quad b = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a$

$-\frac{5}{8} + \frac{1}{4}a = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a$

$\frac{3}{4}a = \frac{9}{8}$

$6a = 9$

$a = \frac{3}{2}$ $\quad \frac{3}{4} + b = \frac{1}{2}$

$b = -\frac{1}{4}$

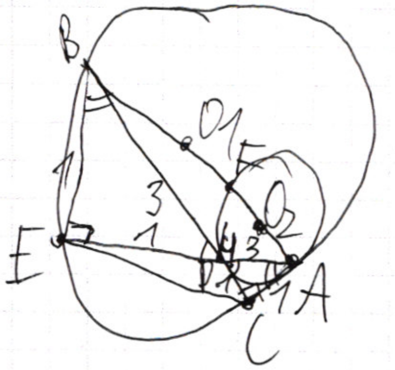
$\frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = y$

$\frac{9}{4} - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$

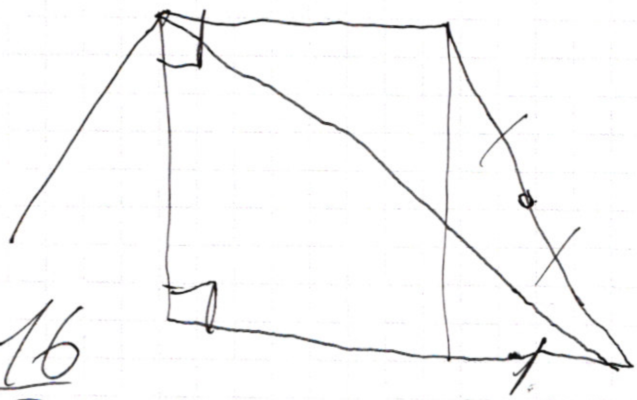
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\angle BCA = \angle BEA = 90$ т.к. опира



$\sqrt{2}$ $(\sqrt{5}/\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\frac{16}{3}$