МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

a b c, т.к. эти числа составляют геометрическую прогрессию, то:

$b = a \cdot q$

$c = a \cdot q^2$

$d = a \cdot q^3$, где d - четвертый член геометрической прогрессии

Я заметил, что дискриминант у уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$ равен нулю: $D = (-2b)^2 - 4ac = 4b^2 - 4ac$, где $b = aq$, $c = aq^2$

$D = 4(aq)^2 - 4a \cdot aq^2 = 4a^2q^2 - 4a^2q^2 = 0$ — следовательно данное уравнение является квадратом и имеет один корень — d.

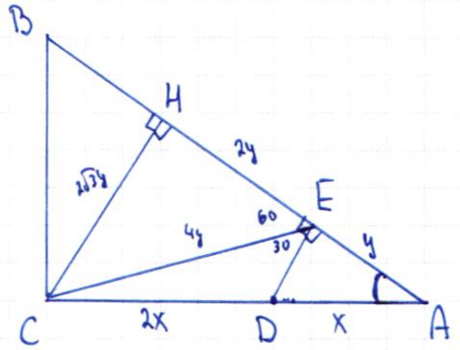
График данного уравнения — парабола, которая касается оси X в точке вершины параболы, где $X_в = \frac{2b}{a} = \frac{2aq}{a} = 2q$ — координата вершины параболы и её корень, т.е. d.

Уравняем d и $X_в$, получим $aq^3 = 2q \Rightarrow aq^2 = 2$, где $aq^2 = c$ - третий член прогрессии

Ответ: третий член прогрессии $c = 2$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№4



а) Проведем из точки C перпендикуляр CH на AB. $CH \perp AB$. Причем $CH \parallel ED$, т.к. $\angle CHE = \angle DEA = 90^\circ$ – соответств.

Тогда ~~по~~ $\triangle AED \sim \triangle AHC$ ($\angle A$ – общий, $\angle AED = \angle AHC = 90^\circ$) $\Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

Обозначим AD за x, тогда $CD = 2x$

т.к. $AD : AC = 1:3$.

Аналогично с $AE = y$, $EH = 2y$.

$\angle HEC = 90^\circ - \angle CED = 60^\circ$, тогда из прямоуг. $\triangle CHE$: $CE = \frac{HE}{\cos 60^\circ} = \frac{2y}{\frac{1}{2}} = 4y$

По теореме косинусов для $\triangle CEH$: $CH^2 = (2y)^2 + (4y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot 4y \cdot \cos 60^\circ =$
$= 12y^2 \Rightarrow CH = 2\sqrt{3}y$

$tg \angle BAC = \frac{CH}{AH} = \frac{2\sqrt{3}y}{3y} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ – из $\triangle CHA$

б) т.к. $CD : CA = 2:3$, то $S_{CED} : S_{CEA} = 2:3$. Аналогично $AE : AH = 1:3$

& $S_{\triangle CEA} : S_{CHA} = 1:3 \Rightarrow S_{CED} = \frac{2}{9} S_{CHA}$ (1)

т.к. $AC = \sqrt{7}$, то по теореме Пифагора для $\triangle CHA$:

$7 = (2\sqrt{3}y)^2 + (3y)^2 = 21y^2 \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Площадь прямоугольного $\triangle AHC$ равна:

~~$S_{AHC} = \frac{1}{2} CH \cdot AH = \frac{1}{2} 2\sqrt{3}y \cdot 3y = 6\sqrt{3}y^2 = 6\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$ (2)~~

~~Подставив (2) в (1), получим: $S_{CED} = \frac{2}{9} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$~~

~~Ответ: а) $tg \angle BAC = \frac{2}{\sqrt{3}}$; б) $S_{CED} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$~~

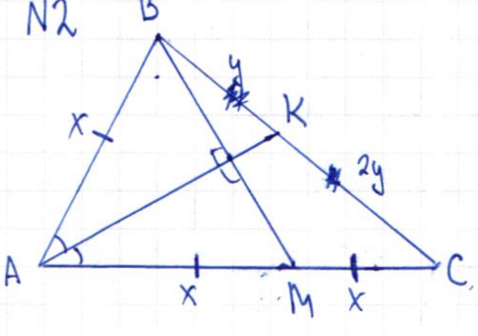
$S_{AHC} = \frac{1}{2} CH \cdot AH = \frac{1}{2} 2\sqrt{3}y \cdot 3y = 3\sqrt{3}y^2 = 3\sqrt{3} \cdot \frac{1}{3} = \sqrt{3}$ (2)

Подставив (2) в (1), получим: $S_{CED} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

Ответ: а) $tg \angle BAC = \frac{2}{\sqrt{3}}$; б) $S_{CED} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



В $\triangle ABC$ BM - медиана, AK - бис-са.
$AK \perp BM$ по условию
$\triangle ABM$ - равнобедренный ($AM = AB$), т.к. AK - высота и бис-са.
Пусть $AM = MC = AB = x$. По свойству биссектрисы: $\frac{BK}{AB} = \frac{KC}{AC}$, т.е. $\frac{KC}{BK} = \frac{2x}{x} = 2$. Обозначим BK за y, тогда $KC = 2y$.

$P_{ABC} = 3x + 3y = 900 \Rightarrow x + y = 300$. Из неравенства треугольника следует система:

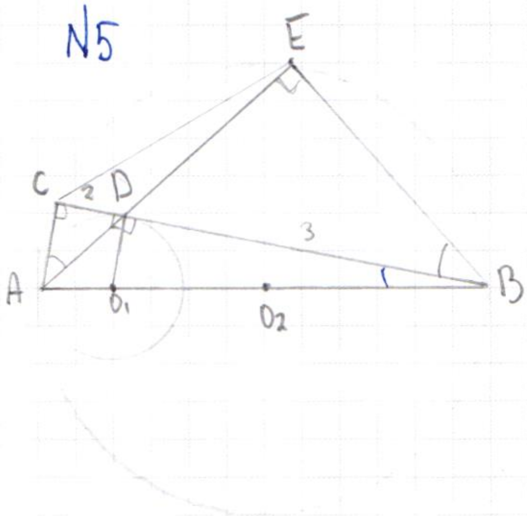
$$\begin{cases} 2x < x + 3y \\ x < 3y + 2x \\ 3y < 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 3y \\ -x < 3y \\ y < x \end{cases}$$

$-x < 3y$ - всегда выполняется т.к. x и y положительные.

Тогда получим $y < x < 3y$. А с учетом того, что $x + y = 300$
$\frac{300}{2} < x < \frac{300 \cdot 3}{4}$ $\quad 150 < x < 225$ $\quad (\underbrace{y+y}_{x} = 300$ и $y + \underbrace{3y}_{x} = 300)$

Получаем $225 - 150 - 1 = 74$ варианта. ~~Но есть случай, который~~ ~~Но есть~~ ~~слу~~ Ответ: 74 варианта.

№5



Т.к. окружности касаются внутр. образом в точке A, то центр окружности ω лежит на диаметре AB окр. Ω

$\angle ACB = 90^\circ$ т.к. опирается на диаметр AB.

Тогда $\triangle ACB \sim \triangle O_1DB$ по двум углам ($\angle O_1DB = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle CBA$ – общий):

$\frac{BO_1}{BA} = \frac{BD}{CB} = \frac{3}{5}$, где $BO_1 = 2R - r$, где r – радиус окружности ω; R – радиус окружности Ω, $AB = 2R$

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{4}{5}$, т.е. $R = \frac{5}{4}r$ (1)

По теореме Пифагора для $\triangle BDO_1$ с учетом (1):

$3^2 + r^2 = (2R-r)^2 = \left(\frac{5}{2}r - r\right)^2 = 2{,}25r^2 \Rightarrow r = \frac{6}{\sqrt{5}}$, тогда $R = \frac{5}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

По теореме Пифагора для $\triangle ACB$:

$AC = \sqrt{9\cdot 5 - 5\cdot 5} = 2\sqrt{5}$. По теореме Пифагора для $\triangle ACD$:

$AD = \sqrt{4\cdot 5 + 4} = 2\sqrt{6}$. Тогда $\sin\angle CAE = \frac{CD}{AD} = \frac{2}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$, $\angle CAE = \angle CBE$ – опираются на одну дугу. $\cos\angle CBE = \sqrt{1 - \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$. Тогда из прямоуг. $\triangle DEB$ ($\angle AEB = 90^\circ$ – опирается на диаметр): $EB = BD \cdot \cos\angle CBE = 3\sqrt{\frac{5}{6}}$

~~Sсвь~~ $S_{ACEB} = S_{ACB} + S_{BCE} = \frac{1}{2}AC\cdot CB + \frac{1}{2}CB\cdot BE\cdot \sin\angle CBE = \frac{1}{2}2\sqrt{5}\cdot 5 + \frac{1}{2}5\cdot 3\sqrt{\frac{5}{6}}\cdot\frac{1}{\sqrt{6}} = 5\sqrt{5} + \frac{5\sqrt{5}}{4} = \frac{25\sqrt{5}}{4}$

Ответ: $r = \frac{6}{\sqrt{5}}$; $R = \frac{3\sqrt{5}}{2}$; $S_{ACEB} = \frac{25\sqrt{5}}{4}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+(y-1)^2+(y-1)^2=18 \end{cases} \qquad \underline{x-6y\geq 0}!$$

Сделаем замену: $x-6=a$; $y-1=b$; ~~$x\geq 6$~~ $x-6y=c\geq 0$

важно, что $ab\geq 0$. Причем $a-6b=x-6y=c\geq 0$

Получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} a^2+2b^2=18 \\ ab=c^2 \\ c=a-6b\geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2+2b^2=18 \\ ab=(a-6b)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2+2b^2=18 \\ a^2-13ab+36b^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+2b^2=18 \\ (a-4b)(a-9b)=0 \end{cases} \Rightarrow a=4b \text{ либо } a=9b$$

$16b^2+2b^2=18$ $\quad ab>0$

$b=\pm 1 \Rightarrow$ ~~$a=\pm 4$~~ $a=\pm 4$

$y-1=1$ $\quad y-1=-1$

$x-6=4$ $\quad x-6=-4$

$y=2$ $\quad y=0$

$x=10$ $\quad x=2$

Но т.к. $x-6y\geq 0$, то пара $(10;2)$ не подходит.

$81b^2+2b^2=18$

$b=\pm\sqrt{\frac{18}{83}} \Rightarrow$

$\Rightarrow a=\pm\sqrt{17\frac{57}{83}}$

$y-1=\sqrt{\frac{18}{83}}$ $\quad x-6=-\sqrt{17\frac{57}{83}}$

$x-6=\sqrt{17\frac{57}{83}}$ $\quad y-1=-\sqrt{\frac{18}{83}}$

$y=\sqrt{\frac{18}{83}}+1$ $\quad x=6-\sqrt{17\frac{57}{83}}$

$x=6+\sqrt{17\frac{57}{83}}$ $\quad y=1-\sqrt{\frac{18}{83}}$

для ~~обоих~~ правой пар не выполняется $x-6y\geq 0 \Rightarrow$ не подходит.

~~Ответ: $(2;0)$, $(\sqrt{\frac{18}{83}}$~~

~~Ответ: $(2;0)$; $(6+\sqrt{17\frac{57}{83}}; \sqrt{\frac{18}{83}}+1)$~~, $(6-$ Ответ: $(2;0)$; $(6+\sqrt{17\frac{53}{83}}; \sqrt{\frac{18}{83}}+1)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$d = aq^3$ $\quad (\sqrt{a}x - \sqrt{c})^2 = 0$

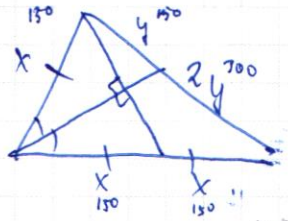
$a \quad b \quad c \quad d$

$a \quad aq \quad aq^2 \quad aq^3$

$x_B = \frac{2b}{a} = \frac{2aq}{a} = 2q$

$(2R - r)$

$aq^2 \quad 2q = aq^3 \Rightarrow aq^2 = 2$



$x = 1{,}5y$

$2x = 3y$

$P = 900$

$3x + 3y = 900$

$\begin{cases} x + y = 300 \\ 2x < x + 3y \\ 3y < 3x \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x + y = 300 \\ x < 3y \\ x > y \end{cases}$

$xy < x < 3y$

$4{,}5 + 7{,}5 = 9{,}8$

$\cos\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt5}{3\sqrt5} = \frac{2}{3}$

$AC^2 = (2R)^2 - 5^2 = 45 - 25 = 20$

$1 < x < 7$

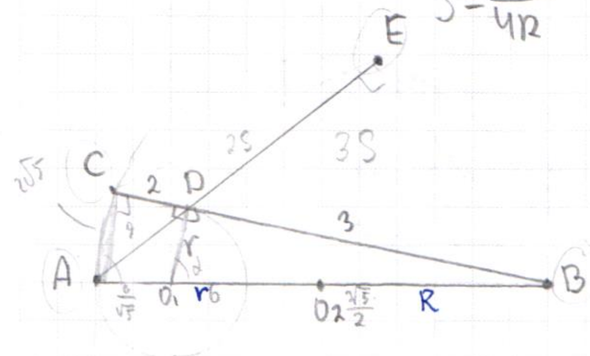
$x = 1{,}5y$

Если $x = y = 150$, — не раб. $\quad x > 150 \quad\quad 150 < x < 225$

$x = 3y$, то $300 = 4y \Rightarrow y = 75 \Rightarrow x < 3 \cdot 75 = 225$

$225 - 150 - 2 = 73$

$S = \frac{abc}{4R}$



Из подобия $\triangle BDO_1 \sim \triangle BCA$

$\frac{BO_1}{BA} = \frac{3}{5}$, где $BO_1 = 2R - r$

$\frac{2R - r}{2R} = \frac{3}{5} \quad 1 - \frac{r}{2R} = \frac{3}{5} \quad \frac{r}{2R} = \frac{2}{5}$

$\frac{r}{R} = \frac{4}{5}$ $\quad \frac{20}{4} = 7{,}5$

По т. Пиф для BDO_1: $\quad r = \frac{4}{5}R \quad R = \frac{5}{4}r$

$3^2 + r^2 = (2R - r)^2 = \left(\frac{5}{2}r - r\right)^2 = \left(\frac{3}{2}r\right)^2 = 1{,}5r$ $\quad 15 - 6$

~~$9 = 0{,}25r^2 \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = 6 \quad R = 7{,}5$~~

~~$3^2 + 9 + 36 = (15 - 6)^2$~~

$9 + r^2 = 2{,}25r^2$

$9 + \left(3\sqrt5 - \frac{6}{\sqrt5}\right)^2 = 9 + \frac{36}{5}$

$\frac{5}{4}r^2 = 9 \quad r = \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt5}$

$R = \frac{\sqrt5 \cdot 3}{2}$

$\left(\frac{15 - 6}{\sqrt5}\right)^2 = 9 + \frac{36}{5} \quad \frac{81}{5} = \frac{81}{5}$ верн

$2{,}5y = 300$

$y = \frac{300 \cdot 2}{5} = 120$

$x = 180$

$\boxtimes$ черновик $\quad \square$ чистовик $\quad$ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) $\quad$ (Нумеровать только чистовики)

$3x-6|2x-1| \le ax+b \le -3x^2+6x+7$

при $x \ge 0{,}5$: $3x-12x+6 \le ax+b \le -3x^2+6x+7$ (1)

$x \le 0{,}5$: $3x+12x-6 \le ax+b \le -3x^2+6x+7$ (2)

(1) $-4x+6 \le ax+b \le -3x^2+6x+7$

(2) $20x-6 \le ax+b \le -3x^2+6x+7$

$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$ $\quad -y(6-x)$

$=\sqrt{(6-x)(1-y)}=x-6y$

$(x-6)(y-1)$

$(x-6)(y-1)=x^2+36y^2-12xy$ $\quad 18y$

a^2+36b

$(x-6)^2+(2y-1)^2=17$

$x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)}$

$x-6=a$

$(x-6)^2+(y-1)^2+(y-1)^2-36-2+20=18$

$a^2+2b^2=18$

$\sqrt{(6-x)(}$

$ab=(x-6y)^2$

$(a+b)^2+b^2-2(x-6y)^2=18$ $\quad \sqrt{(x-6)(y-1)}$

$x-6y=a-6b$

$x-6+6$

$x^2+2y^2-12x-4y+20=0$

$a^2+2b^2=18$

$ab=a^2-12ab+36b^2$

$a^2-13ab+36b^2$

$(a-9b)(a-4b)=0$

$a=9b \quad a=4b$

$\underbrace{(x-6)^2}_{a^2}+\underbrace{(y-1)^2}_{b^2}+(y-1)^2=18 \qquad (x-6)(y-1)=\underbrace{(x-6y)^2}_{c^2}$

$81b^2+2b^2=18 \quad b=\pm\sqrt{\frac{18}{83}}$

$\begin{cases} a^2+2b^2=18 \\ ab=c^2 \\ c=a-6b\ge 0 \end{cases}$ $\quad a^2+2b^2=18$

$ab=(a-6b)^2$

$16b^2+2b^2=18$

$b^2=1 \quad b=\pm 1$

$a^2=16$

$a=\pm 4$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} a^2+2b^2=17 \\ ab=c^2 \\ c=a-6b\ge 0 \end{cases}$$

$a=x-6 \quad b=(y-1)$

$ab=(a-6b)^2 \quad a^2-13ab+36b^2=0$

$(a-4b)(a-9b)=0$

$a=4b,\ a=9b$

$(x-6)(y-1)\ge 0$

$y>1 \quad x<6 \quad x>6 \quad x<6$

$x>6 \quad y<4 \quad y>1 \quad y<1$

$16b^2+2b^2=17 \qquad 83b^2=17 \qquad \frac{47}{83-36} \qquad a=\sqrt{\frac{47}{83}} \qquad \sqrt{\frac{47}{83}}-6\cdot\sqrt{\ }$

$b^2=1 \qquad b^2=\frac{17}{83}$

$b=\pm 1 \qquad b=\pm\frac{17}{83}$ ← не подх

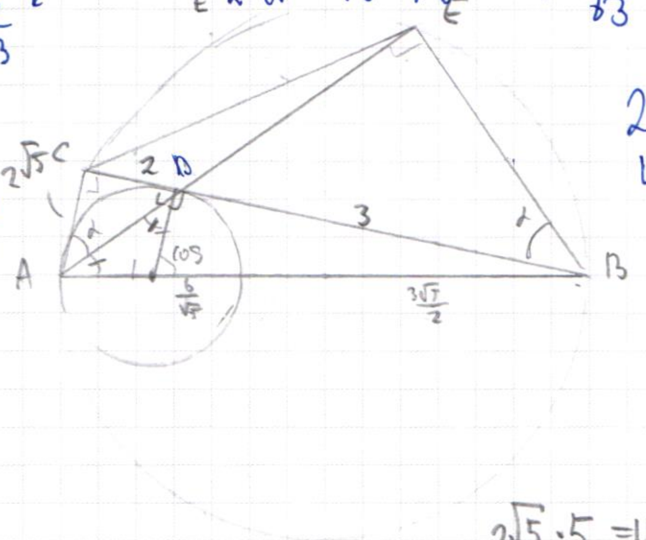
$a^2=17-2b^2=17-\frac{36}{83}=17\frac{57}{83}$

$-1 \quad +1$

$-4 \quad 4$

$a=-4 \quad a=4$

$b=-1 \quad b=1$



$2=\sqrt{4}$

$4-2$

$$\left[\begin{aligned} &\begin{cases} x-6=-4 \\ y-1=-1 \end{cases} \\ &\begin{cases} x-6=4 \\ y-1=4 \end{cases} \end{aligned}\right.$$

$x=2 \quad y=0 \qquad x=10 \quad y=5$

$S \quad \frac{BC}{\sin\alpha}=2R$

$\sin\alpha=\frac{BC}{2R}=\frac{5}{\sqrt{5}\,3}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$2\sqrt{5}\cdot 5=10\sqrt{5}$

$S=\frac{abc}{4R}$

$\cos\alpha=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$

$S_{ACEB}=S_{ACB}+S_{AEB}^{CDB}$, $S_{ACB}=2\sqrt{5}\cdot 5=10\sqrt{5}$

$S_{AEB}= \quad S_{CDBE}=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot EB\cdot\sin\alpha \qquad EB=$

$\cos\alpha=\frac{6\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot 9}=\frac{2}{3}$

$2R-r=2\cdot 3\sqrt{5}-\frac{6}{\sqrt{5}}=\frac{9}{\sqrt{5}}$

$4\cdot 5+25=5\cdot 9$

по т. cos для ADO_1:

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$a =$ $a^2 + 2b^2 = 18$

$a^2 = 18 - \frac{36}{83} = 17\frac{57}{83}$

$a \neq \pm\sqrt{17\frac{57}{83}}$

$6 + \sqrt{6}$ - 6 -

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

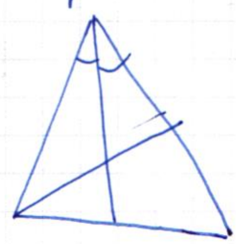
$a \quad b \quad c \quad d \qquad a \quad qa \quad q^2a \quad q^3a$

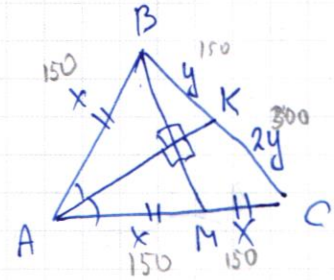
$ax^2-2bx+c=0$ $\qquad a\neq 0$

$ad^2-2bd+c=0$

$a\cdot q^6a^2-2qa\cdot q^3a+q^2a=0$

$q^6a^2-2q^4a+q^2=0$





$P=3x+3y=3(x+y) \quad x+y=300$ $\quad 75$

$3y>3x \qquad 3y<3x \qquad \begin{cases} y<x \\ x<3y \Rightarrow \end{cases}$ $\quad 75 \quad 75$

$2x>x+3y \qquad 2x<x+3y$ $\quad 150$

$x\cdot \qquad x<3y+2x \qquad -x<3y-04$

$y<x<3y$

$-900|12$, 84, 60, 75 $\quad 76 \quad 75\times 3 = 225$

$6x=900 \qquad 12x=900$

$x=150 \qquad y=75 \qquad 75<x<150$

$x+y:3 \qquad P=3(76+ \qquad 3x+3y=900 \qquad x<225$

$x+y=300 \qquad x<$

$x-3y$

$P=3x+3y=3(3y+y)=12y \Rightarrow y=75 \qquad x<7\cdot 5\cdot 3 \qquad 75<x<225$

$\cancel{900}=300=225+75$ $\quad 225 \quad 225 \quad 450$

$S_{CEO}=\frac{2}{3}S_{CEA}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}S_{CHA}=\frac{2}{9}\cdot 2\sqrt{3}y\cdot 3y=\frac{4\sqrt{3}}{3}y^2=$

16.

$9y^2+12y^2=7 \quad 21y^2=7 \quad y^2=\frac{1}{3}\Rightarrow y=\frac{1}{\sqrt{3}}$

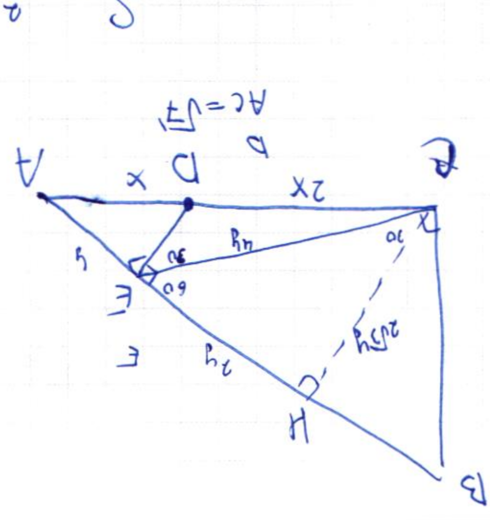
$tg\,BAC=\frac{CH}{AH}=\frac{2\sqrt{3}y}{3y}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$=16y^2+4y^2-8y^2=12y^2$

$\cancel{BC}=CH^2=(4y)^2+(2y)^2-2\cdot 2y\cdot 4y\cdot\frac{1}{2}=$

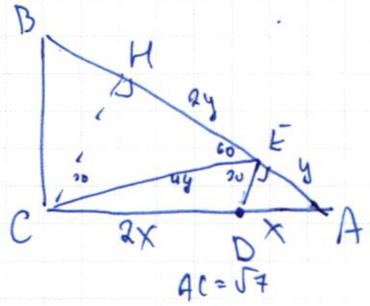
По т. cos для ~~CBE~~: CHE:

$tg\,BAC-?$



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



1) $CE=4y$ $(\angle 30^\circ)$

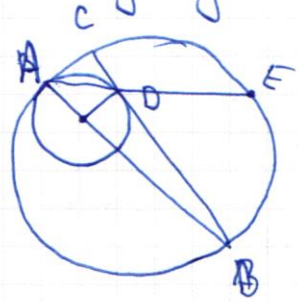
По т. Пиф для $\triangle$ ~~AHC~~ CHE: $CH=\sqrt{16y^2-4y^2}=2\sqrt{3}y$

$\operatorname{tg} BAC=\frac{CH}{AH}=\frac{2\sqrt{3}y}{3y}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

б) По т. Пиф для AHC:

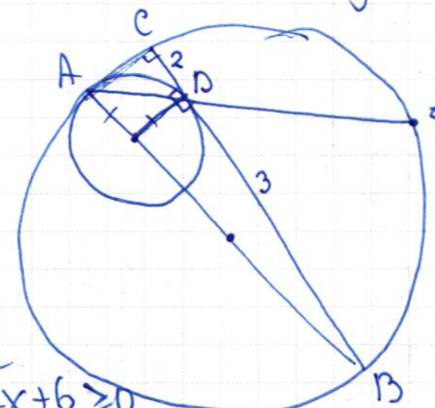
$7=12y^2+9y^2 \Rightarrow y=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad S_{CED}=\frac{2}{3}S_{CEA}$, где $S_{CEA}=\frac{1}{3}S_{CHA}$,

$S_{CHA}=2\sqrt{3}y\cdot 3y=6\sqrt{3}y^2=6\sqrt{3}\frac{1}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ $\quad \frac{2}{9}\cdot 2\sqrt{3}$ $\quad \frac{1}{3}S_{CHA}\cdot\frac{2}{3}$



BACE

$CD=2, BD=3$



$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$(x-6)^2-36+(2y-1)^2+1+20=0$

$(x-6)^2+(2y-1)^2=17$

$x=6$ $\quad y=$

$x-6y=\sqrt{(6-x)(1-y)}$

$x^2+36y^2-12xy=xy-6y-x+6$

$x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6}$ $\quad y\le\frac{1}{6}x$

$$\begin{cases} x-6y\ge 0 \\ xy-6y-x+6\ge 0 \end{cases}$$

$-y(6-x)+(6-x)$

$(6-x)(1-y)\ge 0$

либо $y>1$ $x>6$

$y<1$ $x<6$

$x-6y\ge 0$ $\quad -1 \quad 3$

a b c d - кор

a aq aq^2 q^3a

$ax^2+2bx+c=0$

$x_{1,2}=\frac{2b\pm\sqrt{4b^2-4ac}}{2a}=\frac{2aq\pm\sqrt{4a^2q^2-4a\,aq^2}}{}$

$D=(2b)^2-4ac=(2aq)^2-4a\,aq^2=0$ - 1 корень

$b=ac=a\cdot aq^2=a^2q^2$ $\quad a\cdot aq^3-2aq\cdot aq^3+aq^2=0$ $\quad :a$

$(\sqrt{a}x-\sqrt{c})^2$ $\quad \sqrt{ac}=$ $\quad aq^6-2aq^4$

$x_0=$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)