МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Т.к a, b, c — 1, 2, 3 член г. прогресс. $\Rightarrow b = ap$, $c = bp = ap^2$

$\Rightarrow -p$ — корень $ax^2 + 2bx + c = 0$, т.к. $ap^2 - 2ap^2 + ap^2 = 0$

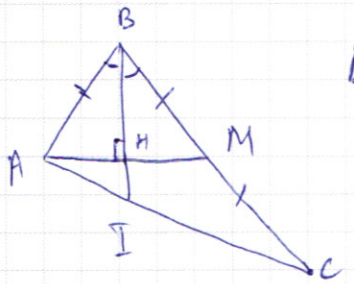
По теореме Виета $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{a} = -2p$ $\quad x_1 = -p \Rightarrow x_2 = -2p + p = -p$

$\Rightarrow -p$ — четвертый член прогрессии. $\Rightarrow$

$-p = ap^3$ $\quad$ Если $p \neq 0$ $\quad -1 = ap^2 = c$ — 3-й член прогресс.

Иначе т.к. $-p$ — корень $c = 0$, но $p \neq 0$ по определению г. прогрессии.

Ответ: -1

2. 

В тр-ке ABC, BI — биссектриса, AM — медиана, H — точка их пересечения, по условию $\angle AHB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABH = \triangle MBH$ по общ. стороне и двум прилежащим углам $\Rightarrow AB = BM = \frac{1}{2}BC$

$AB = x \Rightarrow BC = 2x \Rightarrow AC = 1200 - 3x$ т.к. периметр $= 1200$

$$\left.\begin{aligned} 1200 - 3x &< 3x \\ x &< 1200 - x \\ 2x &< 1200 - 2x \end{aligned}\right\} \text{по неравенству тр-ка.}$$

$\Rightarrow 200 < x$, $x < 600$, $x < 300$ $\Rightarrow 200 < x < 300$

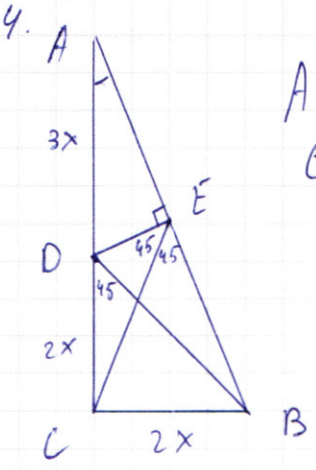
$\Rightarrow$ т.к. по значению x явно задается тр-к, при этом x — наименьшая сторона, т.к. $x < 2x$ и $x < 1200 - 3x$ т.к $x < 300$

$\Rightarrow$ никакие тр-ки не посчитаем дважды $\Rightarrow$ всего 99 таких тр-ков (т.к x — целое)

Ответ: 99

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

4.



$AC = 5x \Rightarrow AD = 3x \Rightarrow DC = 2x.$

$CDEB$ – вписанный, т.к. $\angle DEB = 90^\circ$, $\angle DCB = 90^\circ$ – в сумме 180°. $\angle DEC = 45 \Rightarrow \angle BEC = 45 \Rightarrow$

$\angle CDB = 45$ из вписанности. $\Rightarrow \triangle BCD$ – равнобедр, т.к.

$\angle CBD = 90 - 45 = 45 = \angle CDB \Rightarrow CB = 2x = DC$

$$tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$$

Ответ: (а) $\frac{2}{5}$

$\triangle ACB \sim \triangle AED$ по двум углам $\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

$AB = \sqrt{25x^2 + 4x^2} = \sqrt{29}\,x = \frac{29}{5}$ $\qquad \frac{AD}{AB} = \frac{3x}{\sqrt{29}x} = \frac{3}{\sqrt{29}} = \frac{AE}{5x} \Rightarrow AE = \frac{15x}{\sqrt{29}} = 3$

$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$ т.к. $AC = 5x = \sqrt{29}$ $\qquad \frac{3}{\sqrt{29}} = \frac{DE}{2x} \Rightarrow DE = \frac{6x}{\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$

$EB = AB - AE = \frac{29}{5} - \frac{15}{5} = \frac{14}{5}$

$DB = \sqrt{8x^2} = 2x\sqrt{2}$

т.к. $CDEB$ – вписанный, по теореме Птолемея

$CE \cdot DB = CB \cdot DE + CD \cdot EB$

$CE \cdot 2x\sqrt{2} = 2x \cdot \frac{6}{5} + 2x \cdot \frac{14}{5} = 2x \cdot (4)$

$CE = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot CE \cdot \sin(45) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{5}$

Ответ: (б) $\frac{6}{5}$

Ответ (общий): а) $\frac{2}{5}$, б) $\frac{6}{5}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

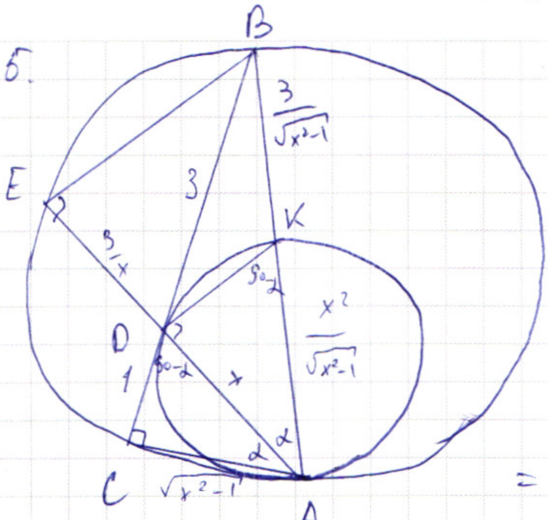
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.



Ω и ω касаются внутренним образом в точке A $\Rightarrow$ т.к. AB – диаметр Ω $\Rightarrow$ AK, где K – вторая точка пересечения AB с ω, тоже диаметр.

$\Rightarrow \angle KDA = \angle BEA = \angle BCA = 90$ т.к. они опираются на диаметры.

Пусть $\angle DAK = \alpha \Rightarrow \angle DKA = 90-\alpha = \angle CDA$ т.к. CD – касательная.

$\Rightarrow \angle CAD = \alpha \Rightarrow \triangle DCA \sim \triangle KDA$ по 2 углам.),

$\triangle DKA \sim \triangle EBA$ по 2-м углам.

Пусть $AD = x \Rightarrow AC = \sqrt{x^2-1}$ ($CD=1$ по условию) $\Rightarrow$

Из подобия $\frac{x}{AK} = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} \Rightarrow AK = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$. Т.к. BC и AE – хорды

$\Rightarrow CD \cdot DB = AD \cdot DE \Rightarrow \frac{3}{x} = ED$. Из подобия $\frac{AE}{AD} = \frac{AD+DE}{AD} = 1 + \frac{DE}{AD} =$

$= 1 + \frac{3}{x^2} = \frac{AB}{AK} = \frac{AK+BK}{AK} = 1 + \frac{BK \cdot \sqrt{x^2-1}}{x^2} \Rightarrow BK = \frac{3}{\sqrt{x^2-1}}$

По теореме Пифагора: $16 + x^2 - 1 = 15 + x^2 = \frac{(3+x^2)^2}{x^2-1} \Rightarrow 15x^2 + x^4 - 15 - x^2 = 9 + x^4 + 6x^2$

$\Rightarrow 8x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow AK = \frac{3}{\sqrt{2}} = BK \Rightarrow K$ – центр окружности т.к. AB – диаметр Ω

$\Rightarrow$ радиус $\Omega = \frac{3}{\sqrt{2}}$, радиус $\omega = \frac{3}{2\sqrt{2}}$.

$S_{BACE} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AE \cdot \sin(90-\alpha)$ $\quad \sin(90-\alpha) = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{2}$ $\quad AE = \sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

Ответ: $\frac{3}{\sqrt{2}}^{(\Omega)}$, $\frac{3}{2\sqrt{2}}^{(\omega)}$, $4\sqrt{2}^{(S_{BACE})}$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

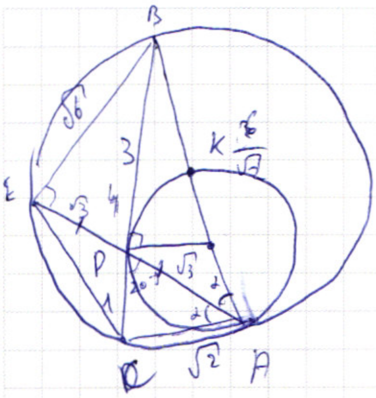
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

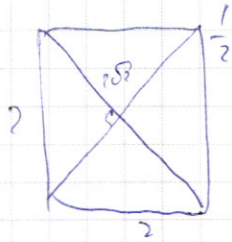
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$2\sqrt{3}$ $3\sqrt{2}$

$\sqrt{6}$

$\sin(90-\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$



$\frac{1}{2}$ ~~$2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\sin(90)$~~

1) $(x-1)(y-2) > 0$.

2). $y > 2x$.

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2}. \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0. \end{cases}$$

$y^2+4x^2-4xy = xy-2x-y+2$.

$2x^2+y^2+3 = 4(x+y)$

$4(x+y)-4xy = xy-2x-y+5$

$4(x+y-xy) = -(x+y-xy)-x+5$

$5(x+y-xy) = 5-x$.

$x = 5(x+y-xy-1)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

a, b, c

$a \quad b = ap \quad c = ap^2 = bp$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = p^2$

$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{a} = -2p.$

$ap^2 - 2bp + c = 2c - 2c = 0$

$\Rightarrow -p$ - корень.

По Виета.

$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{a} = -2p$

$x_1 = -p \Rightarrow x_2 = -p$

$\Rightarrow -p$ - четвертый

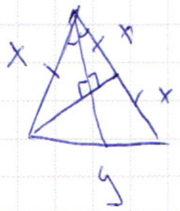
$\overset{1}{a} \quad \overset{2}{ap} \quad \overset{3}{ap^2} \quad \overset{4}{-p}$

$-p = ap^3$

$p \neq 0$

$\Rightarrow -1 = ap^2 = c$

Если $p = 0$, то $ap^2 = 0$.



$P = 1200$

$y < 3x$

$x + y > 2x$

$y > x$

$3x + y = 1200$

стороны целые $\Rightarrow$

$y \vdots 3 \quad y = 3y'$

$x + y' = 400$

$1200 - 3x = 2x$

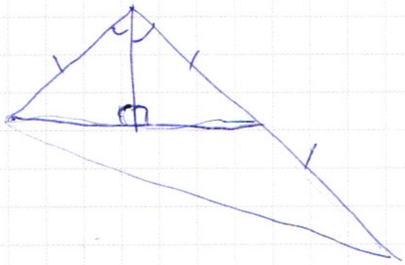
$x = 240$

$1200 - 3x > x$

$5x = 1200$

$x = 300 > x$

$y' \le \frac{x}{3}$



$3x > 3y'$

$\Rightarrow x > y'$

$x.\ 201$

$y' = 400 - x$

$y = 3y' \quad y'$ - целое

$3y' > x > y'$

$x + y' = 400$

$y' = 400 - x.$

$1200 - 3x > x$

$1200 > 4x$

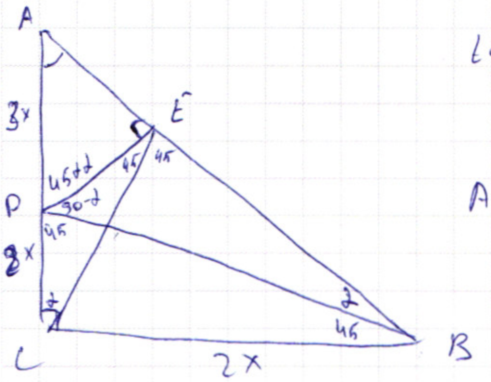
$300 > x$

$x > 400 - x$

$2x > 400$

$x > 200$

201 до 299. 99 знач.



$tg \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$

$AC = \sqrt{29}$

$AB^2 = 25x^2 + 4x^2 = 29x^2$

$\Rightarrow AB = \sqrt{29}\,x$

$BC \cdot DE + DC \cdot EB = CE \cdot DB.$

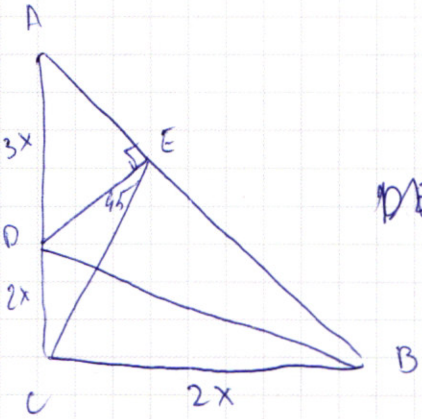
$\frac{AB}{AD} = \frac{CB}{DE} = \frac{\sqrt{29}\,x}{3x} = \frac{2x}{DE}$

$\sqrt{29} \cdot DE = 6x$

$5x = \sqrt{29}$

$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$DE = \frac{6x}{\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$



DE/

$AB = \sqrt{25x^2 + 4x^2} = \sqrt{29}\,x$

$\frac{6\sqrt{29}}{5\sqrt{29}} = \frac{6}{5}$

$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$\frac{3x}{\sqrt{29}\,x} = \frac{AE}{AC} = \frac{AE}{5x} = \frac{DE}{CB} = \frac{DE}{2x}$

$AE = \frac{15x}{\sqrt{29}}$

$S_{CED} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot CE \cdot \sin(45)$

$= \frac{3}{5} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{6}{5}$

$DE = \frac{6x}{\sqrt{29}}$

$AB = \frac{29}{5}$

$AE = 3$

$DE = \frac{6}{5}$

$AB - AE$

$\Rightarrow EB = \frac{29}{5} - \frac{15}{5} = \frac{14}{5}$

$DB^2 = 8x^2$

$DB = 2x\sqrt{2}$

$\frac{14}{5} \cdot 2x + \frac{6}{5} \cdot 2x = CE \cdot DB$

$= 2x\sqrt{2} \cdot CE$

$4 = \sqrt{2}\,CE$

$CE = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$D=36+4\cdot 6\cdot 2=76$

$-6\pm\sqrt{76}$

$xy-2x-\cancel{2}y+2\geq 0$ ОДЗ

$x(y-2)-(y-2)=(y-2)(x-1)\geq 0.$

$\cancel{2x^2+y^2-4x-4y+3=0.}$

$\cancel{y^2-4y+4=(y-2)^2}$

$\cancel{2x^2-4x-1}$

$y^2+4x^2-4xy=xy-2x-y+2$

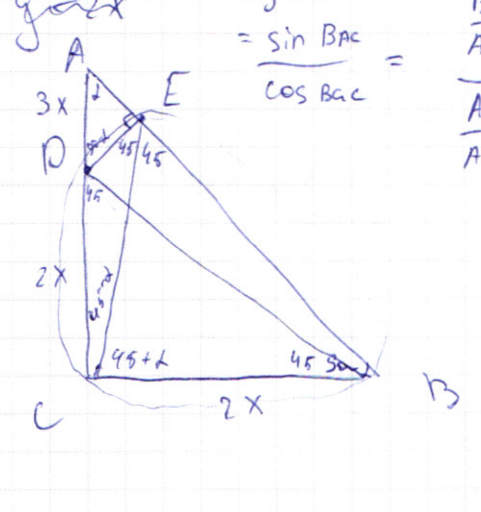
$4x^2+y^2-5xy+2x+y-2=0$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0.$

$2x^2-5xy+6x+5y-5=0$

$2x^2-5y(x-1)+6x-5=0$

$$y=\frac{2x^2+6x-5}{5(x-1)}$$



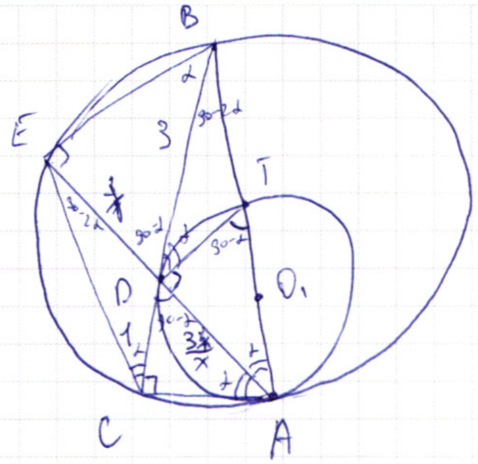
$tg\,BAC=\dfrac{\sin BAC}{\cos BAC}=\dfrac{\frac{BC}{AB}}{\frac{AC}{AB}}=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{2x}{5x}=\dfrac{2}{5}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



r_1, r_2 - ?

S_{BACE} - ?

$BT \cdot BA = 9$

BA - диаметр Ω

TA - диаметр ω

$(BT+AT)\cdot BT = 9.$

$BT\cdot BT + BT\cdot TA = 9$

$\frac{BT+AT}{AT} = \frac{ED+DA}{DA}$

$AB \cdot DE = 3$

$AD = 3x$

$ED \cdot 3x = 1\cdot 3.$

$ED = \frac{1}{x}$

$DE = \frac{3}{AD}$

$\Rightarrow \frac{AD}{AD+\frac{3}{AD}}$

$\frac{9}{BT\cdot AT} = \frac{\frac{3}{DA}+DA}{DA} = \frac{3}{DA^2}+1$

$9 - \frac{1}{x^2}$

$\frac{AD^2+3}{AD}$

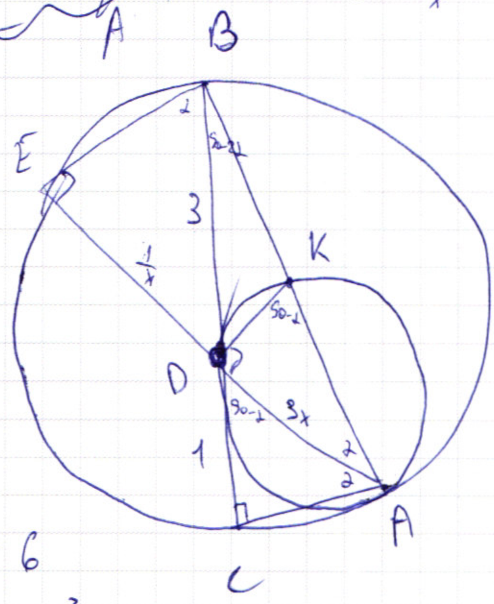
$ED \cdot DA =$

$CD \cdot DB = 3$

$ED = \frac{3}{DA}$

$BE = \sqrt{9-x^2}$

$\frac{3}{x}+x+9-x^2 = BA^2$



$9 = BK \cdot BA$

$\frac{AK}{AB} = \frac{AD}{AE}$

$BE^2 = 9 - \frac{1}{x^2}$

$EA^2 = 9x^2 + \frac{1}{x^2} + 6$

$15 + 9x^2 = BA^2$

$CA^2 = 9x^2 - 1$

$9x^2 - 1 + 16 = BA^2$

$\frac{3x+\frac{1}{x}}{3x} = \frac{BA}{AK} = \frac{BE}{DK}$

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

Q+

$f(ab) = f(a) + f(b)$

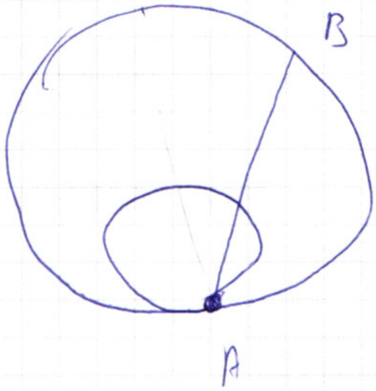
$f(p) = \left[\frac{p}{2}\right]$

$1 \le x \le 21$

$1 \le y \le 21$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

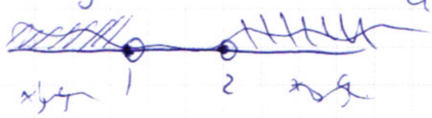
$f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f\left(\frac{x}{y}\right)$



$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$(y-2)(x-1) \ge 0$

$y \ge 2x$



$y^2 - 4xy + 4x^2 = (y-2)^2(x-1)^2$

$= xy - 2x - y + 2$

$y^2 - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 = 0$.

$2y^2 + 6x^2 - 5xy - 2x - 3y + 1 = 0$

$6x^2 - (5y+2)x + (2y^2 - 3y + 1) = 0$

$D = 25y^2 + 20y + 4 - 24(2y^2 - 3y + 1) =$

$= -23y^2 + 4 \cdot 13y - 20 \ge 0$.

$\frac{5y + 2 \pm \sqrt{D}}{12} = x_{1,2}$.

$-23y^2 + 4 \cdot 13y - 20 = 0$

$\frac{-4 \cdot 13 \pm 4 \cdot 3\sqrt{6}}{-23 \cdot 2}$

$D = 4^2 13^2 - 4^2 \cdot 23 \cdot 5$

$4^2(54) = 4^2 \cdot 3^2 \cdot 6$.

25 − 24 = 1

$4 \cdot 6 \cdot 3$

$4 \cdot 5$

$4(23$

24 × 3 = 72

72 − 20 = 52 | 4 → 13

13 × 13 = 39 + 13 = 169

23 × 5 = 115

169 − 115 = 54

54 | 2 → 27

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. a, b, c — 1, 2, 3 соотв. члены г. прогресс $\Rightarrow b = ap$, $c = bp = ap^2$

$\Rightarrow -p$ — корень $ax^2 + 2bx + c = 0$ т.к. $ap^2 + 2ap^2$

ОДЗ.

$(y-2)(x-1) > 0$

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$D = 16 - 8 = 8$

$\frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$

$\cancel{2(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 2) = 0.}$

$\cancel{y - 2x \geq 0}$ $\cancel{(y-2x)(y-x+2}$

$(y - x \mp 2)(y - x \pm 2)$

$= y^2 - xy \mp 2y$

$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$

$(1-a)x - b + |2x - 1| \geq 0.$

$[-\frac{1}{4} ; \frac{3}{2}]$

$2x^2 - (a+1)x - (b+1) \geq 0.$

$D = a^2 + 2a + 1 + 8b + 8 \geq 0.$

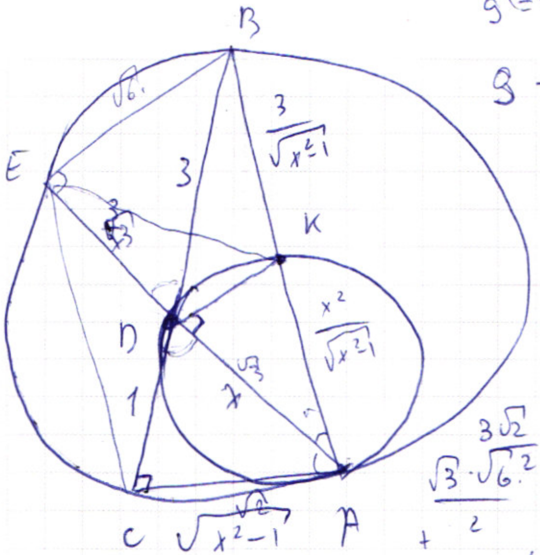
$x_1 = \frac{a + 1 - \sqrt{D}}{2}$ $x_2 = \frac{a + 1 + \sqrt{D}}{2}$

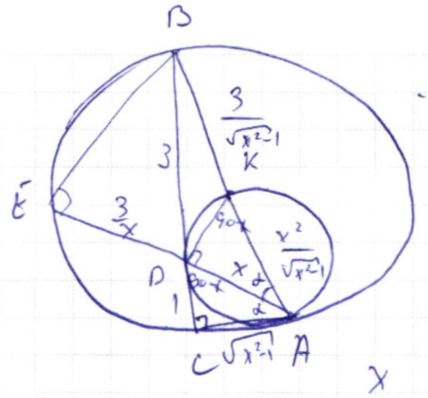
$x_1 \leq -\frac{1}{4}$ $x_2 \geq \frac{3}{2}$

$9 = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{6}{\sqrt{2}}$

$9 - 3 = 6.$

$\sqrt{6}.$





$\frac{BA}{AK} = \frac{EA}{DA}$

$= \frac{AK+BK}{AK} = \frac{\frac{3}{x}+x}{x}$

$\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}} = AK.$

$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}^2}{2}$

1) AK - диаметр.

2) BA - диаметр.

$\Rightarrow \angle BEA = \angle BCA \quad \angle KDA = 90^\circ.$

$\frac{x}{AK} = \frac{AC}{x}$

$\frac{BK}{AK} = \frac{3}{x^2}$

$\frac{\sqrt{x^2-1}\,BK}{x^2} = \frac{3}{x^2}$

BK

$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$

$4 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sin.$

$AC = \sqrt{x^2-1}$

Пусть $AD = x$ $\frac{x^2}{3}$

$\Rightarrow AC = \sqrt{x^2-1}$

$3 \cdot 1 = x \cdot ED$

$\frac{3}{x} = ED$

$\frac{x}{AK} = \frac{AC}{x}$

$\frac{AK+BK}{AK} = 1 + \frac{BK}{AK} = \frac{\frac{3}{x}+x}{x} = 1 + \frac{3}{x^2}$

$\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}} = AK$

$\frac{BK}{AK} = \frac{3}{x^2}$

$16 + x^2 - 1 = \frac{(3+x^2)^2}{x^2-1}$

$\frac{\sqrt{x^2-1}\;BK}{x^2} = \frac{3}{x^2}$

$5 + 15$

$BK = \frac{3}{\sqrt{x^2-1}}$

$15x^2 + x^4 - 15 - x^2 = 9 + x^4 + 6x^2$

$8x^2 = 24$

$x^2 = 3$

$x = \sqrt{3}.$

$\frac{3}{2\sqrt{2}}$

$\frac{3}{\sqrt{2}}$

$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$

$16 + x^2 - 1$

$= 15 + x^2 = \left(\frac{3+x^2}{\sqrt{x^2-1}}\right)^2 = \frac{9 + x^4 + 6x^2}{x^2-1}$

$\Rightarrow K$ - центр Ω

$15x^2 - 15 + x^4 - x^2 = 9 + x^4 + 6x^2$

$8x^2 = 24 \qquad x^2 = 3$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0. \end{cases}$$

1) $(x-1)(y-2)>0.$

2) $y>2x.$

$y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$2x^2+y^2+3=4(x+y)$

$y^2+4x^2+3+2x+y=5xy+5$

$4(x+y)+2x^2+2x+y=5xy+5$

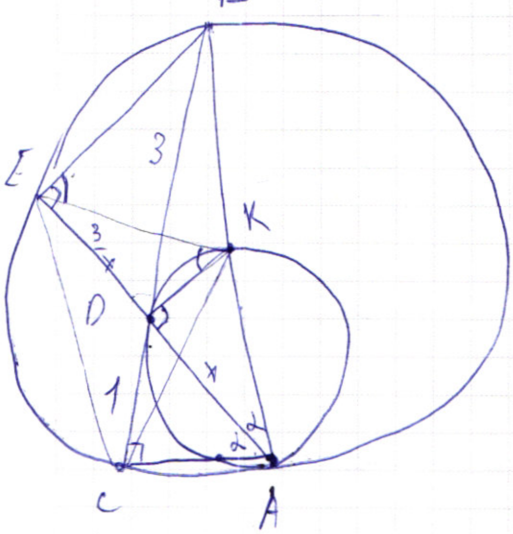
$2x^2+6x+5y=5xy+5$

$2x^2+6x-5=5y(x-1)$

$\frac{2x^2+6x-5}{5(x-1)}=y$

$\frac{2x^2+6x-5}{5(x-1)}-2x$

$=\frac{2x^2+6x-5-10x^2+10x}{5(x-1)}=\frac{-8x^2+16x-5}{5(x-1)}$



$AC=\sqrt{x^2-1}$

$\frac{AC}{x}=\frac{x}{AK}$

$x^2=\sqrt{x^2-1}\cdot AK$

$\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}=AK$

$16+x^2-1=x^2+15=BA^2$

$BK^2+BK\cdot AK=9.$

$BA^2=BK^2+AK^2+2BK\cdot AK$

$BK\cdot AK+AK^2=$

$=x^2+6$

$=AK(BK+AK)$

$=\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\left(BK+\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\right)$

$=x^2+6.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)