МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

- 1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

- 2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

- 3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

- 4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

  б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

- 5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

- 6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

  выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

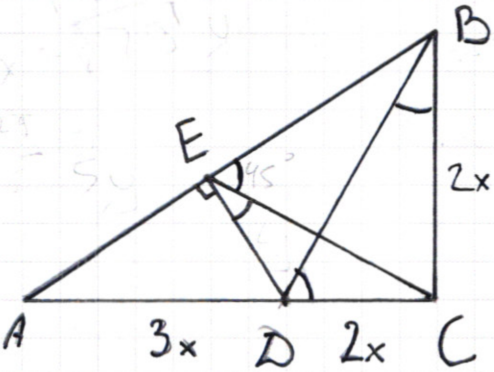
- 7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{№4}$

Дано:
$\triangle ABC$ - прямоуг.
$\angle C = 90^\circ$
$D \in AC$:
$AD : AC = 3:5$
$E \in AB$:
$DE \perp AB$
$\angle CED = 45^\circ$
а) $tg\angle BAC$ - ?
б) $AC = \sqrt{29}$;
$S(\triangle CED)$ - ?

а) 1) $\angle BED = 180^\circ - \angle AED =$
$= 90^\circ$ (смеж)



2) $\angle BED = \angle CED +$
$+ \angle CEB \Rightarrow \angle CEB =$
$= 45^\circ$

3) $\angle BED + \angle BCA = 180^\circ \Rightarrow CDEB$ - вписанный по опр $\Rightarrow$ по св-ву $\angle CBD = \angle CED = 45^\circ$.
$\angle BDC = \angle CEB = 45^\circ$

Получается, что $\angle CBD = \angle BDC = 45^\circ \Rightarrow$
$\triangle CBD$ - равнобедренный по пр-ку $\Rightarrow$ ~~по~~ по опр $CD = BC$.

4) Пусть $AC = 5x$ $(x \in N)$, тогда $AD = 3x \Rightarrow DC = 5x - 3x =$
$= 2x$

5) $BC = DC = 2x \Rightarrow$ в $\triangle ABC$ $tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} =$
$= \frac{2}{5}$

б) 1) $AC = \sqrt{29} = 5x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{29}}{5} \rightarrow AD = \frac{3\sqrt{29}}{5}$

2) ~~Пусть~~ в $\triangle AED$: $tg\angle EAD = tg\angle BAC = \frac{2}{5} = \frac{ED}{AE}$

$\boxed{№4}$ Продолжение

3) Пусть $ED = 2y$, $AE = 5y$, тогда по теореме Пифагора в $\triangle ADE$:

$$AD^2 = AE^2 + DE^2 \; ; \; 9x^2 = 4y^2 + 25y^2$$

$$9x^2 = 29y^2 \quad (x, y > 0)$$

$$3x = \sqrt{29} \cdot y \quad ; \quad 3 \cdot \frac{\sqrt{29}}{5} = \sqrt{29}\, y$$

$$\rightarrow y = \frac{3}{5} \Rightarrow DE = 2 \cdot y = \cancel{4}\, \frac{6}{5}$$

$$AE = 5y = 3$$

4) $\angle BAC \in (0; \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \cos\angle BAC > 0; \sin\angle BAC > 0.$

$$1 + tg^2\angle BAC = \frac{1}{\cos^2\angle BAC}$$

$$1 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\angle BAC} \; ; \quad 1 + \frac{4}{25} = \frac{1}{\cos^2\angle BAC} \; ;$$

$$\frac{29}{25} = \frac{1}{\cos^2\angle BAC} \Rightarrow \cos\angle BAC = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

~~$\Rightarrow \sin\angle BAC =$~~

5) По теореме косинусов в $\triangle AEC$: $EC^2 = AE^2 + AC^2 - 2 \cdot AE \cdot AC \cdot \cos\angle BAC$

$$EC^2 = 3^2 + (\sqrt{29})^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{29} \cdot \frac{5}{\sqrt{29}} = 9 + 29 - 30 = 8$$

$$\Rightarrow EC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

6) По теореме о площади $\triangle$-ка: $S(\triangle CED) = \frac{1}{2} \cdot CE \cdot DE \cdot \sin\angle CED =$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2\sqrt{2}} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{\sqrt{2}}} = \frac{6}{5}$$

Ответ: а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{6}{5}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{№3}$

Начало решения ↓

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

~~[illegible]~~:

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{x(y-2)-(y-2)} \\ 2x^2-4x+2-2+y^2-4y+4-4+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{(x-1)(y-1)} \quad (1) \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0 \end{cases}$$

Замена: $a = x-1$

$b = y-2$

Рассмотрим ур-е 1

$b-2a = \sqrt{ab} \quad |^2$

$$\begin{cases} b^2-4ab+4a^2 = ab \\ b-2a \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\cancel{b^2} \begin{cases} b(b-4a) - \overset{a}{\blacksquare}(b-4a) = 0 \\ b-2a \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (b-a)(b-4a)=0 \\ b-2a \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} b=a \\ b=4a \end{array}\right. \\ b \geqslant 2a \end{cases} \Rightarrow b=4a$$

Продолжение наверху

продолжение решения

Вернёмся к исходной системе. Теперь она имеет следующий вид:

$$\begin{cases} b=4a \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=4a \\ 2a^2+(4a)^2=3 \end{cases}; \begin{cases} b=4a \\ 2a^2+16a^2=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=4a \\ 18a^2=3 \end{cases} \begin{cases} b=4a \\ a^2=\frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=4a \\ a=\frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b=4a \\ a=-\frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases}$$

Рассмотрим случаи:

I: $a=\frac{\sqrt{6}}{6} \Rightarrow b=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$$\begin{cases} x-1=\frac{\sqrt{6}}{6} \\ y-2=\frac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases} \begin{cases} x=\frac{1}{\sqrt{6}}+1 \\ y=\frac{2\sqrt{6}}{3}+2 \end{cases}$$

II: $a=-\frac{\sqrt{6}}{6} \Rightarrow b=-\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$$\cancel{x-y} \begin{cases} x-1=-\frac{\sqrt{6}}{6} \\ y-2=-\frac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases} \begin{cases} x=1-\frac{1}{\sqrt{6}} \\ y=2-\frac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases}$$

Ответ: $\left(1+\frac{1}{\sqrt{6}}; 2+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$; $\left(1-\frac{1}{\sqrt{6}}; 2-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

[redacted]

$\boxed{№1}$

Т.к. a, b, c - 3 последовательных члена геометрической прогрессии, то $b^2=ac$ по св-ву.

Найдём корень ур-я: $ax^2+2bx+c=0$

$$D/4 = b^2-ac=0 \Rightarrow \text{корень } 1,$$

$$x = \frac{-b}{a} = y_4$$

$y_1 = a = y$

$y_2 = b = q\cdot y_1 = a\cdot q$

$y_3 = C = q\cdot y_2 = bq = aq^2$

$y_4 = -\frac{b}{a} = q\cdot y_3 = q\cdot c = bq^2 = a\cdot q^3$

$$\longrightarrow \begin{cases} b = aq & (1) \\ c = q^2\cdot a & (2) \\ -\frac{b}{a} = qc & (3) \\ ac = b^2 & (4) \end{cases}$$

~~$a\cdot C = a^2\cdot q^2 \Rightarrow$ Подставим ур-е (1), (2) в 4.~~

~~$a\cdot q^2.$~~

~~$ac = a^2\cdot q^2$~~

~~$a\cdot q^2\cdot a$~~

~~$-\frac{b}{a} = q\cdot c$~~

~~$-\frac{1}{a}\cdot a\cdot q = c\cdot q$~~

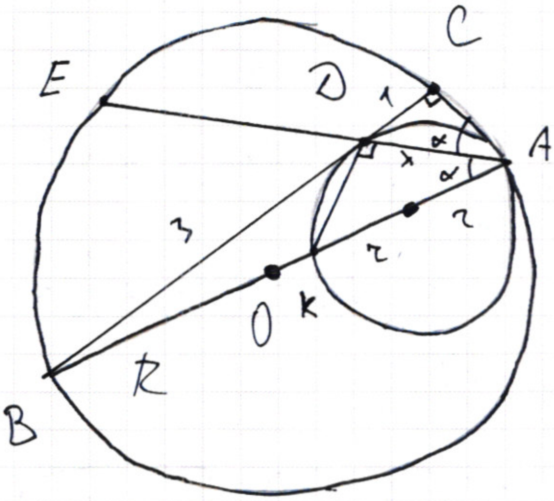
Подставим ур-е (1), (~~2~~) в (3):

$$-\frac{aq}{a} = q\cdot c \longrightarrow \underline{c=-1}$$

$\boxed{\text{Ответ: } -1.}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{N5}$



1) Т.к. ω и Ω касаются, то линии их центров проходит через точку касания.

2) O - центр Ω

3) R - радиус Ω ; r - радиус ω.

4) $AO \cap \omega = \{A; K\}$, AK - диаметр.

5) $\angle ADK = 90^\circ$ т.к. опирается на диаметр.

6) Пусть $\angle KAD = \alpha$, $AD = x$, тогда в $\triangle ADK$ $\cos\alpha = \frac{x}{2r}$

7) ~~$\angle BA$~~ $\angle BCA = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр

8) По св-ву угла между кас-ой и хордой $\angle ADC = \cancel{\angle} \frac{1}{2} \cup AD =$
$= \angle AKD \Rightarrow \angle CAD = \angle DAK = \alpha$

тогда в $\triangle DAC$: $\sin\alpha = \frac{CD}{AD} = \frac{1}{x}$

9) в $\triangle ABC$ по обобщённой теореме синусов:

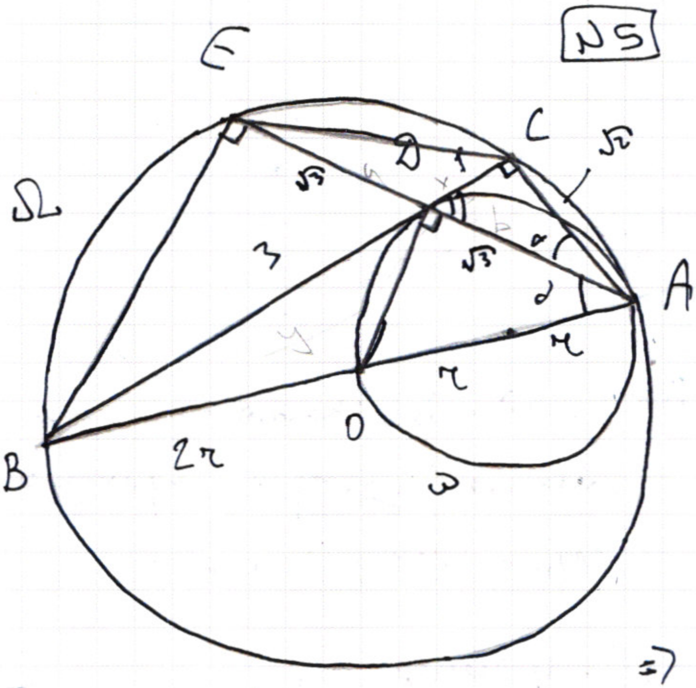
$$R = \frac{BC}{2\cdot\sin\angle BAC} = \frac{4}{2\cdot\sin 2\alpha} = \frac{4}{4\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$$

$\Rightarrow R\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 1$

$R\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{2r} = 1 \longrightarrow R = 2r \Rightarrow$ ~~B~~ $K \equiv O$. (K совпадает с O).

Сделаем новый рисунок

$\boxed{№5}$ Продолжение 1



10) По св-ву касательной к ω:

$BD^2 = AB \cdot BO =$

$= 2R \cdot R =$

$= 2R^2 = 3^2$

$R = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} (R > 0)$

$\Rightarrow r = \frac{R}{2} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2\sqrt{2}} =$

$= \frac{3\sqrt{2}}{4}$

11) в $\triangle BAC$ по теореме Пифагора: $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - 4^2} =$

$= \sqrt{18 - 16} = \sqrt{2}$

12) $\Rightarrow$ в $\triangle CDA$ $tg\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $(\alpha \in (0; \frac{\pi}{2}) \rightarrow \cos\alpha > 0 / \sin\alpha > 0)$.

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\frac{3}{2} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

13) в $\triangle ODA$: $\cos\alpha = \frac{AD}{AO} \rightarrow AD = AO \cdot \cos\alpha = R\cos\alpha =$

$= \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

14) По св-ву пересекающихся хорд: $BD \cdot DC = AD \cdot DE$

$3 \cdot 1 = \sqrt{3} \cdot DE \rightarrow DE = \sqrt{3}$

15) в $\triangle CDA$: $\sin\angle CDA = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\boxed{N5}$ Продолжение 2

$2 \cdot 4 - 2 \cdot 1 =$

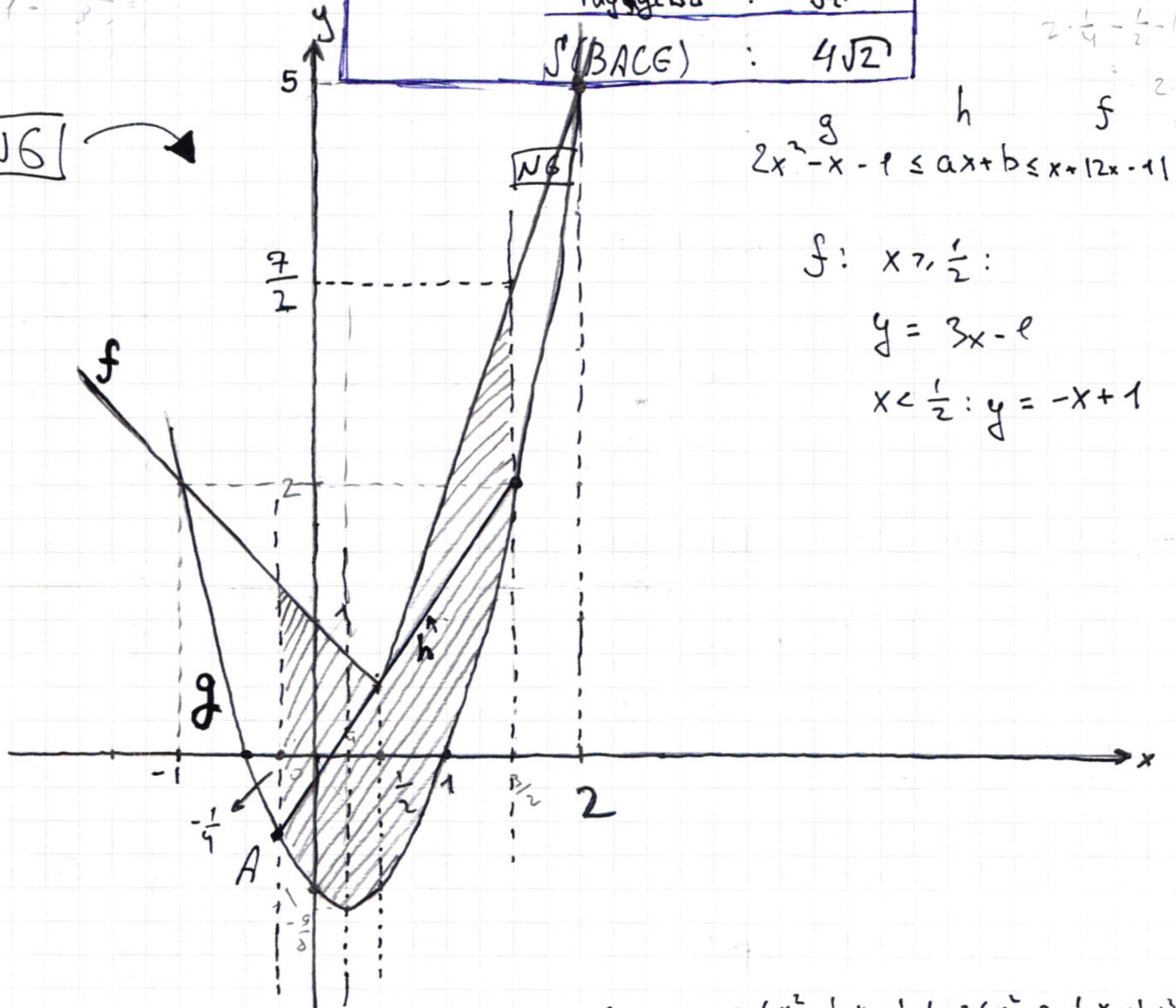
1б) По св-ву площади четырёхугольника:

$S(BACE) = \frac{1}{2} \cdot \sin\angle ADC \cdot BC \cdot AE = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{3}}} \cdot 4 \cdot 3\cancel{\sqrt{3}} =$

$= 4\sqrt{2}$

Ответ:
Радиус ω : $\frac{3}{2\sqrt{2}}$
Радиус Ω : $\frac{3}{\sqrt{2}}$
$S(BACE)$: $4\sqrt{2}$

$\boxed{N6}$



g h f
$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x - 1|$

f: $x \geq \frac{1}{2}$:

$y = 3x - 1$

$x < \frac{1}{2}$: $y = -x + 1$

$g: y = 2x^2 - x - 1 = 2(x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}) = 2(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{4}x + (\frac{1}{4})^2 -$
$- (\frac{1}{4})^2 - \frac{1}{2}) = 2((x - \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16} - \frac{1}{2}) = 2(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{8} - 1$

$\boxed{№6}$ Продолжение: 1

1) Построим графики ф-й g и f.
Заштрихуем подходящую область $(x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}])$

/// – нужная область.

2) Ур-е : $y = ax + b$ задаёт прямую (

3) Поэтому нам подходят такие, прямые, которые: 1) Лежат в выделенной области
2) Лежат в этой области на промежутке $x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$,

4) Пусть A лежит на параболе так, что $x_A = -\frac{1}{4}$

$y_A = 2 \cdot (-\frac{1}{4})^2 - (-\frac{1}{4}) - 1 =$
$= 2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} + \frac{1^{12}}{4} - 1 = \frac{3}{8} - 1 = -\frac{5}{8}$

5) Составим ур-е прямой, проходящей через точки $(\frac{3}{2}; 2)$ и $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

$$\frac{x - \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{y - \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{2}} ; \quad x - \frac{1}{2} = (y - \frac{1}{2}) : \frac{3}{2}$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}(y - \frac{1}{2})$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}(y - \frac{1}{2})$$

Заметим, что координаты точки A удовлетворяют этому ур-ю $\Rightarrow$ прямая $x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}(y - \frac{1}{2})$ – подходит: $x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}(y - \frac{1}{2}) \,|\cdot 6$; ~~$6x - 3 = 4$~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{N6}$ Продолжение г.

$x-\frac{1}{2}=\frac{2}{3}\left(y-\frac{1}{2}\right). \;\Big|\cdot 6$

$6\left(x-\frac{1}{2}\right)=6\cdot\frac{2}{3}\left(y-\frac{1}{2}\right)$

$6x-3=4\left(y-\frac{1}{2}\right)$

$6x-3=4y-2$

$4y=6x-1 \rightarrow y=\frac{6x}{4}-\frac{1}{4}=\frac{3x}{2}-\frac{1}{4}=\underbrace{\left(\frac{3}{2}\right)}_{a}\cdot x+\underbrace{\left(-\frac{1}{4}\right)}_{b}$

Пара $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ подходит.

7) Если мы будем двигать точку A вверх вдоль прямой $x=-\frac{1}{4}$, то тогда, чтобы прямая $y=ax+b$ принимала значение в точках, близки к $(x=\frac{3}{2})$ и в самой этой точке, нужно, чтобы эта прямая проходила через точку $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. Но значение в точке $(x=\frac{3}{2})$ принимает и проходит через точку $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ только одна прямая $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$.

8) Если же взять точку B $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ и начать ~~дв~~ двигать её вверх вдоль прямой $x=\frac{3}{2}$, то нужные ~~лю~~ (подходящие по условию прямые также обязаны будут пройти через точку $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ ~~сол~~ аналогично соображениям в пункте 7). Поэтому

$\boxed{№6}$ Продолжение 3

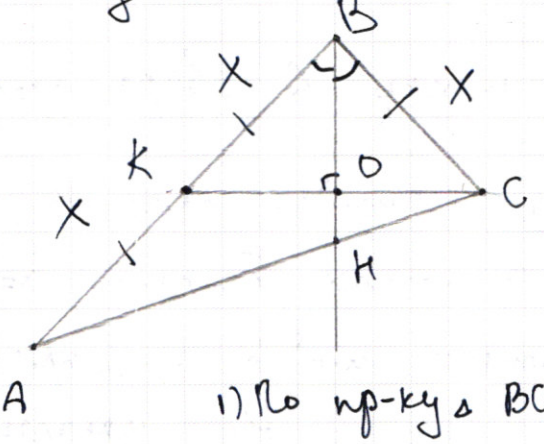
Из всех прямых $y=ax+b$ ~~[illegible]~~ по условию подходит ~~[illegible]~~ только одна $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$, поэтому будет 1 пара $(a;b)$, а именно $\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{4}\right)$

$\boxed{\text{Ответ: } \left(\frac{3}{2};-\frac{1}{4}\right).}$

~~Ответ: $\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{4}\right)$~~

$\boxed{N2}$

Рассмотрим произвольный треугольник, у которого одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.



Пусть в $\triangle ABC$ без ограничения общности

BH - биссектриса

CK - медиана

$BH \perp CK$

$BH \cap CK = O$

1) По пр-ку $\triangle BCK$ - равнобедренный $\Rightarrow BC = \frac{1}{2}AB = x$

Получается, нужно посчитать количество треугольников с периметром 1200, целочисленными сторонами и двумя сторонами, одна из которых в 2 раза больше другой. Т.е.
$$\begin{cases} a+2a+b=1200 \\ 2a<a+b \to b>a \\ b<3a \end{cases}$$
(a, $2a$, b - стороны подходящих $\triangle$-ков)

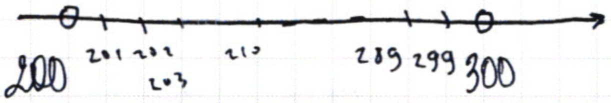
$b = 1200-3a$ Получается, что
$$\begin{cases} 1200-3a>a \\ 1200-3a<3a \\ a\in N \end{cases}$$

(Понятно, что $a<2a+b$ $(a,b\in N)$ поэтому это условие не учитываем).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{N2}$ Продолжение.

$$\begin{cases} 1200 - 3a > a \\ 1200 - 3a < 3a \\ a \in N \end{cases} \quad \begin{cases} 1200 > 4a \\ 1200 < 6a \\ a \in N \end{cases} \quad \begin{cases} a < 300 \\ a > 200 \\ a \in N \end{cases}$$



Подходящих чисел a будет 99

Поэтому будет ровно 99 таких треугольников, удовлетворяющих условию

$\boxed{\text{Ответ: } 99}$

1)

$f(2) = 1$

$f(3) = \left[\frac{3}{2}\right] = 1$

$f(5) = \left[\frac{5}{2}\right] = 2$

$f(7) = \left[\frac{7}{2}\right] = 3$

$f(11) = \left[\frac{11}{2}\right] = 5$

$f(13) = \left[\frac{13}{2}\right] = 6$

$f(17) = \left[\frac{17}{2}\right] = 8$

$f(19) = \left[\frac{19}{2}\right] = 9$

$\boxed{N7}$

$f(1) = 2f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(4) = 2 \cdot f(2) = 2$

$f(6) = f(3) + f(2) = 2$

$f(8) = $ ~~2f(4) = 4~~ $f(2) + f(4) = 3$

$f(9) = $ ~~[illegible]~~ $2 \cdot f(3) = 2$

$f(10) = f(2) + f(5) = 3$

$f(12) = f(3) + f(4) = 3$

$f(14) = f(2) + f(7) = 4$

$f(15) = f(3) + f(5) = 3$

$\boxed{№6}$ Продолжение 1

$f(16) = f(4) + f(4) = 4$

$f(18) = f(2) + f(9) = 3$

$f(20) = f(4) + f(5) = 4$

$f(21) = f(3) + f(7) = 4$

Заметим, что $f(n) > 0$, при $n \in N$

~~$f(-1) = f(-1) + f(1)$~~ $f(1) = f(-1) + f(-1) = 2 \cdot f(-1)$

$\overset{\Leftarrow}{f(-1)} = 0$

$f(-2) = f(2) + f(-1) = 1$

$f(-3) = f$

2) [redacted]

$\underset{0}{\overset{||}{f(1)}} = f(n) + f\left(\frac{1}{n}\right)$ $(n \in N)$ **Например**, $f(1) = f(2) + f(\frac{1}{2}) \to f(\frac{1}{2}) = -1$.

$\to f\left(\frac{1}{n}\right) = -f(n)$, а $f(n) > 0$ при $n > 1$.

[redacted] Заметим, что при всех $n > 1$, $f(n) > 0$.

3) Получается, что при ~~n~~ $0 < n < 1$ $f(n) < 0$, значит, нам подходят такие пары $(x;y)$, в которых $x < y$, чтобы $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$.

Если $x = 1$, то y y(игрек) – 20 вариантов

Если $x = 2$, то y y(игрек) – 19 вариантов

Если $x = 3$, то y y(игрек) – 18 вариантов.

⋮ и т.д.

Если $x = 20$, то y y(игрек) – 1 вариант ($y = 21$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{N6}$ Продолжение 2.

4) Получается, чтобы найти количество пар нам нужно найти сумму вариантов y с конкретным X, т.е.

$$S = 20 + 19 + \dots + 1 = \frac{20 \cdot 21}{2} = \underline{210} \ \underline{\text{пар}}.$$

$$\boxed{\text{Ответ: } 210}$$