МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

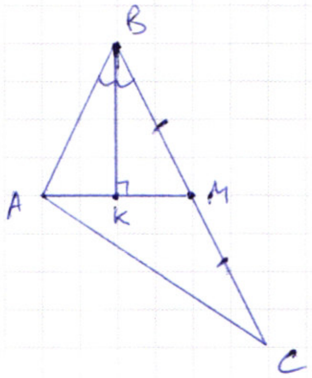
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= \frac{25\sqrt{5}}{4}$

Ответ: $R = \frac{3\sqrt{5}}{2}$, $r = \frac{6\sqrt{5}}{5}$, $S_{BACE} = \frac{25\sqrt{5}}{4}$

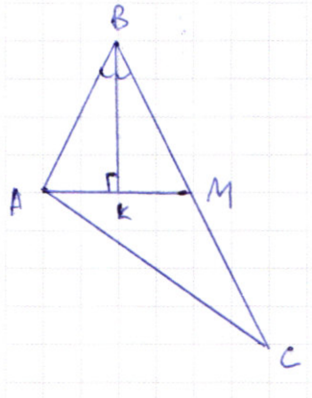
№2



$\underline{BK \perp AK,\ BK\text{-бис-са},\ AM\text{- медиана}}$

BK - биссектриса и высота $\Rightarrow AB = BM$

Тогда $AB = \frac{1}{2} BC$



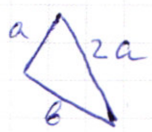
$\underline{BK\text{-бис-са},\ AM \perp BK,\ AB = \frac{1}{2} BC}$

Bk - бис-са и высота $\Rightarrow BA = BM$

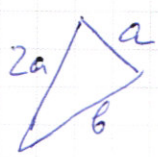
а т.к. $BA = \frac{1}{2} BC$, то AM-медиана

Значит одна из биссектрис треугольника перпендикулярна одной из его медиан тогда и только тогда, когда одна из сторон треугольника вдвое меньше другой стороны

Тогда есть два варианта:



и



$R = \cancel{3}\,\frac{3\sqrt{5}}{2}$

$r = \frac{4R}{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

4) По теореме Пифагора ($\triangle ABC$)

$(3\sqrt{5})^2 - 5^2 = AC^2$

$AC = 2\sqrt{5}$

По теореме Пифагора ($\triangle ACD$)

$(2\sqrt{5})^2 + 2^2 = AD^2$

$AD = 2\sqrt{6}$

5) $\left.\begin{array}{l}\angle ADK = 90^\circ \\ \angle AEB = 90^\circ\end{array}\right\}$ т.к. они опираются на диаметры

$\angle EAB$ - общий для $\triangle EAB$ и $\triangle DAK$

Следовательно $\triangle EAB \sim \triangle DAK$

$\frac{AK}{AB} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow AE = \frac{10\sqrt{6}}{4} \Rightarrow ED = \frac{\sqrt{6}}{2}$

6) $S_{ABD} = S_{ABC} - S_{ADC} = 5 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} = 3\sqrt{5}$

7) $\left.\begin{array}{l}\angle ECB = \angle EAB \\ \angle CEA = \angle CBA\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle CED \sim \triangle ABD$

$k = \frac{CD}{DA} = \frac{2}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$

$\frac{S_{CED}}{S_{ABD}} = k^2 = \frac{1}{6}$

$S_{CED} = \frac{S_{ABD}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

~~8) $S_{BACE} = S_{BEA} + S_{EDC} + S_{CDA} =$~~

8) $EB = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - \left(\frac{10\sqrt{6}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{15}{2}}$

9) $S_{BACE} = S_{BEA} + S_{EDC} + S_{CDA} = \sqrt{\frac{15}{2}} \cdot \frac{5\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} + 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} =$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$b = ak$

$c = ak^2$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$ax^2 - 2ak \cdot x + ak^2 = 0$

$a(x-k)^2 = 0$

Тогда либо $a=0$, но тогда все числа равны 0 и ~~его~~ последовательность не будет геометрической прогрессией, либо $x=k$, при этом x – 4-ый член прогрессии, следовательно $x = ak^3$. Тогда $ak^3 = k$, $k \neq 0$ (т.к. после-довательность не была бы ~~ариф~~ геометрической последовательностью. $ak^2 = 1$, $c = ak^2$

Ответ: $c = 1$

№ 3

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$$

$a = x - 6$

$b = y - 1$

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab \geq 0 \\ a - 6b \geq 0 \\ a^2 - 12ab + 36b^2 = ab \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab \geq 0 \\ a \geq 6b \\ \left[\begin{array}{l} a = 9b \\ a = 4b \end{array}\right. \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases}$$

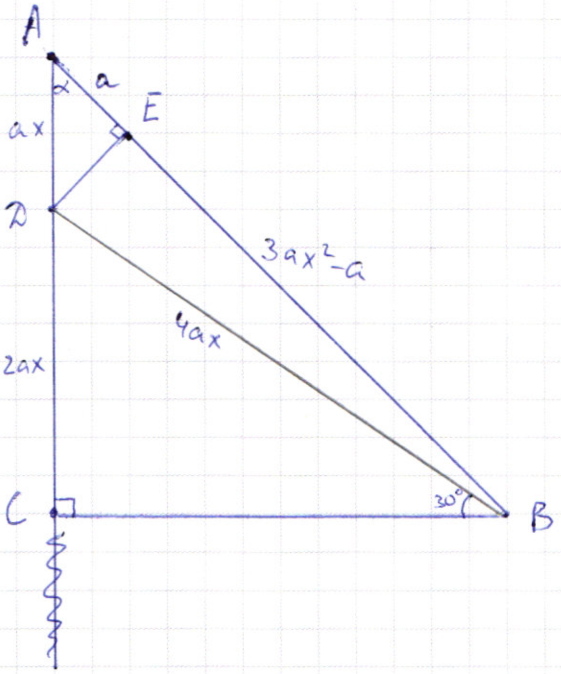
$$\begin{cases} a \geq 6b \\ \left[\begin{array}{l} a = 9b \\ a = 4b \end{array}\right. \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a \geq 6b \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 9b \\ 83b^2 = 18 \end{cases} \\ \begin{cases} a = 4b \\ 18b^2 = 18 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \qquad \begin{cases} a \geq 6b \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 9b \\ b = \pm\sqrt{\frac{18}{83}} \end{cases} \\ \begin{cases} a = 4b \\ b = \pm 1 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\cancel{a \geq 6b} \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b \geq 0 \\ a = 9b \\ b = \pm\sqrt{\frac{18}{83}} \end{cases} \\ \begin{cases} b \leq 0 \\ a = 4b \\ b = \pm 1 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} b = \sqrt{\frac{18}{83}} \\ a = 9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{cases} \\ \begin{cases} b = -1 \\ a = -4 \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 1 + \sqrt{\frac{18}{83}} \\ x = 6 + 9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{cases} \\ \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $x = 2,\ y = 0$; $x = 6 + 9\sqrt{\frac{18}{83}},\ y = 1 + \sqrt{\frac{18}{83}}$

№4



1) Пусть $AE = a$

$AD = ax \Rightarrow AC = 3ax,\ DC = 2ax$

$\triangle AED \sim \triangle ACB$ ($\angle CAB$ – общий, $\angle AED = \angle ACB = 90°$)

$\Rightarrow \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AD}{AB} \Rightarrow AB = 3ax^2$

$BE = 3ax^2 - a$

2) $CDEB$ – вписанный (т.к. $\angle DCB + \angle DEB = 90° + 90° = 180°$)

$\Rightarrow \angle CBD = \angle CED = 30°$

3) В $\triangle CDB$ $\angle DCB = 90°$, $\angle DBC = 30°$ $\Rightarrow$ $DB = 2DC = 4ax$

4) По теореме Пифагора ($\triangle ADE$ и $\triangle DEB$)

$$a^2x^2 - a^2 = \cancel{9a^2x^4}\ 16a^2x^2 - (9a^2x^4 - 6a^2x^2 + a^2)$$

$$x^2 - 1 = 16x^2 - 9x^4 + 6x^2 - 1 \quad \text{, т.к. } a \neq 0$$

$$9x^4 - 21x^2 = 0$$

$$3x^2 - 7 = 0 \quad \text{, т.к. } x \neq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т. к. $x > 0$ $\quad x = \sqrt{\frac{7}{3}}$

5) $DE = \sqrt{a^2x^2 - a^2} = a\sqrt{x^2-1} = a\sqrt{\frac{7}{3} - 1} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$

6) $tg\angle BAC = \frac{DE}{AE} = \frac{a\frac{2}{\sqrt{3}}}{a} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

б) 1) $AC = \sqrt{7} = 3ax$

$a = \frac{\sqrt{7}}{3x} = \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{\frac{7}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

2) ~~S_{ABC} tg~~

$S_{ABC} = (tg\angle BAC)\cdot AC^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot 49 \cdot \frac{1}{2} = \frac{49}{\sqrt{3}}$

$\frac{S_{CAE}}{S_{CBE}} = \frac{AE}{BE} = \frac{a}{3ax^2 - a} = \frac{1}{7-1} = \frac{1}{6}$

$S_{CAE} = \frac{1}{7}S_{ABC} = \frac{7}{\sqrt{3}}$

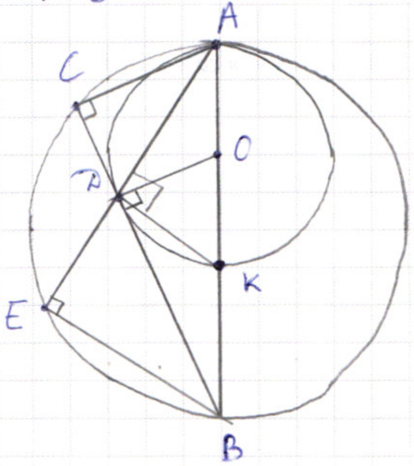
3) $\frac{S_{CDE}}{S_{ADE}} = \frac{DC}{AD} = \frac{2ax}{ax} = \frac{2}{1}$

$S_{CDE} = \frac{2}{3}\cdot S_{CAE} = \frac{2}{3}\cdot\frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{14}{3\sqrt{3}}$

Ответ: а) $tg\angle BAC = \frac{2}{\sqrt{3}}$

б) $S_{CDE} = \frac{14}{3\sqrt{3}}$

№ 5



$CD = 2 \quad BD = 3$

Т.к. ~~диаметр~~ радиус каждой окружности, проведённый к точке A, перпендикулярен общей касательной, то центры этих окружностей ~~и~~ и точка A лежат на одной прямой (на прямой AB) $\Rightarrow$ AK - диаметр ω.

Пусть O - центр ω

1) $DB^2 = BK \cdot BA$

$3^2 = 2(R-r) \cdot 2R$

$9 = 4R^2 - 4Rr$

$r = \dfrac{4R^2-9}{4R}$

2) $\angle ACB = 90^\circ$ (т.к. AB - диаметр Ω, $C \in \Omega$)

$\angle ODB = 90^\circ$ (т.к. BD - касательная к ω, O - центр ω)

$\angle CBA$ - общий у $\triangle CBA$ и $\triangle DBO$

Следовательно $\triangle CBA \sim \triangle DBO$

$$\frac{2R}{2R-r} = \frac{AB}{OB} = \frac{CB}{DB} = \frac{5}{3}$$

$$6R = 10R - 5r$$

$$r = \frac{4R}{5}$$

3) $\dfrac{4R^2-9}{4R} = \dfrac{4R}{5}$

$20R^2 - 45 = 16R^2$

$4R^2 = 45$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2a + a + b = 900$

$3a + b = 900$

При $a \geq 300$ $b \leq 0$

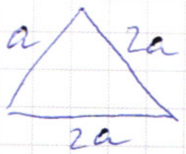
Значит $a < 300$

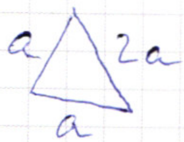
a может принимать целые значения от 1 до 299

Аналогично во втором случае: тоже 299 вариантов

Итого 598

Однако мы могли дважды посчитать случаи:





Оба ~~они~~ таких треугольника с периметром 900 существую, значит их мы посчитали по 2 раза.

Значит итоговый ответ $598 - 2 = 596$

Ответ: 596

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(x-6y)^2 = (x-6)(y-1)$

$(x-6) - 6(y-1)$

$\big((x-6) - 6(y-1)\big)^2 = (x-6)(y-1)$

$(a-6b)^2 = ab$

$a^2 - 12ab + 36b^2 = ab$

$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$

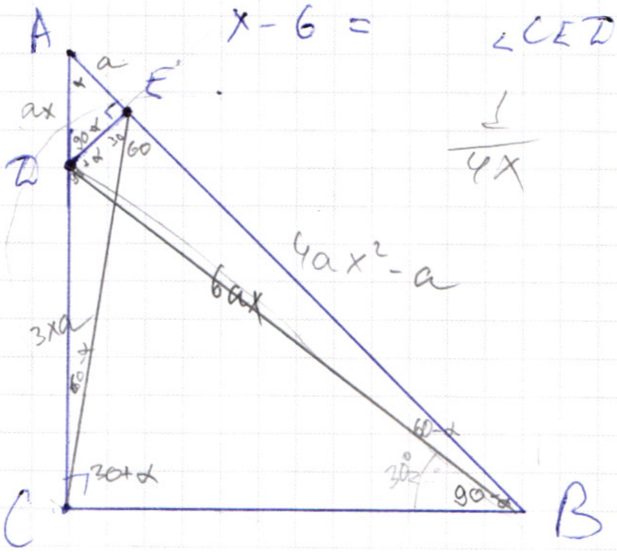
$169b^2 - 144b^2 = 25b^2$

$a = \dfrac{13b \pm 5b}{2}$ $\quad 9b$, $4b$

$a^2 + 2b^2 - 18 = 0$

$\left[\begin{array}{l} 81b^2 + 2b^2 - 18 = 0 \\ 16b^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{array}\right.$ $\quad \Leftrightarrow 83b^2 = 18$, $b = \pm\sqrt{\frac{18}{83}}$; $\quad 18b = 18$, $b = \pm 1$

$x - 6 =$ $\quad \angle CED = 30^\circ$ $\quad \operatorname{tg}\angle BAC = \dfrac{CB}{CA} = \dfrac{DE}{CA}$



$\dfrac{1}{4x}$ $\quad ax\,4x = 4ax^2$

$36a^2x^2$

$81b^2 + 2b^2 = 18$

$b = \pm\sqrt{\dfrac{18}{83}}$

$16b^2 + 2b^2 = 18$

$b = \pm\sqrt{1}$

$\dfrac{15\sqrt{5}}{4}$ $\quad \dfrac{30\sqrt5}{8} =$ $\quad \dfrac{\sqrt5\cdot\sqrt6\cdot5\cdot\sqrt6}{8} =$ $\quad \dfrac{5\sqrt6}{2}\cdot\dfrac{1}{2} =$ $\quad \dfrac{2\sqrt5}{4}$ $\quad \dfrac{8\sqrt5}{4}$

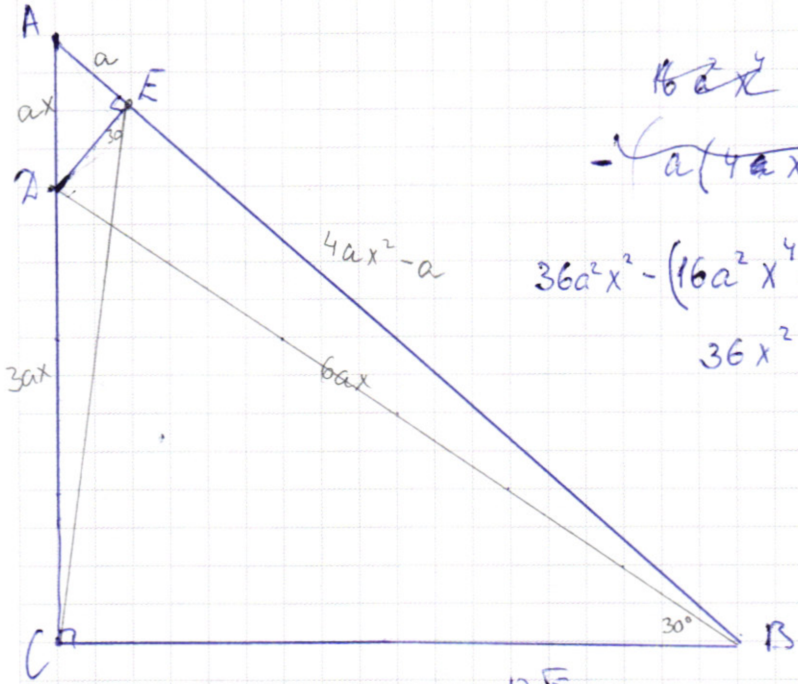
$15 + 2 + 8 = \dfrac{25\sqrt5}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$\cancel{16a^2x^4}$

$-\left(a(4\cancel{a}x^2-1)\right)^2 + 36a^2x^2 = a^2(x^2-1)$

$36a^2x^2-(16a^2x^4-8a^2x^2+a^2) = a^2x^2-a^2$

$36x^2-16x^4+8x^2-1 = x^2-1$

$16x^4-43x^2=0$

$\cancel{4}$ 1) $x=0$

2) $16x^2=43$

$x=\sqrt{\frac{43}{16}}$

$43-16=$
$=27$

$\frac{6\sqrt{5}\cdot 2}{5\cdot 3\sqrt{5}}=\frac{4}{5}$ $2{,}5\sqrt{6}$

$\frac{2\sqrt{6}}{x}=\frac{12\sqrt{5}}{5\cdot 3\sqrt{5}}$

$\frac{2\sqrt{6}}{x}=\frac{4}{5}$

$x=\frac{10\sqrt{6}}{4}$

$\sqrt{a^2x^2-a^2} = a\sqrt{x^2-1} = a\sqrt{\frac{27}{16}} = a\cdot\frac{3}{4}\sqrt{3}$

$AC=\sqrt{7}$

$4ax=\sqrt{7}$

$3ax=\sqrt{7}$

$\frac{CB}{AC}=tg$

$CB=tg\cdot AC$

$9a^2x^2=7$

$\cancel{9}$ $a^2=\frac{7}{9x^2}=\frac{7\cdot 3}{9\cdot 7}=\frac{1}{3}$

$\cdot AC^2$

$\frac{4R^2-9}{4R}=\frac{4R}{5\cancel{R}}$

$16R^2=20R^2-9$

$4R^2=9$

$R=\sqrt{\frac{45}{4}}$ $3\sqrt{\frac{5}{4}}$

$45-25=20$

$\frac{1}{3x^2-1}=$

S_{BACE}

BACE

$\sqrt{24}$
$2\sqrt{6}$

$\left(\frac{5\sqrt{6}}{2}\right)^2=\frac{25\cdot 6}{4}=\frac{25\cdot 3}{2}$

$\frac{75}{2}$

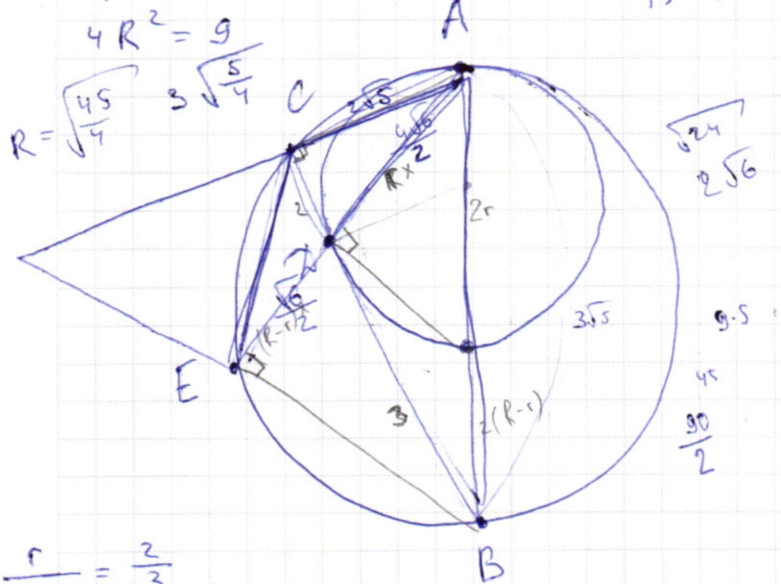
$CD=2$

$BD=3$

$\frac{3\sqrt{6}}{2}$

$\frac{25\cdot 6}{4}=\frac{25\cdot 3}{2}$

$\frac{25}{2}$



9·5

45

$\frac{90}{2}$

$45-$

$\frac{90-75}{2}=\frac{15}{2}$

$R(R-r)x^2=6$

$2(R-r)\cdot 2R=9$

$\cancel{2}$ $4R^2-4Rr=9$

$r=\frac{4R^2-9}{4R}$

$\frac{r}{2R-r}=\frac{2}{3}$

$3r=4R-2r$

$5r=4R$

$R(R-r)\cdot 4=9$

$R(R-r)\cdot x^2=6$

$\frac{9}{4}=\frac{6}{x^2} \Rightarrow x=\sqrt{\frac{24}{9}}=\sqrt{\frac{8}{3}}=2\sqrt{\frac{2}{3}}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a \quad ak \quad ak^2$

$a \quad b \quad c$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4(b^2 - ac) =$

$= 4(a^2k^2 - a^2k^2 = 0$

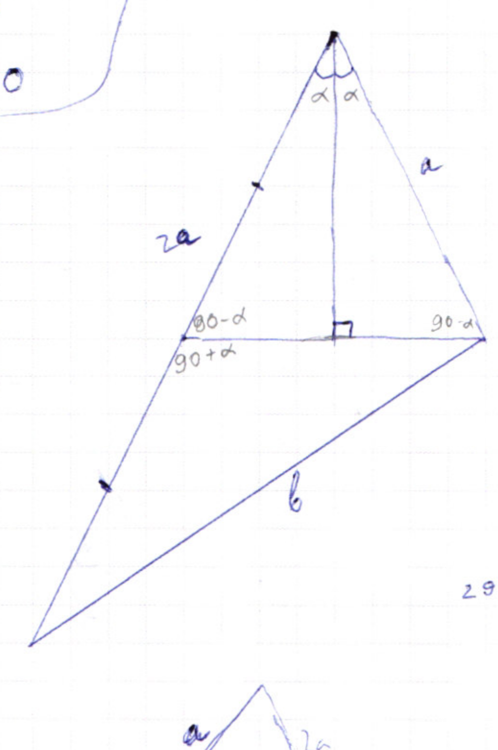
$ax^2 - 2akx + ak^2 = 0 \quad x = -\frac{-2b}{2a} = \frac{b}{a} = k$

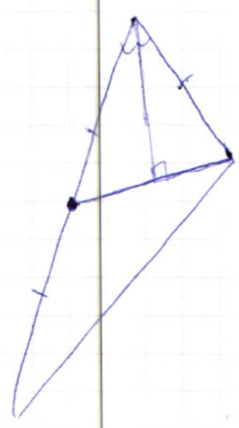
$\frac{b}{k}$

$a \quad ak \quad ak^2 \quad k$

$ak^3 = k$

$ak^2 = 0$

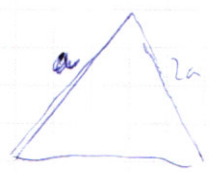




$3a + b = 900$

$a \in [1; 2; \ldots; 299$

$299 \cdot 2 - 1 = 598 - 1 = 597$



$ak^3 = k$

$ak^2 = 1$

ak

$a(x^2 - 2kx + k^2) = 0$

$a(x-k)^2 = 0$

$x^2 - 12xy + y^2 = xy - 6y - x + 6$

x^2

$a^2 + 36b^2 - 12ab = ab$

$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$

$D = 169b^2 - 144b^2 = 25b^2$

$\frac{13b \pm 5b}{2} \quad 9 \quad 4 \quad 5b$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} x-6y = \sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$x(y-1)-6(y-1) =$
$=(x-6)(y-1)$

ОДЗ: $xy-6y-x+6 \geq 0$
$(x-6)(y-1) \geq 0$

$(x-6)^2$
$(y\sqrt{2}-\sqrt{2})^2 - 18 = 0$

$y-1=\sqrt{\ }$
$y=\sqrt{\ }+1$
$2=\sqrt{-2+6}$

$$\left[\begin{array}{l} x=6 \\ y=1 \\ \begin{cases} x>6 \\ y>1 \end{cases} \\ \begin{cases} x<6 \\ y<1 \end{cases} \end{array}\right.$$

$\sqrt{\frac{18}{83}}$ $\quad 9\sqrt{\frac{18}{83}}$

$a-6b \geq 0$
$a \geq 6b$

$16 \quad 1$
$4-6=\sqrt{\ }$
$-4+6$

$x-6y = \sqrt{\underset{a}{(x-6)}\underset{b}{(y-1)}}$

$(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0$

$a+6-6b+6 = a-6b$

$9\cdot\frac{18}{83}-6-6\sqrt{\ }-9\sqrt{\ }+6$

$a-6b=\sqrt{ab}$
$a^2+2b^2-18=0$

$a = \pm\sqrt{2(9-b^2)}$

$\frac{a^2}{2} \leq 9$
$a^2 \leq 18$

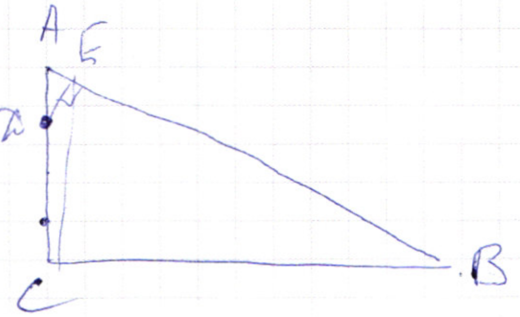
$9-\frac{a^2}{2}$

$b = \pm\sqrt{\frac{18-a^2}{2}}$

$|b| \leq 3$
$|y-1| \leq 3$
$4 \geq y \geq -2$

$x-6=3\sqrt{2}$
$x=$

$|a| \leq 3\sqrt{2}$
$|x-6| \leq 3\sqrt{2}$
$6+3\sqrt{2} \geq x \geq 6-3\sqrt{2}$



$36a^2x^2-16a^2x^4-8a^2x^2+a^2=$
$=a^2x^2-a^2$

$36x^2-16x^4-8x^2+1=x^2-1$

$16x^4+27x^2+2=0$

$27^2-32\cdot 4=$

$27 \cdot 27 = 189 + 54 = 729$
$729 - 128 = 601$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 2 3 4 5 6 7

$2 = 36 + 224 = 260$

$8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$

$x \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

$56 \cdot 4 = 224$

$x \ge \frac{1}{2}$

$8x - 12x + 6 = 6 - 4x \le ax + b$

$x < \frac{1}{2}$

$8x + 12x - 6 = 20x - 6 \le ax + b$

$x(20 - a) \le b + 6$

$3\sqrt{\ }$

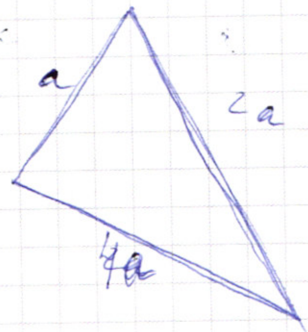
$\sqrt{\ } \cancel{6} + \cancel{15\sqrt{\ }} + \frac{9 \cdot 18}{83} - \cancel{6} - \cancel{6\sqrt{\ }} - \cancel{6} - \cancel{9\sqrt{\ }} + \cancel{6}$

$2 + \cancel{4\sqrt{\ }} + 2\frac{18}{83} + 36 + \cancel{54 \cdot 2\sqrt{\ }} + 81 \cdot \frac{18}{83} - 12 \cdot 6 - \cancel{12 \cdot 9\sqrt{\ }}$

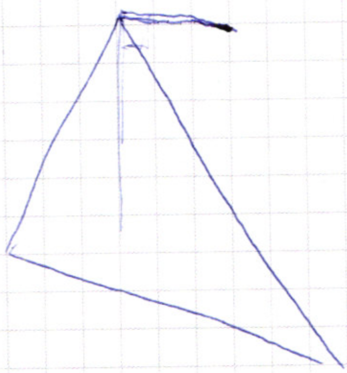
$-4 - \cancel{4\sqrt{\ }} + 20$

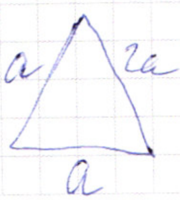
7a

$38 + \frac{\cancel{83}\ 18}{83}\ 18 - 12 \cdot 6 - 4 + 20$



a + 2a + 2a





☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2+6x+7$$

$$x \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$$

$$\cancel{8x} - 6|2x$$

$x \ge \frac{1}{2}$

$$6 - 4x \le ax + b \le -8x^2+6x+7$$

$x \le \frac{1}{2}$ $\quad 20x - 6 \le ax + b \le -8x^2+6x+7$

$$\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$$

$$ax + b \le -8x^2+6x+7$$

$$8x^2 + (a-6)x + b - 7 \le 0$$

$$D = (a-6)^2 - 32(b-7) =$$

$$-4 - 12 \le -\frac{a}{2} + b \le -2 - 3 + 7$$

$$-16 \le -\frac{a}{2} + b \le 2$$

$$-32 \le 2b - a \le 4$$

$$4 \le \frac{a}{2} + b \le -2 + 3 + 7$$

$$8 \le a + 2b \le 16$$

$$8 - 6 \le a + b \le -8 + 6 + 7$$

$$2 \le a + b \le 5$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)