МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Числа a, b, c являются последовательными членами геометрической прогрессии, обозначим: a – I, $b=a\cdot q$ – II, $c=a\cdot q^2$ – III; q – множитель прогрессии

$ax^2+2bx+c=0$

Получили: $ax^2+2a\cdot q\cdot x+a\cdot q^2=0$.

$a(x^2+2qx+q^2)=0$

$a\neq0$ т.к. тогда a, b, c занулятся и x сможет принимать любые значения $\Rightarrow x^2+2qx+q^2=0$

$(x+q)^2=0$

$\Downarrow$

$x=-q$ – IV член прогрессии.

IV член прогрессии $=aq^3=-q$

1 случай: $q=0$, чего быть не может, т.к. в таком случае прогрессия будет иметь только один ненулевой член.

2 случай: $aq^2=-1 \Rightarrow c=-1$.

Ответ: $c=-1$.

Задача 3

ОДЗ: $(x-1)(y-2)\geq0$.

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$$

Замена: $x-1=a^2$, $y-2=b^2$,

ОДЗ: $ab\geq0$

$$\begin{cases} b^2-2a^2=ab. \\ 2a^4+b^4=3. \end{cases}$$

$b^2-ab-2a^2=0.$

1 случай: $a=0$

$\Downarrow$

$b^2=0$, чего быть не может, т.к. $2a^4+b^4=3$

2 случай: $\frac{b^2}{a^2}-\frac{b}{a}-2=0.$

$D=1+8=9$

$\left(\frac{b}{a}\right)_{1,2}=\frac{1\pm3}{2}$ $\left[\begin{array}{l}2\\-1\end{array}\right.$

Продолжение задачи 3.

Получили: $\frac{b}{a} = \left[\begin{array}{l} 2 \\ -1 \end{array}\right.$

1 случай: $\begin{cases} b=-a \\ 2a^4+b^4=3 \end{cases}$ $\begin{cases} b=-a \\ 3a^4=3 \end{cases}$ $\begin{cases} b=-a \\ a=\pm 1 \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases} \end{array}\right.$ $ab \geq 0 \Rightarrow$ не подходят по ОДЗ.

2 случай: $\begin{cases} b=2a \\ 2a^4+b^4=3 \end{cases}$ $\begin{cases} b=2a \\ 2a^4+16a^4=3 \end{cases}$ $\begin{cases} b=2a \\ a^4=\frac{1}{6} \end{cases}$ $\begin{cases} b=2a \\ a=\pm\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \\ b=2\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \end{cases} \\ \begin{cases} a=-\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \\ b=-2\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \end{cases} \end{array}\right.$

1) $\cancel{\begin{cases} \sqrt{x-1}=1 \\ \sqrt{y} \end{cases}}$ $\begin{cases} \cancel{\sqrt[4]{x-1}}=\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \\ \cancel{\sqrt[4]{y-2}}=2\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \end{cases}$ $\begin{cases} (x-1)^2=\frac{1}{6} \\ (y-2)^2=\frac{8}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x-1=\pm\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y-2=\pm\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases}$

I случай: $\begin{cases} x-1=\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y-2=\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases}$ $\begin{cases} x=1+\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y=2+\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases}$

II случай: $\begin{cases} x-1=-\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y-2=\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases} \Rightarrow (x-1)(y-2)<0$, что не подходит по ОДЗ.

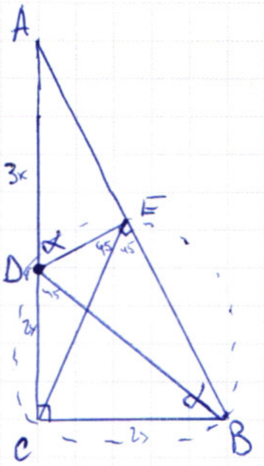
III случай: $\begin{cases} x-1=\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y-2=-\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases} \Rightarrow (x-1)(y-2)<0$, не подходит по ОДЗ.

IV случай: $\begin{cases} x-1=-\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y-2=-\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases}$ $\begin{cases} x=1-\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y=2-\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases}$

2) $\cancel{\begin{cases} \sqrt{x-1} \\ \end{cases}}$ $\cancel{\begin{cases} x-1=-\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \\ y-1 \end{cases}}$

Ответ: $\begin{cases} x=1+\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y=2+\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases}$ и $\begin{cases} x=1-\sqrt{\frac{1}{6}} \\ y=2-\sqrt{\frac{8}{3}} \end{cases}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Задача 4.

Решение: 1) $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{3}{2}$ $AD = 3x$ $DC = 2x$.

2) $\left.\begin{array}{l}\angle DEB = 90^\circ \\ \angle DCB = 90^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \angle DEB + \angle DCB = 180^\circ$, DEBC – вписан

3) $\left.\begin{array}{l}\angle CED = 45^\circ \\ \angle CED + \angle CEB = 90^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \angle CEB = 45^\circ$

4) $\angle CDB = \angle CEB = 45^\circ$ т.к. опираются на одну дугу CB

5) $\left.\begin{array}{l}\angle CDB + \angle CBD = 90^\circ \\ \angle CDB = 45^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \angle CBB = \angle CBD = 45^\circ \Rightarrow CB = CD = 2x$.

6) $tg_{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$.

7) $BA = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{29x^2} = x\sqrt{29}$

8) $\sin BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{29}}$

9) $\frac{AD}{DE} = \frac{1}{\sin BAC} \Rightarrow DE = AD \cdot \sin BAC = 3x \cdot \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{6x}{\sqrt{29}}$.

10) $\sin BAC = \frac{2}{\sqrt{29}} \Rightarrow \cos BAC = \frac{5}{\sqrt{29}} = \sin ADE$

11) $\sin ADE = \sin EDC$ (т.к. $\angle ADE + \angle EDC = 180^\circ$) $\Rightarrow \sin EDC = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

12) $S_\Delta CED = \frac{ED \cdot DC \cdot \sin EDC}{2} = \frac{6x \cdot 2x \cdot 5}{\sqrt{29} \cdot 2 \sqrt{29}} = \frac{30x^2}{29}$.

13) $AC = 5x = \sqrt{29} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{29}}{5}$.

$\Rightarrow S = \frac{30 \cdot 29}{25 \cdot 29} = \frac{6}{5}$.

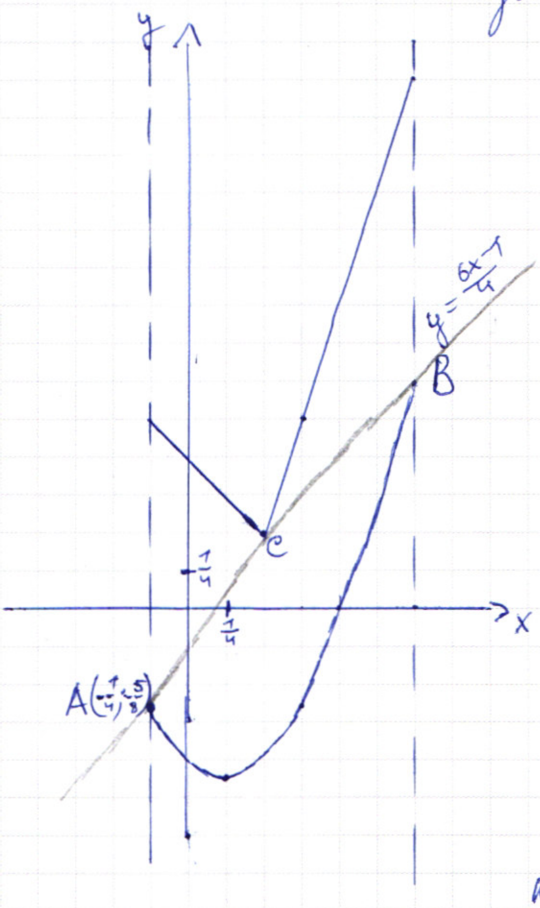
Ответ: $S_\Delta CED = \frac{6}{5}$. $tg\, BAC = \frac{2}{5}$.

Задача №6.

1) $y = x + |2x-1|$

$x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3x-1.$

$x < \frac{1}{2} \Rightarrow y = 1-x.$



2) парабола $y = 2x^2-x-1$ пересекает границы $x = -\frac{1}{4}$ и $y = \frac{3}{2}$ в точках $A(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8})$ и $B(\frac{6}{4}; \frac{8}{4})$.

Заметим, что на прямой $y = \frac{6x-1}{4}$, содержащей точки A и B лежит также точка $C(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

Заметим, что если начать менять угол наклона прямой или опускать или поднимать её вверх-вниз, тогда на промежутке $x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ не будет выполняться нер-во:

$2x^2-x-1 \leq ax+b \leq x+|2x-1|$

Значит, прямая $y = \frac{6x-1}{4}$ - единственный подходящий вариант $\Rightarrow a = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{1}{4}$.

Ответ: ед. пара: $a = \frac{3}{2}$; $b = -\frac{1}{4}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

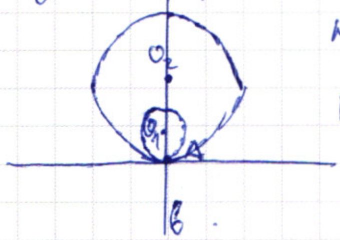
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.

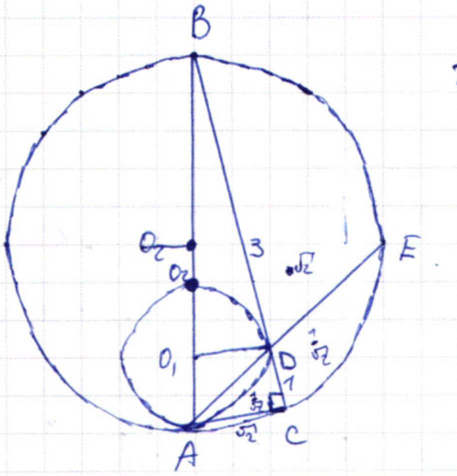
I) Докажем, что если окружности касаются внутренним образом, то их центры и точка касания лежат на одной прямой:



проведем касательную a через точку касания A

тогда $O_1A \perp a$, $O_2A \perp a$ $\Rightarrow$ O_1 и O_2 лежат на прямой $b \perp a$.

A)



1) O_2, O_1 и A лежат на AB исходя из I пункта

2) $\angle ACB = 90°$ т.к. опирается на диаметр.

$\angle O_1DB = 90°$ т.к. O_1D - радиус, BC - касательная

$\Downarrow$

$O_1D \parallel AC$.

3) $O_1D \parallel AC \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle BO_1D_1$

$\frac{BO_1}{BA} = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{4}$

$BO_1 = 2R - r$ (R - радиус Ω, r - радиус w)

$AB = 2R$

$\Rightarrow \frac{2R-r}{2R} = \frac{3}{4}$

$8R - 4r = 6R$

$2R = 4r \Rightarrow R = 2r$

~~4) BD^2 =~~ 4) $R = 2r \Rightarrow O_2$ - лежит на w

5) $BD^2 = BO_2 \cdot AB \Rightarrow R \cdot 2R = 9$

$R = \frac{3}{\sqrt{2}}$ $r = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

6) $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{2}$

7) $S_\triangle ACB = \frac{AC \cdot BC}{2} = 2\sqrt{2}$

$S_\triangle ACD = \frac{AC \cdot DC}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$S_\triangle ADB = S_\triangle ACB - S_\triangle ACD = \frac{3}{\sqrt{2}}$

8) $\triangle ADB \sim \triangle CDE$.

$\frac{S_\triangle ADB}{S_\triangle CDE} = \left(\frac{DA}{DC}\right)^2 = 3$

$S_\triangle CDE = \frac{S_\triangle ADB}{3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$AD = \sqrt{DC^2 + AC^2} = \sqrt{3}$

Продолжение задачи 5.

9) $\Delta ADC \sim \Delta DBE$.

$\frac{S_\Delta DBE}{S_\Delta ADC} \overset{\text{(!!)}}{=} \left(\frac{BD}{AD}\right)^2 = \frac{9}{3} \Rightarrow S_\Delta DBE = S_\Delta ADC \cdot \frac{3}{\cancel{2}} = \cancel{\frac{9}{2\sqrt{2}}}\ \frac{3}{\sqrt{2}}$.

$\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$.

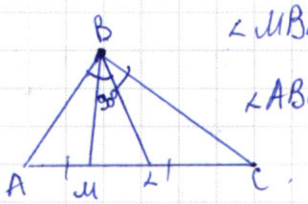
10) $S_{BACE} = S_\Delta DBE + S_\Delta ADB + S_\Delta ACD + S_\Delta CDE = \cancel{\frac{9}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{31}{4\sqrt{2}}}$.

Ответ: $R = \frac{3}{\sqrt{2}}$ (радиус Ω), $r = \frac{3}{2\sqrt{2}}$ (радиус ω), $S = \cancel{\frac{31}{4\sqrt{2}}}\ 4\sqrt{2}$.

№2.

Есть два случая: медиана и биссектриса выходят из одной вершины и из разных

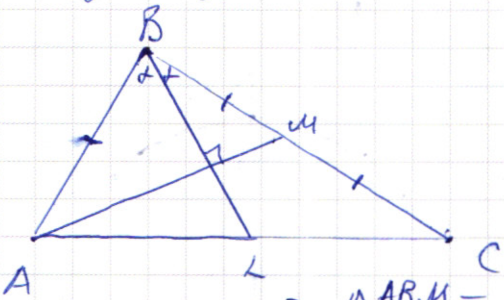
1) из одной вершины:



$\angle MBL = 90° \Rightarrow$

$\angle ABL > 90° \Rightarrow \angle ABC > 180°$, чего быть не может.

2) из разных:



$AM \perp BL$, BL - биссектриса $\Rightarrow \Delta ABM$ - равнобедренный

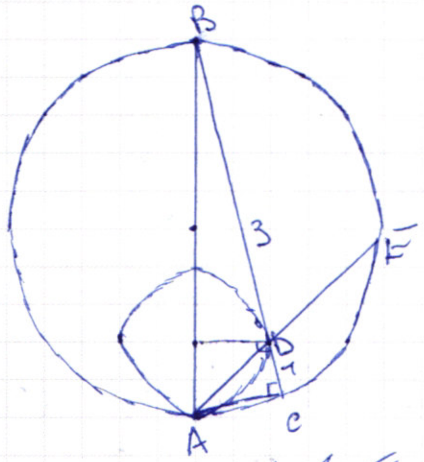
$AB = x$ $BC = 2x$ $AC = c$.

Нам подходят все треугольники, в которых:

$$\begin{cases} 3x + c = 1200 \\ x + c > 2x \\ 2x + c > x \\ 3x > c \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{(2R-2r)}{2R}=\frac{3}{4} \quad \frac{R-r}{R}=\frac{3}{4}$$

$$3R=4R-4r$$

$$\boxed{4r=R}$$

$$\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}=$$

$$\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2}.$$

$$\sqrt{2}\left(2-\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{2x}{5x}=\frac{4}{3}$$

$$\boxed{c=\frac{6}{5}x}$$

$$\frac{2}{\sqrt{29}}=\frac{DE}{3}$$

$$DE=\frac{6}{\sqrt{29}}$$

$$\cancel{\frac{6x}{\sqrt{29}}\cdot 2x\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}}$$

$$\frac{\frac{6}{5}x\cdot 2x\cdot\sin\alpha}{2}=\frac{\frac{6}{5}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}\cdot 2\cdot x^2}{2}$$

$$\frac{\frac{6x}{\sqrt{29}}\cdot 2x\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}}{2}=\frac{30x^2}{29}=\frac{30\cdot 29}{25\cdot 29}$$

$O_1D \parallel AC$.

$$\frac{2R-r}{2R} = \frac{3}{4}.$$

$8R - 4r = 6R.$

$2R = 4r.$

$R = 2r.$

$R \cdot 2R = 9.$ $AD = 3\sqrt{2}$

$AC = \sqrt{18-16} = \sqrt{2}.$

$R = \frac{3}{\sqrt{2}}$ $r = \frac{\cancel{3}}{2r_2}.$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{\sqrt{2}\cdot 4}{\cancel{2}} = \boxed{2\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}.\end{array}\right\} \Rightarrow S_{\triangle}BAD = 2\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\left(2 - \frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}. = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

$$\frac{\cancel{\sqrt{2}}\cdot 4}{2} - \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2} = \sqrt{2}\left(2 - \frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{x(y-2)-(y-2)} \\ y^2-4y+4+\cancel{2x^2-4x+2}=3 \\ +2(x^2-2x+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ (y-2)^2+2(x-1)^2=3 \end{cases}$$

$$4\sqrt{\frac{1}{6}}-\frac{1}{6}=$$

$$\frac{1}{3}+\frac{8}{3}$$

$\sqrt{x-1}=a \quad \sqrt{y-2}=b$

$b^2 \quad a^2$

$\cancel{y=3 \quad b^2-a^2=y-2-2x+2}$

$$\cancel{\begin{cases} b^2-a^2=\sqrt{ab} \\ a^4+2b^4=3 \end{cases}}$$

$$\begin{cases} b^2-a^2=ab \\ a^4+2b^4=3 \end{cases}$$

$b^2-ab-a^2=0$

$\frac{b^2}{a^2}-\frac{a}{b}-1=0$

$D=1+4=5$

$\frac{b}{a}=\frac{1\pm\sqrt5}{2}$

$a\ b\ c$

$a\ aq\ aq^2$

$ax^2+2aqx+aq^2=0$

$a(x^2+2qx+q^2)=0$

$a(x+q)^2=0$

$x=-q$

$aq^3=-q$

$\boxed{aq^2=-1}$

$\cos 135°=-\cos 45°$

$\cancel{1)\ \frac{b}{a}=\frac{1+\sqrt5}{2} \Rightarrow b=2(1+\sqrt5)}$

$a=2$

$$\begin{cases} b^2-2a^2=ab \\ a^4+2b^4=3 \end{cases}$$

$b^2-ab-2a^2=0$

$D=9$

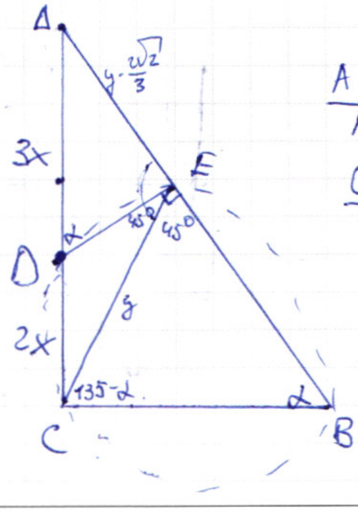
$\frac{b}{a}=\frac{1\pm3}{2}$ $\left[\begin{array}{l} 2 \\ -1 \end{array}\right.$

1) $\frac{b}{a}=2 \Rightarrow b=2a$

$a^4+2\cdot16a^4=3$

$33a^4=3$

$a^4=\frac{1}{11} \quad a=\pm\sqrt[4]{\frac{1}{11}}$



$AE\cdot AB=15x^2$

$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

$\frac{CE\cdot \cancel{DE}\cdot\sin45}{AE\cdot\cancel{DE}}=\frac{2}{3}$

$\frac{CE}{AE\cdot\sqrt2}=\frac{2}{3}$

$CE=\frac{AE\cdot2\sqrt2}{3}$

$y^2+y^2\cdot\frac{8}{9}+2\cdot\frac{1}{\sqrt2}\cdot y^2\cdot\frac{2\sqrt2}{3}=25x^2$

$y^2\cdot\left(1+\frac{8}{9}+\frac{4}{3}\right)=25x^2$

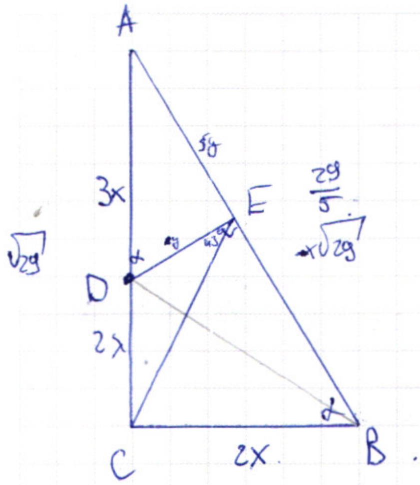
$y^2\left(\frac{29}{9}\right)=25x^2$

$y^2=\frac{25\cdot9}{29}x^2 \quad y=\cancel{15\sqrt{}}\ \frac{15}{\sqrt{29}}x$

$y\cdot\frac{2\sqrt2}{3}=\frac{30\sqrt2}{3\sqrt{29}}\cdot x$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$tg\, A = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{\sin}{\cos} = \frac{2}{5}$

$\cos BAC = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$x\sqrt{29}$

$\sin BAC = \frac{2}{\sqrt{29}}$

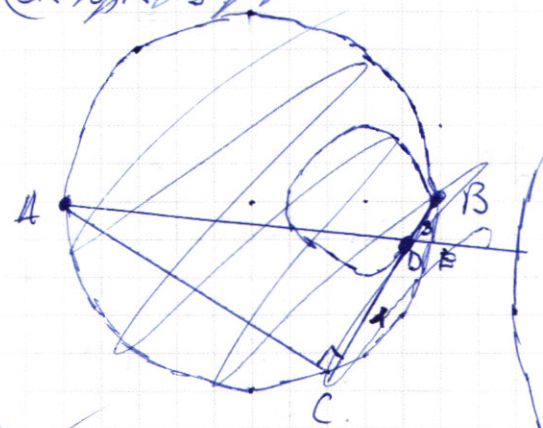
$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

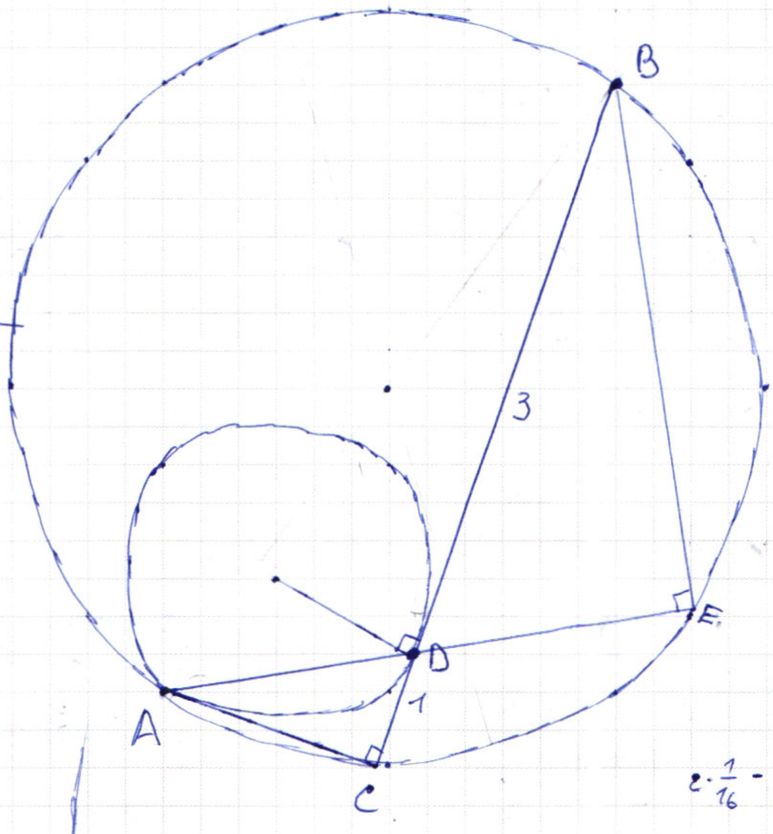
$DE = 3x \cdot \frac{2}{\sqrt{29}}$

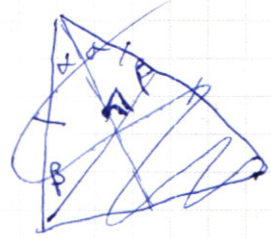
$$S_{DEC} = \frac{DE \cdot AC \cdot \sin(180-\alpha)}{2}$$

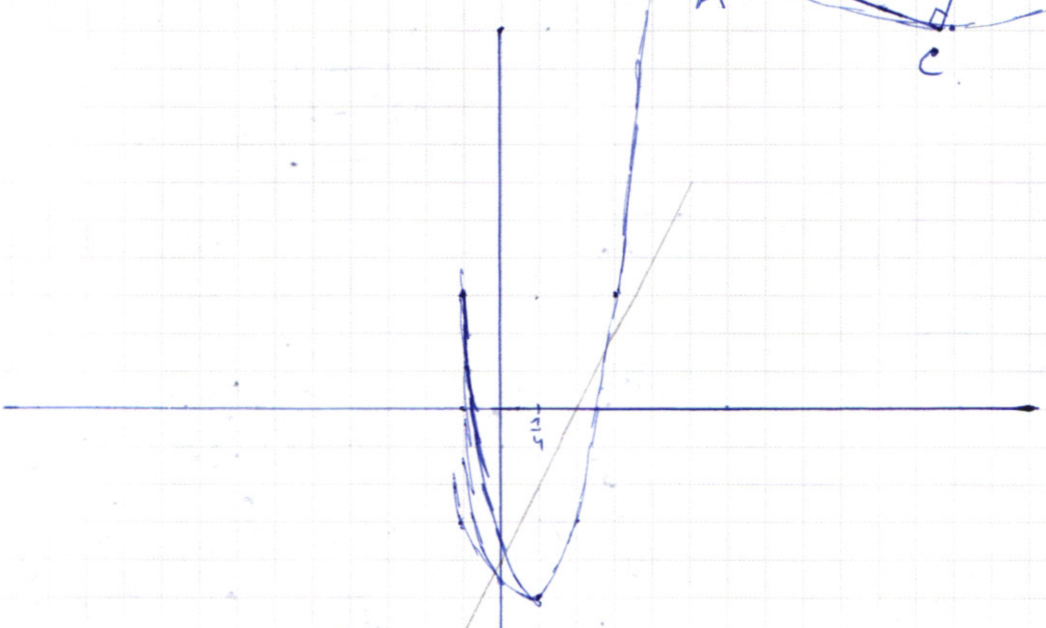
$\cancel{(R+R-r)\cdot R = 9}$

$(2R-r)R = 9$





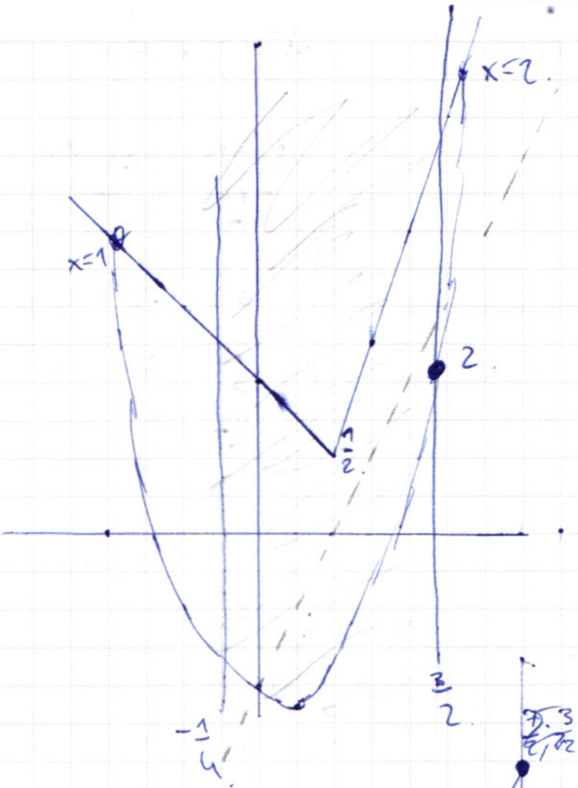


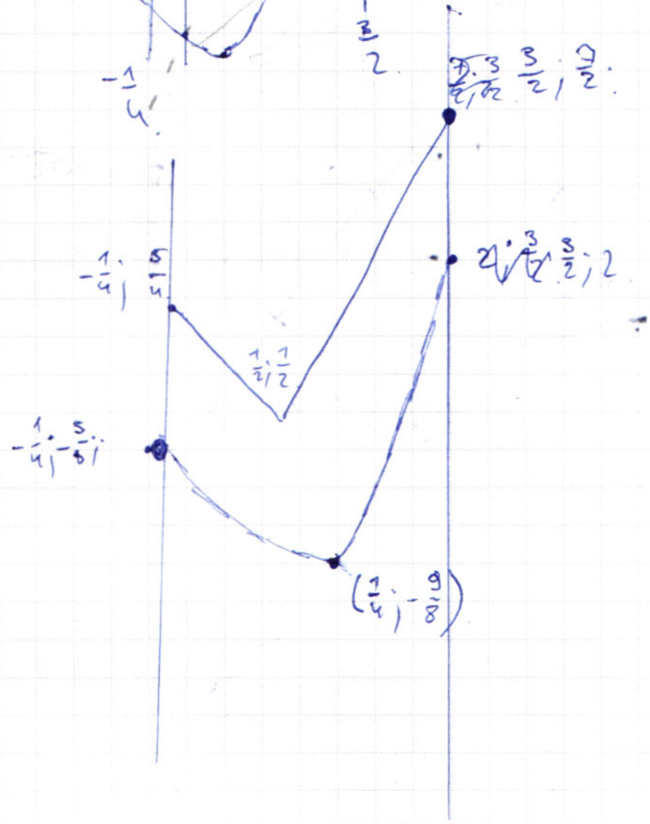


$2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 =$

$\frac{1}{8} - \frac{11}{8} = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$x + \cancel{2x} - 1 \qquad 1 - x$

$3x - 1$

$2x - 1 > 0$

$x > \frac{1}{2}$

$\frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{10}{8} = -\frac{9}{8} = \frac{-4{,}5}{4}$

$2x^2 - x - 1 = 3x - 1$

$2x^2 - 4x = 0$

$x(2x - 4) = 0$

$2x^2 - x - 3 = 1 - x$

$2x^2 = 2$

$x = 1$

$-\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) =$

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 = 2$

$-\frac{1}{4} + \frac{6}{4} = \frac{5}{4}$

$2\frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 =$

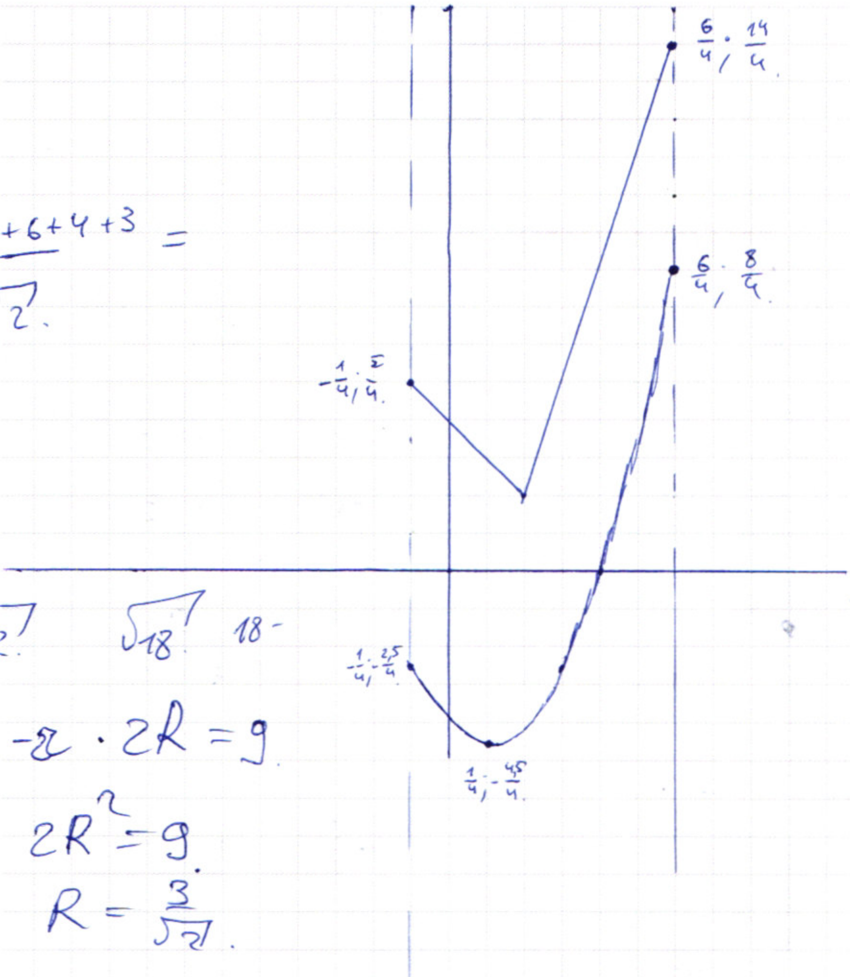
$\frac{1}{8} - \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{9}{8}$

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 = 2$

$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 =$

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{5}{8}$

$\frac{18+6+4+3}{4\sqrt{2}} =$



$8\cdot\frac{9}{16}-\frac{3}{4}-1=$

$\frac{9}{8}-\frac{6}{8}-\frac{8}{8}=-\frac{5}{8}$

$\frac{x-\frac{6}{4}}{-\frac{1}{4}-\frac{6}{4}}=\frac{y-\frac{8}{4}}{-\frac{29}{4}-\frac{8}{4}}$

$\frac{8x-12}{\cancel{-14}\ 2}=\frac{8y-16}{\cancel{-21}\ 3}$

$24x-36=16y-32$

$24x-16y=4$

$6x-4y=1$

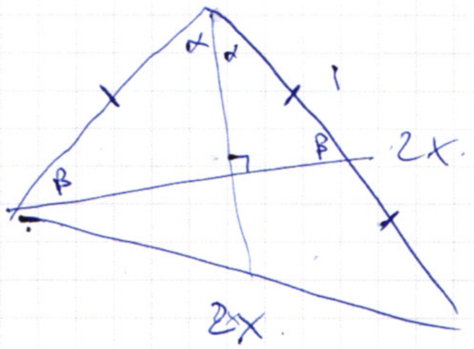
$3\sqrt{2}$ $\sqrt{18}$ 18-

$2R-r\cdot 2R=9$

$2R^2=9$

$R=\frac{3}{\sqrt{2}}$

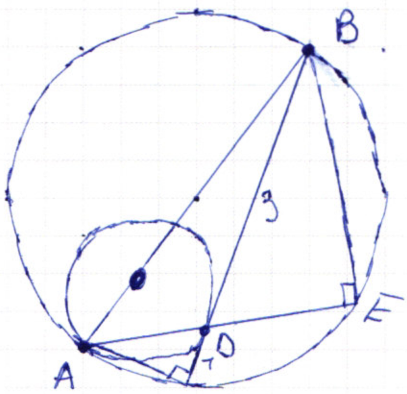
3

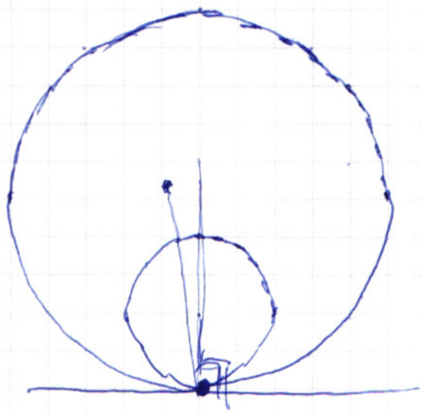


$5x=1200$

x $2x$

$1200-3x$





☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3. ОДЗ: $(x-1)(y-2)\geq 0$

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$ Замена: $x-1=a^2$, $y-2=b^2$, при этом $ab\geq 0$

$\begin{cases} b^2-2a^2=ab \\ 2a^4+b^4=3 \end{cases}$ $b^2-2a^2-ab=0$

1) $a=0$, тогда $b^2=0$, что быть не может т.к. $2a^4+b^4=3$

2) $\frac{b^2}{a^2}-\frac{a}{b}-2=0$

$D=9$

$\left(\frac{b}{a}\right)_{1,2}=\frac{1\pm 3}{2}\left[\begin{array}{l} 2 \\ -1 \end{array}\right.$

I случай: $\frac{b}{a}=-1$, что быть не может т.к. $ab\geq 0$.

II случай: $\begin{cases} \frac{b}{a}=2 \\ 2a^4+b^4=3 \end{cases}$ $\begin{cases} b=2a \\ 2a^4+16a^4=3 \end{cases}$ $\begin{cases} b=2a \\ a=\pm\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \end{cases}$ ~~$b=2\sqrt[4]{}$~~

$\begin{cases} a^2=\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \\ b^2=4\sqrt[4]{\frac{1}{6}} \end{cases}$

$\sqrt{x-1}=\sqrt[4]{\frac{1}{6}}$

$x-1=-\sqrt{\frac{1}{6}}$

$x=1+\sqrt{}$