МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

a, b, c – геом. последовательность $\Rightarrow \begin{cases} q\cdot a = b \\ q^2\cdot a = c \end{cases}$, где $q \neq 0$

Подставим это в выражение $ax^2 - 2bx + c = 0$

$ax^2 - 2\cdot q\cdot a x + q^2 a = 0$

$a(x^2 - 2q + q^2) = 0$

$a(x-q)^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \text{ (не уд. т.к. тогда это не геом. прогрессия)} \\ x = q \text{ ~~подходит~~ подходит} \end{array}\right.$

Тогда т.к. q – четвертый член прогрессии, то $q = q^3\cdot a$

$c = q^2\cdot a = \dfrac{q^3\cdot a}{q} = \dfrac{q}{q} = 1$

Ответ: 1.

Задача 3.

$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 6y = \sqrt{(x-6)\cdot(y-1)} \\ (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-6) - 6(y-1) = \sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \end{cases}$

Пусть $a = x-6$, $b = y-1$, тогда $\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \quad (**) \\ a^2 + 2b^2 = 18 \end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Решим (**):

~~a=2в~~ $a-6b=\sqrt{ab}$

ДУ: $a \geq 6b$

$$(a-6b)^2=ab$$

$$a^2+36b^2=13ab$$

~~Откуд~~, $b \neq 0$ ~~не корень корень~~, т.к. если $b=0$, то $a^2=0$ и $a=0$, но тогда $a^2+2b^2 \neq 18$

$$a^2+36b^2=13ab \quad \Big| \cdot \frac{1}{b^2}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2+36=13\frac{a}{b}$$

Пусть $\frac{a}{b}=t$

$$t^2+36=13t$$

$$t^2-13t+36=0$$

$$(t-4)(t-9)=0 \implies \left[\begin{array}{l} t=4 \\ t=9 \end{array}\right.$$

1). $t=4$, тогда $a=4b$

Вернемся к системе

$$\begin{cases} a=4b \\ a^2+2b^2=18 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=4b \\ 18b^2=18 \end{cases} \implies b=\pm 1 \quad a=\pm 4$$

~~(4; 1) не удовл.~~ $\left.\begin{array}{l} a=4 \\ b=1 \end{array}\right\}$ - не удовлетвор чет ДУ. $4<6$

$\left.\begin{array}{l} a=-4 \\ b=-1 \end{array}\right\}$ удовл. ДУ $\quad -4 \geq -6$

2). $t=9$, тогда $a=9b$

Вернемся к системе

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} a = 9b \\ a^2 + 2b^2 = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 9b \\ 83b^2 = 18 \end{cases} \Rightarrow b = \pm\sqrt{\frac{18}{83}}$$

$$a = \pm 9\sqrt{\frac{18}{83}}$$

$$\begin{cases} b = \sqrt{\frac{18}{83}} \\ a = 9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{cases}$$ - удовл. ДУ $9\sqrt{\frac{18}{83}} \geq 6\sqrt{\frac{18}{83}}$

$$\begin{cases} b = -\sqrt{\frac{18}{83}} \\ a = -9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{cases}$$ - не удовл. ДУ : $-9\sqrt{\frac{18}{83}} < -6\sqrt{\frac{18}{83}}$

~~Ответ~~

Вывод: $$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} a = 9\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{83}} \\ b = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{83}} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x - 6 = -4 \\ y - 1 = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x - 6 = 9\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{83}} \\ y - 1 = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{83}} \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 6 + 9\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{83}} \\ y = 1 + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{83}} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $\left\{ (2;0);\ \left(6 + 9\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{83}};\ 1 + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{83}}\right) \right\}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 4

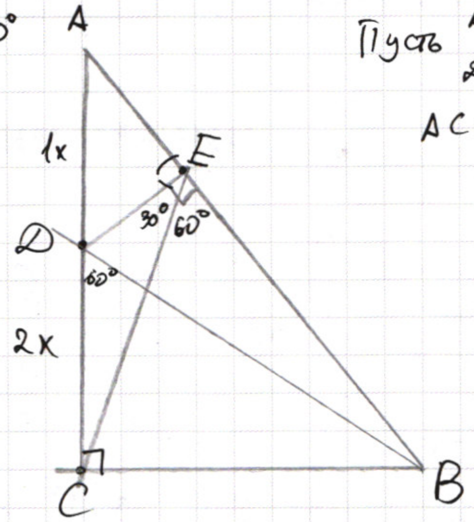
а). $\angle CEB = \angle DEB - \angle DEC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Заметим, что $CDEB$ можно описать

$\angle DCB + \angle DEB = 180^\circ$

тогда

$\angle CEB = \angle CDB$ (опир. на одну дугу)



Пусть $AD = x$

$DC = 2x$

$AC = 3x$

$\triangle DCB$: $\frac{CB}{DC} = tg\,60^\circ$

$$CB = \sqrt{3} \cdot 2x$$

$\triangle CAB$:

$$tg\angle CAB = \frac{CB}{AC} = \frac{\sqrt{3}\cdot 2x}{3x} = \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

б). $AC = \sqrt{7}$

$x = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$$CB = \underset{\text{(из а).)}}{\sqrt{3}} \cdot 2x = \frac{2\sqrt{7}}{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$\triangle ACB$: $AC^2 + CB^2 = AB^2$ (т. Пифагора)

$$AB = \sqrt{7 + \frac{4\cdot 7}{3}} = \sqrt{\frac{49}{3}} = \cancel{} = \frac{7}{\sqrt{3}}$$

$$\cancel{\sin \angle CAB = \frac{2\sqrt{7}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot 7} = \frac{6}{2\sqrt{3}}}$$

$$\sin\angle CAB = \frac{2\sqrt{7}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot 7} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\left(\cos\angle CAB = \sqrt{1 - \frac{4}{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)$$

$\triangle ADE$: $\sin\angle CAB = \frac{DE}{AD} = \frac{DE}{x}$

$$\frac{2}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = DE$$

$$DE = \frac{2}{3}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\angle CDE = \angle CAB + 90^\circ$

$\sin\angle CDE = \cos\angle CAB$

$$S_{DCE} = \frac{DC \cdot DE \cdot \sin\angle CDE}{2} = \frac{2x \cdot DE \cdot \sin\angle CDE}{2} = x \cdot DE \cdot \cos\angle CAB$$

$$S_{DCE} = \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{2}{9}\sqrt{3}$$

Ответ: $tg\angle CAB = \frac{2}{3}\sqrt{3}$; $S_{DCE} = \frac{2}{9}\sqrt{3}$

7 задача.

Заметим, что $f(x) = f(1) + f(x)$ при $x>0$, значит $f(1)=0$

$f(1) = f\left(\frac{1}{y}\right) + f(y)$ $y \in N$, $2 \le y \le 22$

$0 = f\left(\frac{1}{y}\right) + f(y)$

$-f(y) = f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f(x/y) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$

~~По условию~~:

$f(x/y) > 0$

$f(x) > f(y)$

Найдем все такие x и y, что $f(x) > f(y)$

Дальше будет вычисление всех $f(x)$ при $2 \le x \le 22$, $x \in N$

$f(2) = f[2/2] = 1$
$f(3) = [3/2] = 1$
$f(4) = f(2) + f(2) = 2$
$f(5) = [5/2] = 2$
$f(6) = f(3) + f(2) = 2$
$f(7) = [7/2] = 3$
$f(8) = f(4) + f(2) = 3$
$f(9) = f(3) + f(3) = 2$
$f(10) = f(5) + f(2) = 3$

$f(11) = [11/2] = 5$
$f(12) = f(6) + f(2) = 3$
$f(13) = [13/2] = 6$
$f(14) = f(7) + f(2) = 4$
$f(15) = f(5) + f(3) = 3$
$f(16) = f(8) + f(2) = 4$
$f(17) = [17/2] = 8$
$f(18) = f(9) + f(2) = 3$
$f(19) = [19/2] = 9$
$f(20) = f(10) + f(2) = 4$
$f(21) = f(7) + f(3) = 4$
$f(22) = f(11) + f(2) = 6$

Итог:

число / к-во x, дающих данное число	1	2	3	4	5	6	8	9
	2	4	6	4	1	2	1	1

Пары будем образовывать так: выбираем ~~число~~ из столбца с числом, ~~к-во x~~ получаем к-во x дающих нужное число ~~x~~. Нер-ву будут удовлетворять все y, которые ~~дают меньше~~ дают число меньше f(x), значит ~~всего~~ y можно выбрать [redacted] к-вом раз равным сумме ~~[redacted]~~ чисел в столбиках ~~правее~~ левее столбика в котором выбрано x.

(к-во x, дающих 9) (к-во x дающих число меньше 9)

Если $f(x)=9$ то пар $1 \cdot 20 = 20$
Если $f(x)=8$, то пар $1 \cdot 19 = 19$
Если $f(x)=6$, то пар $2 \cdot 17 = 34$
Если $f(x) = 5$, то пар $1 \cdot 16 = 16$
Если $f(x) = 4$, то пар $4 \cdot 12 = 48$
Если $f(x)=3$, то пар $6 \cdot 6 = 36$
Если $f(x) = 2$ то пар $4 \cdot 2 = 6$
Если $f(x) = 1$, то пар нет

всего пар 173

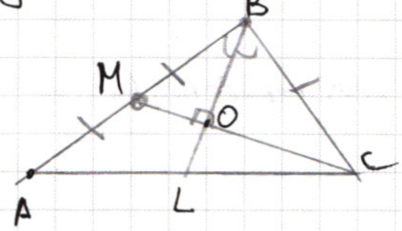
Ответ: 173

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.



BL - биссектриса

CM - высота

$BL \cap CM = \{O\}$

$\triangle MBC$ — равнобедренный (BO — высота и биссектриса) $\Rightarrow BM = BC$

$BM = BC = AM$

$P_\triangle = AM + MB + BC + AC = 3AM + AC$

При этом

$AC < \cancel{3} AM + MB + BC$ (Нер-во ~~[illegible]~~ $\triangle$-ка)

$AC < 3AM$

и $AC > AM$ ~~иначе~~ ибо ~~$AC < AM + MB$~~ $AC + BC < AM + MB$ (Нер-во $\triangle$ка)

$AC < AM$

Получается, что

$4AM < P_\triangle < 6AM$

тогда $4AM < 900$

$AM < 225$

и $900 < 6AM$

$150 < AM$

$150 < AM < 225$

~~Заметим, что выбирая AM~~

~~Зате~~

Пусть $AM = a$

Заметим, что выбирая AM, ~~можно~~ у треугольника определяются только 2 стороны. ~~a~~ ~~AM~~ А $a < AC < 3a$, значит AC может быть любым числом от $a+1$ до $3a-1$. Всего вариантов ~~[illegible]~~ треугольника ABC для одного a будет $2a-1$. А вариантов a $(224 - 150 = 74)$

К-во всех Δ-ков: [redacted] $(2\cdot 151-1)+$ [redacted] $(2\cdot 152-1)+\ldots+(2\cdot 224$ [redacted] $-1)=$

$= 2(151+152+\ldots+224)-1\cdot 74 = 2\cdot\frac{(151+224)\cdot 74}{2}-1\cdot 74 =$

$= 375\cdot 74 - 74 = 374\cdot 74 = 27\,576$

Ответ: 27576

Задача 6.

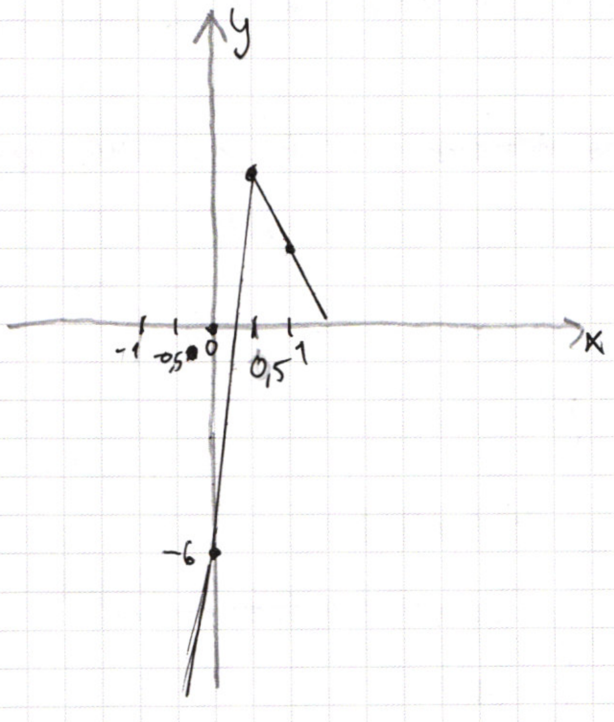
~~Сначала построим~~ Сначала обратимся к левой части неравенства

$8x-6|2x-1| \le ax+b$ (*)

$8x-6|2x-1|-b \le ax$

От $-b$ будет зависеть ~~движение графика~~ смещение графика вверх или вниз

Построим $8x-6|2x-1| = f(x)$



$f(0)=-6$

$f(0,5)=4$

$f(1)=2$

Заметим, что ax всегда проходит через $(0;0)$ при $\forall a$.

Тогда если нер-во (*) верно ~~на всех~~ при $\forall x \in [-\frac{1}{2};1]$ то и при $f(0)$ верно.

Тогда $-b \le 6$ (если поднимем график выше, то $f(0)>0$ и $ax < 8x-6|2x-1|-b$

Значит $-6 \le b$

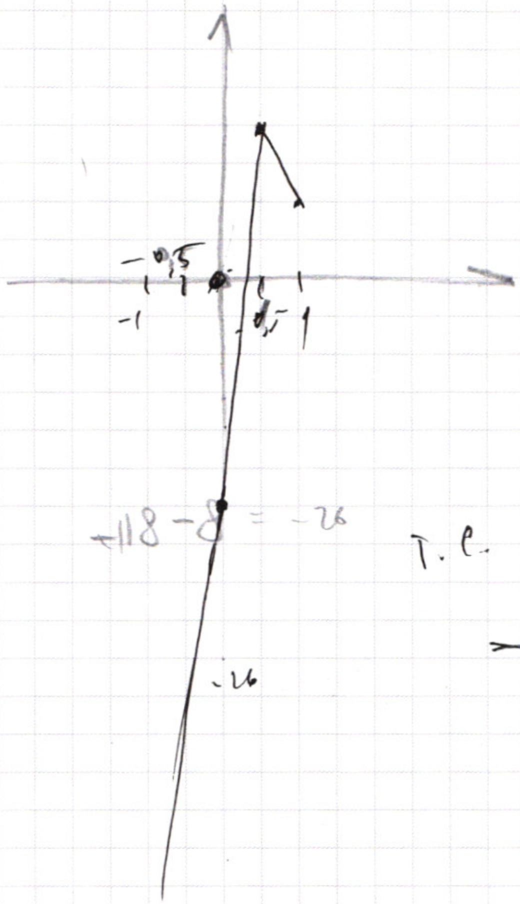
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

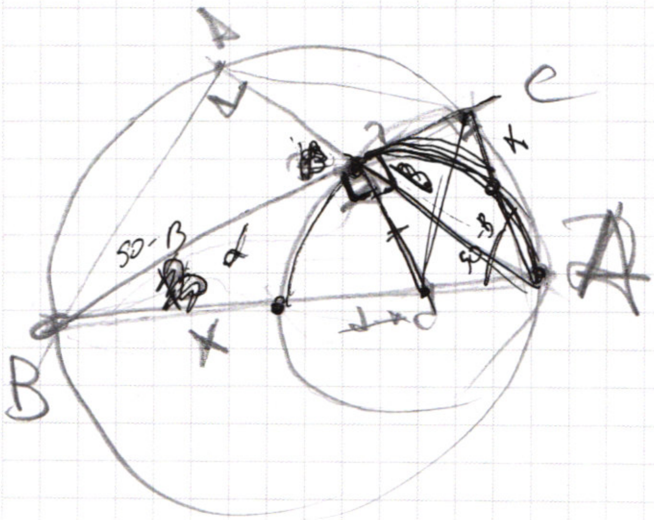
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



т. е. 6

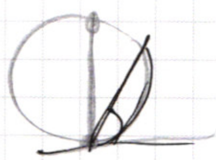
$-6<6$

$\boxed{-6<6}$



$x \cdot d = 9$

$x \cdot d = 9$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

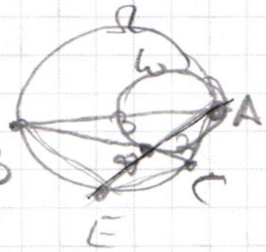
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$BACE = \frac{d \cdot d \cdot \sin\alpha}{2}$

2, 4, 4, 6, 5,

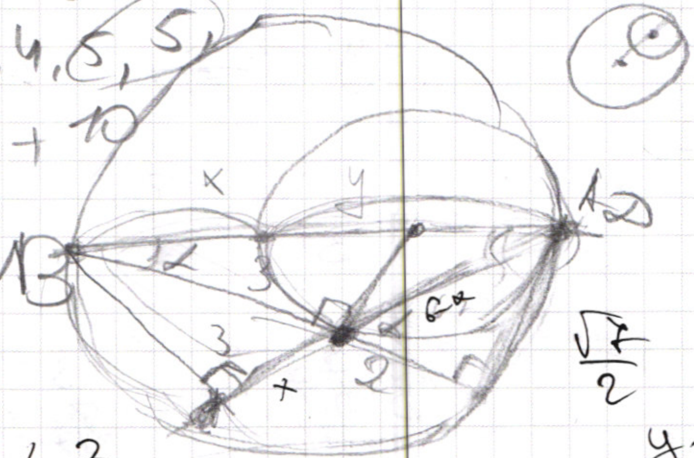
6

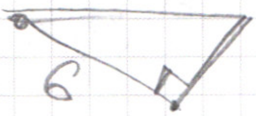
2 + 8 + 10

10

20

30





$\frac{\sqrt{7}}{2}$

$\frac{y \cdot 2}{\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{15}}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{7} \cdot 3}{\sqrt{105}} = \frac{3}{\sqrt{15}}$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{15}}$

$\frac{4}{15}$

$y = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}}$

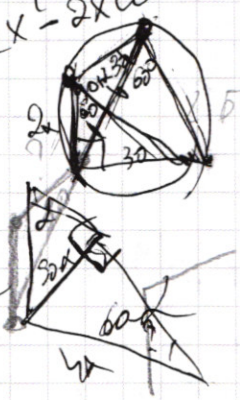
$\frac{2}{\sqrt{15}}$

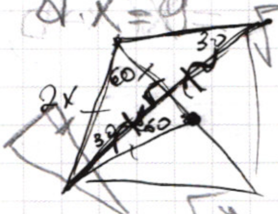
$\sqrt{\frac{7}{15}}$

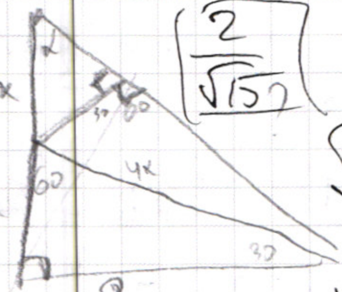
$90 + \alpha$

$2x^2 - 2x\cos 120° =$

$\alpha \cdot x = 9$





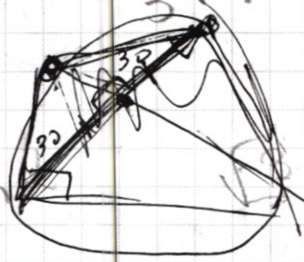


$\frac{2}{3}\sqrt{21}$

$\cos(90 + \alpha) = \sin\alpha$

sin 30°

$\frac{1}{2}$



$\sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{7}}{3}$ $\sin 60° = \frac{CB}{2x}$

$\sin(180 - \alpha) = -\sin$

$\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{21 - \frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot 2x} = CB$

$\frac{84 + 21}{9}$

$\frac{105}{9} = \sqrt{\frac{105}{3}}$

$\frac{2\sqrt{7}}{3}$

$\frac{2}{\sqrt{15}}$

$\frac{4 \cdot 7}{9} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$\frac{21}{9}$

$7 + 21 \cdot \frac{4}{9}$

$\frac{2}{3}\sqrt{3}$

$\sqrt{3}\sqrt{\frac{35}{3}}$

$\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{3} = \frac{CB}{}$

$\frac{\sqrt{3} \cdot 2x}{3x} = tg\alpha$

$\sqrt{3} \cdot 2x$

$\frac{2}{3}\sqrt{3} = tg\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sqrt{7}$ $\frac{7}{\sqrt{3}}$ y

$\times\frac{374}{74}$ 1496 $+\frac{1496}{2618}$ 27676

$tg\alpha = \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$f(x/y) = f(x) + f(1/y)$

$f(1) = f(1/y) + f(y)$

$-f(y) = f(1/y)$

$\frac{y}{\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{7}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$\frac{f(x/y)}{} = f(x) - f(y)$ но т.к. y или больше зел.

$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{7}}$

$f(x) - f(y) < 0$

$y = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

$(f(x) < f(y))$

$\times\frac{374}{74}$ 1496 $+\frac{1496}{2618}$ 27576

$7 + \frac{4}{3}\cdot 7 = ?$

$\times\frac{9}{25}$ 180 45 275

$\times\frac{25}{9}$ 225

$7\cdot\frac{7}{3} = a^2$

$\frac{7}{\sqrt{3}} = a$

$x^2 = 1 + \frac{4}{9}\cdot 7$

$x^2 = 1 + \frac{28}{9} - \frac{2}{3}$

224

151 224 150 74

$\frac{9 + 28 - 12}{9}$

$\frac{\sqrt{7}\,3}{\sqrt{7}} =$

$\frac{a\cdot c\cdot \sin\alpha}{2} = \frac{b\cdot a}{2}$

$f(2) = f(x/y) + f(y/x) =$

$f(x/y) + f(y/x) + f(2)$

$9 + 9 = \frac{25}{9}$

$f(1) = f(0) + f(b)$

$f(b) = f(b)$

$f(b) = f(b) + f(1)$

$\frac{5}{3}$ 0 $x^2 = \frac{5}{3}$

$f(1) = 0$ $\sin\alpha$

$5, 3, 2, 1$

$0 = f(x/y) + f(y/x)$

$\frac{5}{3}\cdot 1\cdot\frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ $\frac{5}{12}$

$\frac{8}{}$ $\frac{3}{}$ $= 11$

$-f(y/x) = f(x/y)$

2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

$5\cdot 22 \cdot 4\cdot 3$

$f(2) = f(x/y) + f(y/x) + y$

$8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$

$f(x/y) = f(x) + f(1/y) < 0$

1. $x:y =$ $2x \ge 1$ $x \ge 0{,}5$

$f(x) = f(p) + f(p) + f(p)$

$[p/2] + [p/2]$

$0 = f(x/y) + f(y/x)$

$f(x) < f(1/y)$

$2\cdot 2\cdot 2$

$f(1/x) + f(x) = f(0)$

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19$

2. b, ...

$f(ab) = f(a) + f(b)$

1 1 1 1 1 1 1 1

$f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$

16

$f(p) = [p/2]$ $f(y/x) = 0$ ≥ 0 [только 0]

x/y не отли на p.

$x = y\cdot p$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	4	1	2		1	1	

$f(y) =$

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$f(4) = f(2) + f(2) = 2$

$f(5) = f(5) = 2$

$f(6) = f(2) + f(3) = 2$

$f(7) = f(7) = 3$

$f(8) = f(8) = f(2) + f(2) + f(2) = 3$

$f(9) = f(3) + f(3) = 2$

$f(10) = f(5) + f(2) = 3$

$f(11) = f(11) = 5$

$f(12) = f(3) + f(2) + f(2) = 1 + 1 + 1 = 3$

$f(13) = f(13) = 6$

$f(14) = f(7) + f(2) = 4$

$f(15) = f(5) + f(3) = 3$

$f(16) = f(8) + f(2) = 1 + 3 = 4$

$f(17) = 8$

$f(18) = f(6) + f(3) = 3$

$f(19) = 9$

$f(20) = f(5) + f(4) = 4$

$f(21) = f(7) + f(3) = 4$

$f(22) = f(11) + f(2) = 6$

$\frac{+6}{28} = -\frac{6}{16}$

$8x - 6|2x-1| \le 9x^2 - 6$

$8x - 6|2x-1| a(x) \le 6$

$-\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}$ 1

$f(60)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

a 2a

y

?

$3a > < a$

~~33a~~ $>3a$ 900 a+1 a ~~2a~~

~~3a<a~~

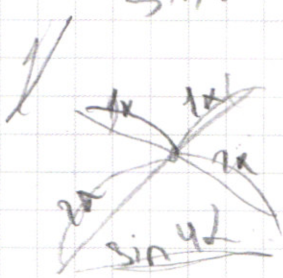
$\boxed{2a-1}$

sin2a

$4a < 3a+y < 6a$ 2a-1

$4a < 900 < 6a$ 2a ?

sin α



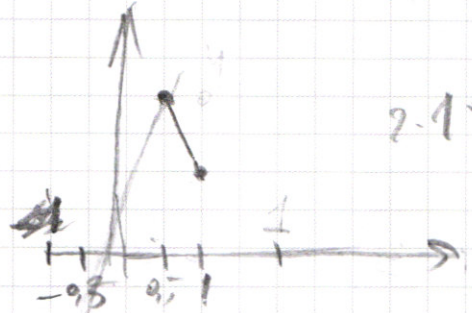
$4a<900$

$a < 25.9$

$25 + 180$
45
225

$\boxed{150 < a < 225}$

151 90 < 24



$\boxed{x \geq 0,5}$

225
224
-150
174

$2 \cdot 151 - 1 +$

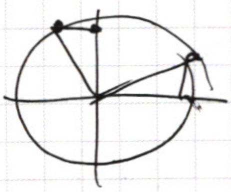
$2(151 + 224) - 1 \cdot 174$

$1 - 2x$

$-4x+6$

$-6 + 10x$

-10^{-16}



☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$ax^2-2bx+c=0$

$ax^2-2q^2ax+q^3a=0$ $\qquad$ $x^2-2qx+q^2=0$

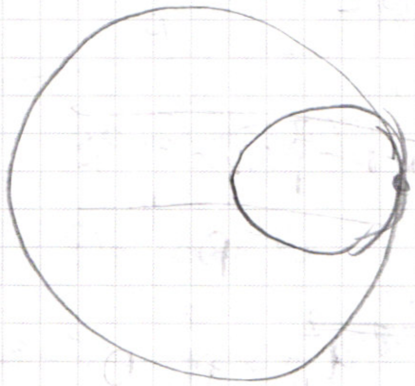
$\frac{D}{4}=b-ac$ $\qquad$ $a(x-q)^2=0$

q - корень

$q=q^3a$

$1=q^2a$

1



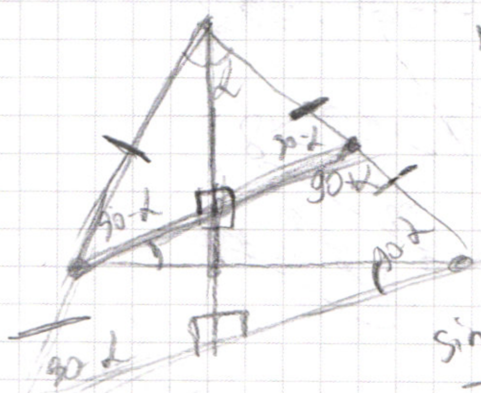
$\frac{\sin(180-\alpha)}{x}=\frac{\sin B}{2a}$ $\sin\alpha$

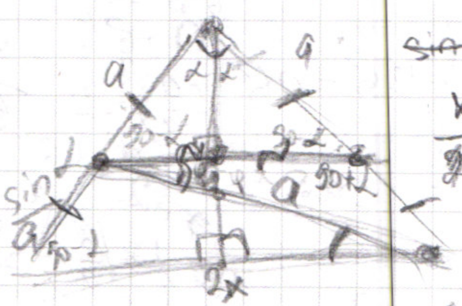
$\frac{\sin(180-\alpha)}{x}=\sin$

Ответ 1.

$x+y+z=900$

$2+a+2a=P$





$\frac{\sin 90+\alpha}{x}$

$\frac{x}{2\sin\alpha}=1$

sin

$2\sin\alpha a$

$\frac{\sin(90-\alpha)}{x}=\frac{\sin\alpha}{a}$ $2\sin\alpha a$

$2\sin\alpha$

3! $x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \Rightarrow x-6y=x-$

$x^2+2y-12x-4y+20=0$

$x^2-12x+36+$

$(x-6y)^2$

$x^2+36y^2-12xy=ab$

$xy-6y-x+6=y(x-6)-(x-6)$ Пусть $x-6=a$

$y-1=b$

$x-6y=\sqrt{(y-1)(x-6)}$

$x-6+y-1$

$\boxed{a^2+2b^2=18}$ $a-6b=\sqrt{ab}$

$(x-6)^2+(y-1)^2=$

$x-6-y+1$

$a^2+36b-12ab=ab$ $a^2+2b^2=18$

$a^2+36b^2=13ab$

$a-b$ $x^2-12x+36+y^2-2y+1+y-2y+1-18=0$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2+36\left(\frac{b}{a}\right)^2=13$

$a-6b$ $(a-6b)^2=ab$

$(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0$ $t+\frac{36}{t}=13$

$t^2+36=13t$ $a^2+2b^2=18$

$(x-6)^2+(y-1)^2=18-(y-1)$

$t^2-13t+36=0$

$(t-4)(t-9)=0$ $a^2+36b^2-12ab=ab$

$(x+y-7)^2-2(x-6y)^2=$ $\left(\frac{a}{b}\right)^2=2$ или $\left(\frac{b}{a}\right)^2=9$ $a^2+36b^2-13ab=0$

$x^2+y^2+49+2xy-14y-14x-2(x^2-12xy+36y^2)=18-y^2-1+2y$

$\begin{cases}(a-6b)^2=ab\\ a^2+2b^2=18\end{cases}$

$\frac{a}{b}=2$

или $\boxed{\frac{b}{a}=3}$

$6b^2=18$

$b=\sqrt{3}$

$a^2+b^2=$

$a^2+36b^2-12b=ab$ $\left(\frac{a}{b}\right)^2=4$ $\frac{a}{b}=2$

$a^2=4b^2$

$a^2+36b^2=13ab$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2+\left(\frac{b}{a}\right)^2=13$

$(a-6b)^2=ab$

$a^2+2b^2=18$

$a^2+b^2+b^2=18$

$D=169-4=165$

$\sqrt{165}$

$a^2=18-2b^2$

$t^2+\frac{1}{t^2}=13$

$a^2+36b^2=13ab \mid ab$

t^4+ $t+\frac{1}{t}=13$

$t^2+1=13t$

$t^2-13t+1=0$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2+36\frac{b}{a}=13$

$t+\frac{36}{t}=13$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)