# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа $a$, $b$, $c$ являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа $a$, $b$, $c$ не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике $ABC$ на катете $AC$ и гипотенузе $AB$ отмечены точки $D$ и $E$ соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла $BAC$, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника $CED$.

5. [5 баллов] Окружности $\Omega$ и $\omega$ касаются в точке $A$ внутренним образом. Отрезок $AB$ – диаметр большей окружности $\Omega$, а хорда $BC$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $D$. Луч $AD$ повторно пересекает $\Omega$ в точке $E$. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех $x$ на промежутке $\left[-\frac{1}{2};1\right]$.

7. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа $p$ ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее $x$). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 1

$a, b, c$ – первые члены геом прогрессии =>

=> их можно представить как:

$a$ – I чл. пр.

$b = aq$

$c = aq^2$

Найти: $c = aq^2$

Пусть $d$ – IV член данной геометр. прогрессии

тогда $d = aq^3$

$d$ – корень ур-я $ax^2 - 2bx + c = 0$ <=>

<=> $ax^2 - 2aqx + aq^2 = 0$

$a = 0$

тогда $a=0$, $b=0$, $c=0$ => это не геометрич. прогрессия

$a \neq 0$

$ax^2 - 2aqx + aq^2 = 0 \quad |:a$

$x^2 - 2qx + q^2 = 0$

$D = 4q^2 - 4q^2 = 0$ => 1 корень

$x = d = aq^3 = \frac{2q}{2} = q$ =>

=> $aq^3 = q$ => $aq^2 = 1$

$aq^2 = c = 1$

Ответ: 1

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 2

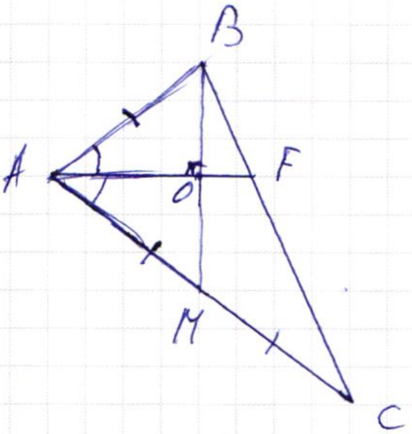
$P_{\triangle ABC} = 900$

AF - бисс.

BM - мед.

$BM \perp AF$

BM пересек AF в т. O




! $\triangle AOB$ и $\triangle AOM$:

$\angle BOA = \angle MOA = 90°$

$\angle BAO = \angle MAO$ (AF - бисс)

AO - общая

$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle AOM$ (по УСУ)

$\Rightarrow AB = AM$

Пусть $AB = x$, тогда

$AC = 2AM = 2AB = 2x$ (BM - медиана)

Пусть $BC = y$, тогда

$P_{\triangle ABC} = 3x + y = 900$

$3x + y = 900$

$2x < x + y \Rightarrow y > x$

$3x > y$.

$\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ при $\min y = x$. (но не достиг.)

$\Rightarrow 900 = 4x \Rightarrow x = 225$.

при $\max y = 3x \Rightarrow 900 = 6x \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 150$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. $y$ не достигает максимума и минимума, то и $x$ тоже не достигает $\Rightarrow x \in [151; 224] \Rightarrow$ кол-во $\triangle$-в $(224-151)+1 = 74$

Ответ: 74

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 2

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 4

Дано:

$\triangle ABC$ - прямоуг.

$\angle C = 90^\circ$

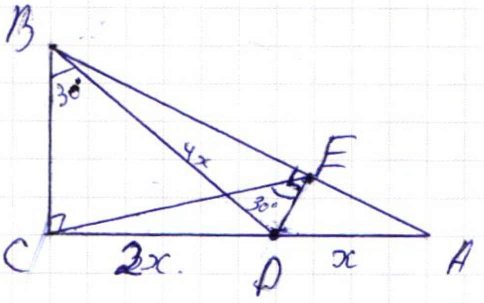
$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~AD=x; CD=2x.~~

$DE \perp AB$

$\angle CED = 30^\circ$

Н: $tg\angle BAC$ - ?




а) Пусть $AD = x$, тогда $CD = 2x$.

! BCDE !

$\angle BED + \angle BCD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ BCDE - вписан. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CBD = \angle CED = 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow BD = 4x$ ( катет лежащий против угла $30^\circ$ равен $2x$, а BD - гипотенуза)

$\Rightarrow BC = \sqrt{16x^2 - 4x^2} = 2\sqrt{3}x$.

$tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2\sqrt{3}x}{3x} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Ответ: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

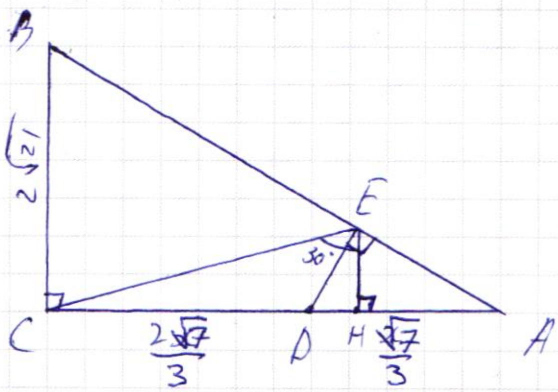
# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) Доп дано $AC = \sqrt{7}$.

Найти $S_{\triangle CED}$

Тогда: $AD = \frac{\sqrt{7}}{3}$; $CD = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

$BC = 2\sqrt{21}$




$tg\angle BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{DE}{EA} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$DE = \frac{2\sqrt{3}}{3} EA$.

По Т. Пифагора: $EA^2 + \frac{4EA^2}{3} = \frac{7}{9} \Rightarrow EA^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow EA = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$DE = \frac{2}{3}$

Доп. $EH$ – высота в $\triangle DEA$

$S_{\triangle DEA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2} EH \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} \Rightarrow EH = \frac{2\sqrt{3}}{9} \cdot \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}}{21} = \frac{2\sqrt{21}}{21}$

$\Rightarrow S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} EH \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{21}}{21} \cdot \frac{2\sqrt{7}}{3} = \frac{2\cdot 7\cdot\sqrt{3}}{21\cdot 3} =$

$= \frac{2\sqrt{3}}{9}$

Ответ: $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 5

Дано:

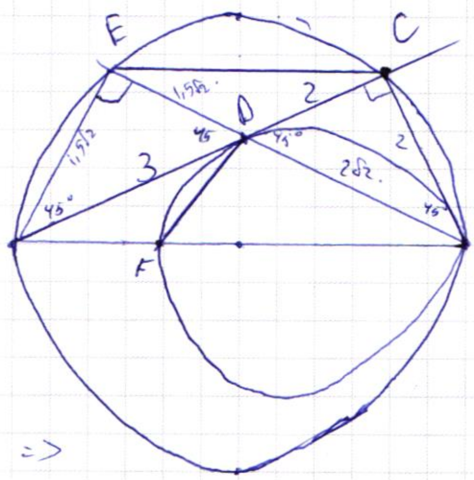
$\Omega$ и $\omega$ - окружности

т. $A$ - т. касания $\Omega$ и $\omega$

$AB$ - диамет. $\Omega$

$CD = 2$ $BD = 3$

Н: $R$, $r$, $S_{BECA}$ - ?




1) $DC$ и $AC$ - касат к $\omega$ =>

=> $AC = 2$

2) $\angle BEA = \angle BCA = 90°$ - т.к. опирается на диаметр $AB$.

3) $AB = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$ => $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$

$\triangle DCA$ - равноб. и прямоуг. => $\angle CAD = \angle CDA = 45°$

$DA = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$.

$\angle CAE = \angle EBC = 45°$ (опир на $EC$) => $\triangle BED$ - р/б и прямоуг. =>

=> $BE = ED = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$S_{BECA} = S_{\triangle EDC} + S_{\triangle BED} + S_{\triangle BDA} + S_{\triangle CDA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(1{,}5\sqrt{2} \cdot 3 + 1{,}5\sqrt{2} \cdot 2 + 2\sqrt{2} \cdot 2 + 3 \cdot 2\sqrt{2}) =$

$= \frac{\sqrt{2}}{4}(4{,}5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2}) = \frac{17{,}5}{2} = 8{,}75$

4) $AB \cap \omega = F$

$BD^2 = BF \cdot BA$ => $\frac{9}{\sqrt{29}} = BF = \frac{9\sqrt{29}}{29}$ => $AF = \frac{20\sqrt{29}}{29}$

$\cos\angle DAB = \cancel{\frac{8+29-9}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{29}}} = \frac{8+29-9}{4\sqrt{2}\sqrt{29}} = \frac{28}{4\sqrt{58}} = \frac{7\sqrt{58}}{58}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$FD = \sqrt{8 + \frac{400}{29} - 2\cdot 2\sqrt{2}\cdot\frac{20\sqrt{29}\cdot 7\sqrt{58}}{29\cdot 58}} =$$

$$= \sqrt{\frac{8\cdot 29^2 + 400\cdot 29 - 4\cdot\sqrt{2}\cdot 10\sqrt{29}\cdot 7\sqrt{29}\cdot\sqrt{2}}{29^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{8\cdot 29 + 400 - 4\cdot 2\cdot 7\cdot 10}{29}} = \frac{6\sqrt{58}}{29}$$

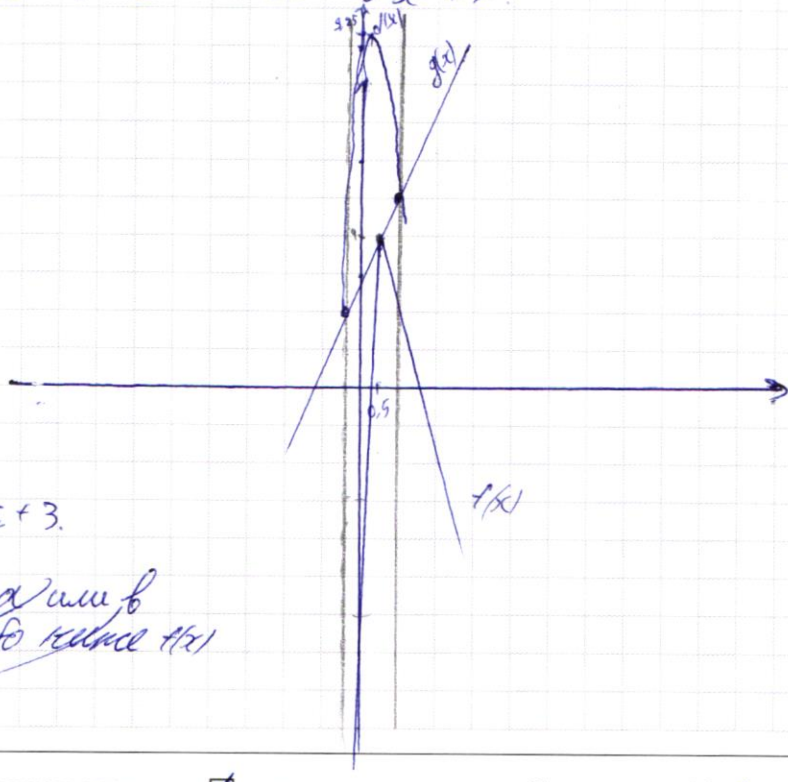
$$\sin\angle DAB = \frac{1{,}5\sqrt{2}}{\sqrt{29}} = \frac{3\sqrt{58}}{58}$$

$$\Rightarrow 2r = \frac{FD}{\sin\angle DAB} = 4 \Rightarrow r = \frac{4}{2} = 2$$

$$\boxed{\text{Ответ: } r = 2;\ R = \frac{\sqrt{29}}{2};\quad S_{BECA} = 8{,}75}$$

Задание 6

$$8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$$




$f(x) = 8x - 6|2x-1|$

$g(x) = ax + b$

$d(x) = -8x^2 + 6x + 7$

$d(x)$ – парабола, ветви напр. вниз. Вершина в $(\frac{3}{8}; 9{,}25)$

$f(x)$ достигает максимума в т. $(0{,}5; 4)$ ~~$g(x) = 2x + 3$.~~

~~При любом другом коэф $a$ или $b$ $g(x)$ лежит либо выше $d(x)$ либо ниже $f(x)$~~

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Проверим лежат ли точки пересечения $f(x)$ с прямыми $x=1$ и $x=-\frac{1}{2}$ и точка максимума $f(x)$ на одной прямой?

Если лежат то это найдем эту прямую и она будет единственной, поскольку будут выполнятся равенства.

$$\begin{cases} 8x-6|2x-1| = ax+b \\ -8x^2+6x+7 = ax+b \end{cases}$$
и это будет единств. решением.

Проверим: $(-\frac{1}{2}; 2)$; $(0{,}5; 4)$; $(1; 5)$

$$\begin{cases} 2 = -\frac{1}{2}a+b \\ 4 = \frac{1}{2}a+b \end{cases} \Rightarrow a=2;\ b=3.$$

$y = 2\cdot 1+3 = 5$ – верно $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $g(x) = 2x+3$ – единственная прямая

Ответ: $(2; 3)$.

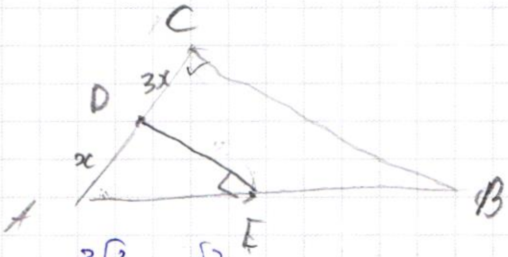
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА




$\left(\frac{2\sqrt{7}}{3}\right)^2 =$

$f\left(\frac{xp}{y}\right) = \left[\frac{p}{2}\right] + f\left(\frac{x}{y}\right)$

$\frac{AE}{DE} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$f(2) = 1 \quad f(3) = 1 \quad f(5) = 2$

$f(7) = 3$

$2\sqrt{m}$

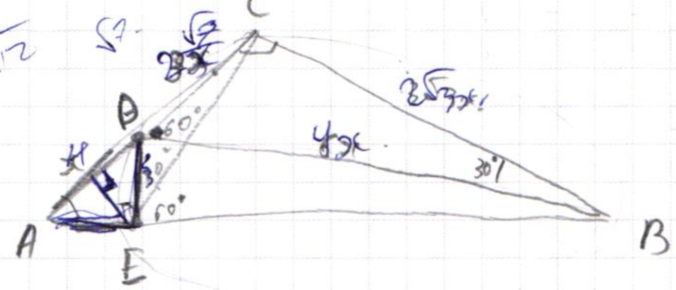
$\frac{2\sqrt{3}x}{3}$

$16 - 4$

$f(11) = 5$

$\sqrt{12} \quad \sqrt{7}$

$f(13) = 6$




$\frac{DE}{AE} =$

$f(17) = 8$

$DE = \frac{2\sqrt{3}AE}{3}$

$f(19) = 9$

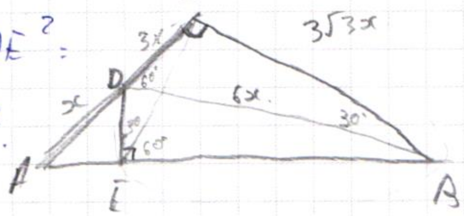
$AE = \frac{3\sqrt{3}}{2\cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad tg\angle A = \frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC}$

$f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) \leq 0$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 6x = 3\sqrt{3}x$

$AE = \frac{\sqrt{3}}{2}DE$

$\frac{3\sqrt{3}}{4}$




$\frac{7}{9} = DE^2 + \frac{3}{4}DE^2$

$\Rightarrow \frac{7}{9} = \frac{7}{4}DE^2$

$\frac{4}{9} = \frac{2}{3}DE$

$CB = \sqrt{36x^2 - 9x^2}$

$\sqrt{27x}$

$3\sqrt{3}x$

$\frac{\sqrt{7}2}{2} \quad \frac{6\sqrt{28}}{29}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases}(x-6y)=\sqrt{xy-6y-x+6}\\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0.\end{cases}$$

$$36y^2-12xy=xy-6y-x+6.$$

$$2y^2-12x-4y+20-36y^2+12xy=-(x-6)(y-1)$$

$$-34y^2-12x-4y+20+12xy=-(x-6)(y-1)$$

$$-34y^2-12x-4y+20+12xy+xy+7-6y-x=0.$$

$$-34y^2-13x-10y+13xy+27=0.$$

$$-13x(1-y)-10y(1-y)-44y^2+27=0.$$

$$(-13x-10y)(1-y)-44y^2+27=0.$$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(a, b) - ?$

$8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7.$

$x \in [-\frac{1}{2}; 1].$

$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow -2 - 3 + 7 = 2.$

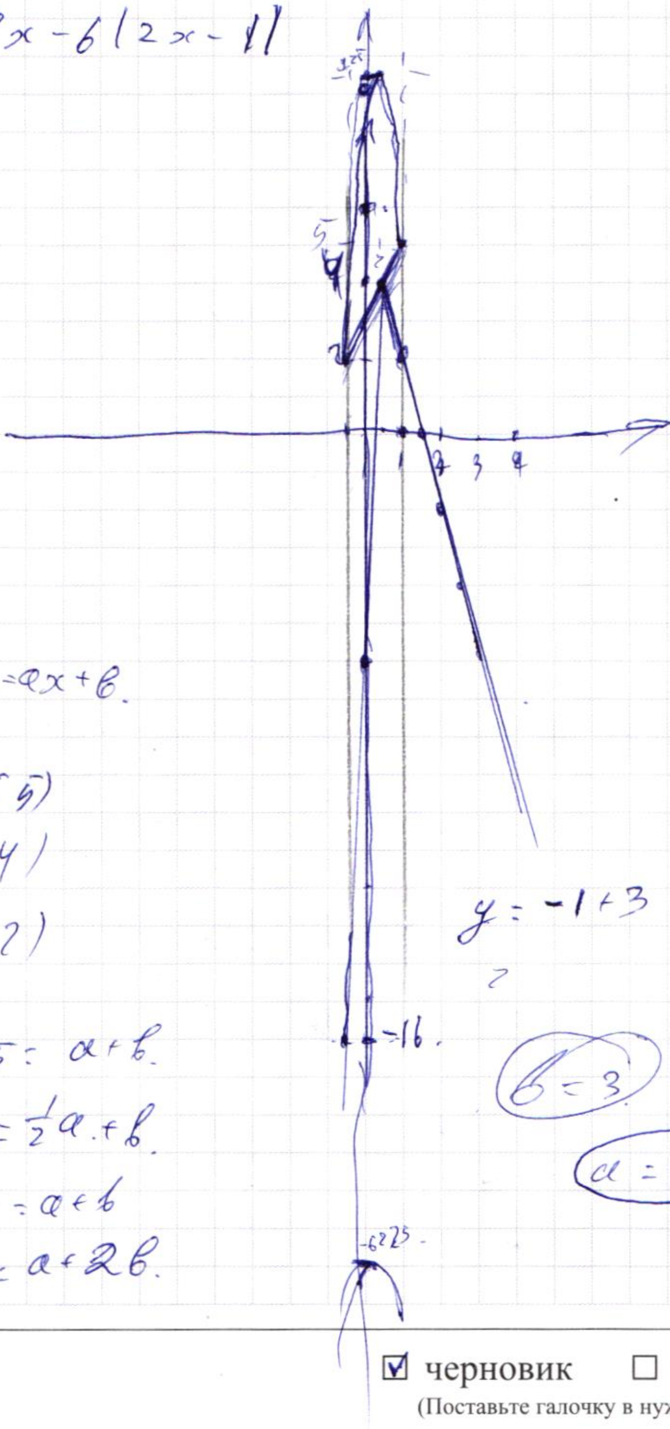
$-8 + 6 + 7.$

$f(x) = 8x - 6|2x-1|$

$2x - 1 \ge 0 \Rightarrow x \ge \frac{1}{2}.$

$x \ge \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -4x + 6.$

$x < \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = 20x - 6.$



$y = -8x^2 + 6x + 7.$

$36 + 56 \cdot 4 = 36 + 224 = 250.$

$\frac{-6 \pm 5\sqrt{10}}{16}.$

$9 + 56 = 7\frac{5}{4}.$

$-\frac{9}{8} + \frac{18}{8} + 7.$

$-\frac{b}{2a} = \frac{-6}{-16} = \frac{3}{8}.$

$\frac{9}{4} + 7.$

$9,25$

$-8 \cdot \frac{1}{64} = -72 + \frac{9}{4}.$

$-72 + 2,25 + 7$

$-70 + 7,25.$

$-62,25$

$\frac{9}{8}$

$|-\frac{1}{2}|$

$y = ax + b.$

$(1; 5)$

$(\frac{1}{2}; 4)$

$(-\frac{1}{2}; 2)$

$y = -1 + 3$

$5 = a + b.$

$4 = \frac{1}{2}a + b.$

$5 = a + b$

$8 = a + 2b.$

$b = 3$

$a = 2$

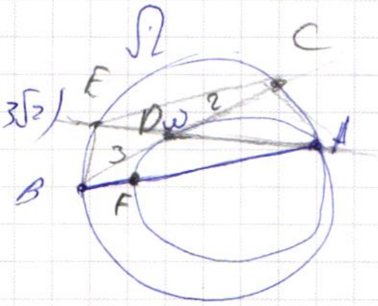
$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

$\frac{6\sqrt{58}}{29}$

$\sqrt{72}$ $\sqrt{\frac{72}{29}} = \frac{3\sqrt{58}}{58}$

$\frac{12\sqrt{58}}{58} : \frac{3\sqrt{58}}{58} = 4 \Rightarrow 2r \Rightarrow r = 2$

$DA = 2\sqrt{2}$




$S = \frac{\sqrt{2}}{4}(6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 4{,}5\sqrt{2} + 3\sqrt{2})$

$S = \frac{\sqrt{2} \cdot 17{,}5\sqrt{2}}{4} = \frac{17{,}5}{2}$

$2r = \frac{FD}{\sin A}$

$BF = \frac{9}{\sqrt{29}}$

$\frac{29\sqrt{29}}{29}$

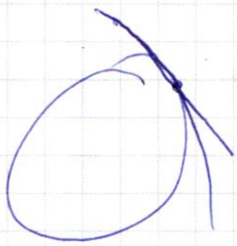
$S = 8{,}75$

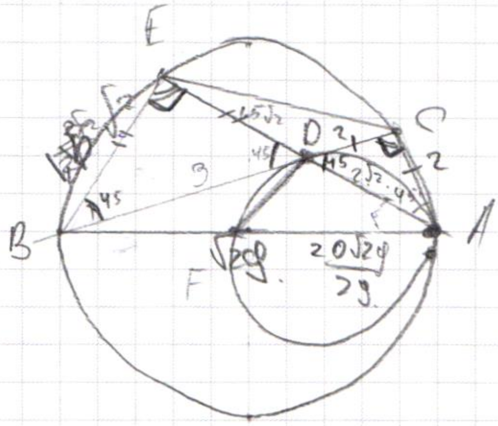
$\frac{1\sqrt{29}}{29}$

$9 = BF \cdot BA \Rightarrow R = \frac{9}{BF}$

$\frac{20\sqrt{29}}{29}$

$AB = R$






$4 + 4 = \sqrt{8}$

$2\sqrt{2}$

$DA = 2\sqrt{2}$

$2x^2 = 9$

$x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$a^2 + b^2 = 208$

$\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{58 \cdot 2}{4}} = \sqrt{29}$

$\frac{58}{2} = 29$

$2x^2 = 9$

$\sqrt{\frac{9}{2}}$

$\begin{array}{r} \times\, 29 \cdot 8 \\ \hline 232 \end{array}$

$\cos 135°$ $\sqrt{29}$

$-160$

$\sqrt{9 + 8 + 12\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$232 - 160$

$72$

$\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2} =$

$R = \sqrt{\frac{29}{2}}$

$\sqrt{\frac{72}{29}} =$

$= \frac{9 \cdot 2}{4} + \frac{49 \cdot 2}{4} = \frac{9 + 49}{2} = \sqrt{29}$

$FD = \sqrt{8 + \frac{400}{29} - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{20\sqrt{29}}{29} \cdot \frac{7\sqrt{58}}{58}}$ $\sin \angle A = \frac{1{,}5\sqrt{2}}{\sqrt{29}} = \frac{1{,}5\sqrt{58}}{29}$

$8 + \frac{400}{29} - \frac{4\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{29} \cdot 7\sqrt{58}}{29^2}$

$\cos \angle A = \frac{8 + 29 - 9}{4 \cdot \sqrt{58}} = \frac{28}{4\sqrt{58}} = \frac{7\sqrt{58}}{58}$

$\sqrt{\frac{8 \cdot 29^2 + 400 \cdot 29 - 4 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 29}{29^2}} = \frac{8 \cdot 29 + 400 - 560}{29}$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

$xy-6y-x+6\geq 0$

18

$x^2-12x+36+y^2-4y+4-20+y^2=5\ (x-6)^2+(y-2)^2=-y^2+20$

$x^2-12xy+36y^2=xy-6y-x+6$

$$\begin{cases} x^2-13xy+6y+x-6+36y^2=0 \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \\ xy-6y-x+6\geq 0 \end{cases}$$

$2(y-1)^2$

$2y^2-4y+2$

$xy-6y-x+6$

$y(x-6)-(x-6)=(x-6)(y-1)\geq 0$

$(x-6)(y-1)\geq 0$

$(x-6y)^2-xy+6y+x-6=0$

$x^2-12xy+36y^2=xy-6y-x+6$

$(x-6y)-(x-6)(y-1)=0$

$x-6y=(x-6)(y-1)$

$$\begin{cases} (x-6y)^2=(x-6)(y-1)\ \cdot 2 \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18 \end{cases} \Big| :2$$

$(x-6)^2+\cancel{(y-2)^2}$ $(x-6)^2+2(y-1)^2$

$\cancel{(x-6)}^2$

$x^2+2y^2-12x-4y+20=0$

$(x-6+2(x-6y)^2+y-1)^2+(y-1)^2$

$x^2-12x+36+2(y^2-2y+1)-18=0$

$=18$

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18$

$(x-6+2x^2-24xy+72y^2+y-1)^2+(y-1)^2=18$

$(2x^2-24xy+72y^2+x+y-7)^2+(y-1)^2=18$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$250 \cdot 3 = 750$ $\quad 150$ $\quad \frac{900}{4} = 225 \quad 4x = 900.$

$6x = 900$

$q$ - $\quad \min y = x$. по условию $\quad aq^2 - ?$

$a$ $\quad \max y = 3x$ по условию.

$\frac{900}{6} =$

$b = aq$ $\quad x \in [226;$ $\quad 3x > y \quad 3x + y = 900.$

$c = aq^2$ $\quad y > x$

$d = aq^3$ $\quad x [151; 224]$

450.

150.

$ax^2 - 2aqx + aq^2 = 0.$ $\quad aq^3 = q$

$x^2 - 2qx + q^2 = 0.$ $\quad aq^2 = 1.$

$\cancel{\frac{D}{2} = 4q^2 - q^2 = 0.}$

$3x > y.$

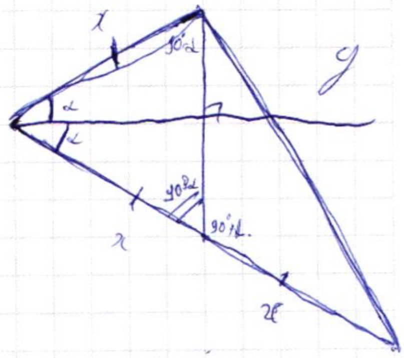
$(224 - 151) + 1 =$ $\quad y > x.$

$= 74.$ $\quad \frac{3}{2}x < x + y.$

$D = 0$ $\quad 3x + y = 900.$

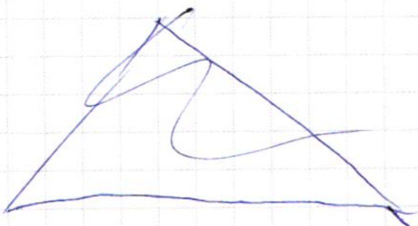
$\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2q}{2} = q.$ $\quad y > x. \quad \cancel{x < y}.$

$P = 900$ $\quad a, b, c \in \mathbb{Z}$

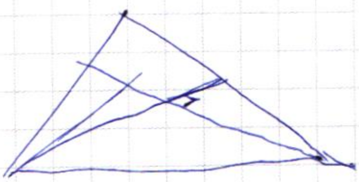


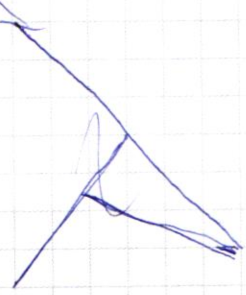

$x = 150. \quad y = 450.$

225.



3 - 2.



$3x + y = 900.$

$2x < x + y$

$3x > y \quad 4 - 1 = 3 + 1.$

$y > x. \quad 3x < 3y.$

$3y > 3x > y.$