

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.
2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC , если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.
б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED .
5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1, BD = 3$.
6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leq x \leq 21, 1 \leq y \leq 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.1. a, b, c - геом прогресс. $\Rightarrow b = ad$; $c = ad^2$;

$$ax^2 + 2bx + c = 0$$

$$ax^2 + 2 \cdot adx + ad^2 = 0$$

$$x^2 + 2dx + d^2 = 0.$$

$$\frac{D}{4} = d^2 - d^2 = 0.$$

$x = -1$ - четв. член геом прогресс.

$$a(-1)^2 + 2b(-1) + c = 0$$

$$a - 2b + c = 0$$

$$a + ad^2 = 2ad$$

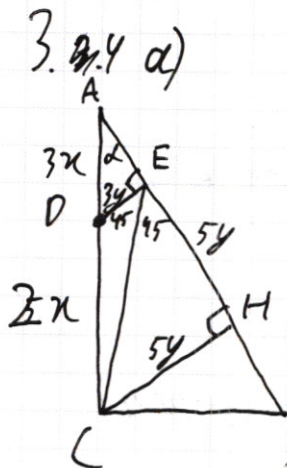
$$1 + d^2 = 2d$$

$$(d-1)^2 = 0.$$

$$d = 1$$

$$\begin{cases} x = -1 = ad \\ c = ad^2 \end{cases} \Rightarrow c = -1$$

Ответ: $c = -1$.



Дано: $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$; $\angle CEB = 45^\circ$; $ED \perp AB$ Найти:

$\angle C = ?$ Проведём высоту CH

1) $\angle CEN = \angle DEB - \angle CED = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CEN$ - равност. $\Rightarrow CH = EN$.

2) $\triangle DEA \sim \triangle CAH$ (по 2 углам)

$\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CH} \Rightarrow \frac{DE}{CH} = \frac{3}{5} \Rightarrow EN = 5y$.

$$3) \frac{AE}{AH} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{AE}{EH+AE} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{AE}{5y+AE} = \frac{3}{5}; 5AE = 15y + 3AE; AE = \frac{15}{2}y.$$

$$4) \operatorname{tg} \angle = \frac{EH}{AH} = \frac{EH}{AE+EH} = \frac{5y}{\frac{15}{2}y+5y} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}.$$

Ответ: ~~10~~ $\frac{2}{5} = \operatorname{tg} \angle$.

б) Дано: $AC = \sqrt{29}$; Найти: $S_{CED} = ?$

$$1) AC = 5x = \sqrt{29}; x = \frac{\sqrt{29}}{5}$$

$$2) 9x^2 = 9y^2 + \frac{225}{4}y^2 \quad (\text{Т. пифагора } \triangle AED)$$

$$\frac{9}{25} \cdot 29 = y^2 \left(\frac{36}{4} + \frac{225}{4} \right)$$

$$\frac{261}{25} = y^2 \cdot \frac{261}{4}$$

$$y^2 = \frac{4}{25}; y = \frac{2}{5}$$

$$3) CE^2 = 25y^2 + 25y^2 \quad (\text{пифагор } \triangle CEH)$$

$$CE^2 = 4 + 4$$

$$CE = 2\sqrt{2}$$

$$4) S_{CED} = \frac{1}{2} DE \cdot CE \cdot \sin \angle DEC = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{6}{5} \quad (DE=3y)$$

Ответ: $S_{CED} = \frac{6}{5}$.

3.5.

Дано: AB - диам.; BC - каск. к ω ; $BD=3$; $DC=1$.

Найти: $R_{\omega} = ?$; $R_{\Omega} = ?$; $S_{*BACE} = ?$

$\Gamma - \epsilon$:

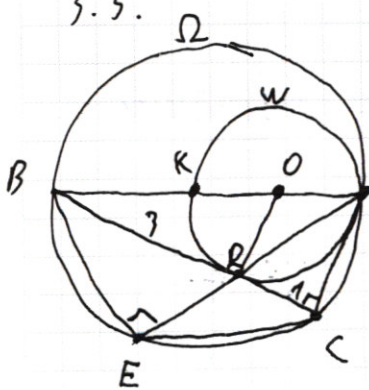
$$1) BD^2 = BK \cdot BA = (BA - KA) \cdot BA \quad (BD - \text{каск к } \omega)$$

$$9 = (BA - KA) \cdot BA$$

$$2) \angle BCA = 90^\circ \quad (\text{опирается на диам. } BA)$$

3) AK - диам. ω (т.к. касается Ω в т. A и BA - диам.)

\Rightarrow если O - центр. ω $\Rightarrow OD = \frac{1}{2} AK$ и $OD \perp BC$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) $\triangle BDO \sim \triangle BCA$ (по 2-м углам)

$$\frac{BD}{BC} = \frac{BO}{BA}, \quad \frac{3}{4} = \frac{BA - \frac{1}{2}AK}{BA}; \quad BA = 2AK; \quad \frac{BD}{BC} = \frac{OD}{AC}; \quad \frac{3}{4} = \frac{\frac{1}{2}AK}{CA}$$

5) $S = (2AK - AK) \cdot 2AK$

$$S = 2AK^2$$

$$AK = \frac{3}{\sqrt{2}}; \quad BA = 3\sqrt{2} \Rightarrow R_w = \frac{3}{2\sqrt{2}}; \quad R_{\Omega} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

6) $\frac{3}{4} = \frac{AK}{2CA}$

$$\frac{3}{2} = \frac{\frac{3}{\sqrt{2}}}{CA}; \quad CA = \sqrt{2}$$

7) $DA^2 = DC^2 + AC^2$ ($\triangle DCA$)

$$DA = \sqrt{1 + 2} = \sqrt{3}$$

8) $\triangle BED \sim \triangle BCA$ (по углам ($\angle B^E A = 90^\circ$ м.к. BA - гиа.))

$$\frac{S_{ADC}}{S_{BED}} = \left(\frac{DA}{BD}\right)^2 = \frac{1}{3}; \quad S_{ADC} = S_1; \quad S_{BED} = 3S_1$$

9) $\triangle BDA \sim \triangle EDC$ (по углам ($\angle BAE = \angle BCE$ (на одну ногу) и $\angle BDA = \angle EDC$))

$$\frac{S_{EDC}}{S_{BDA}} = \left(\frac{DC}{DA}\right)^2 = \frac{1}{3}; \quad S_{EDC} = S_2; \quad S_{BDA} = 3S_2$$

10) $3S_1 + 3S_2 = S_{BDE} + S_{BDA} = S_{BEA} = \frac{1}{2} BE \cdot EA = \frac{1}{2} BE$

$$S_1 + 3S_2 = S_{DAC} + S_{BAD} = S_{BAC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 4 = 2\sqrt{2}$$

11) $S_1 = S_{DAC} = \frac{1}{2} AC \cdot CD = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

12) $S_{BECA} = S_{BED} + S_{BDA} + S_{ADC} + S_{CDE} = 3S_1 + 3S_2 + S_1 + S_2 = 4S_1 + 4S_2 =$
 $= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 4 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{4}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{2} = \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$

$$S_{BECA} = 4\sqrt{2}$$

Ответ: $R_{\Omega} = \frac{3}{\sqrt{2}}$; $R_{\omega} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$; $S_{BECA} = 4\sqrt{2}$.

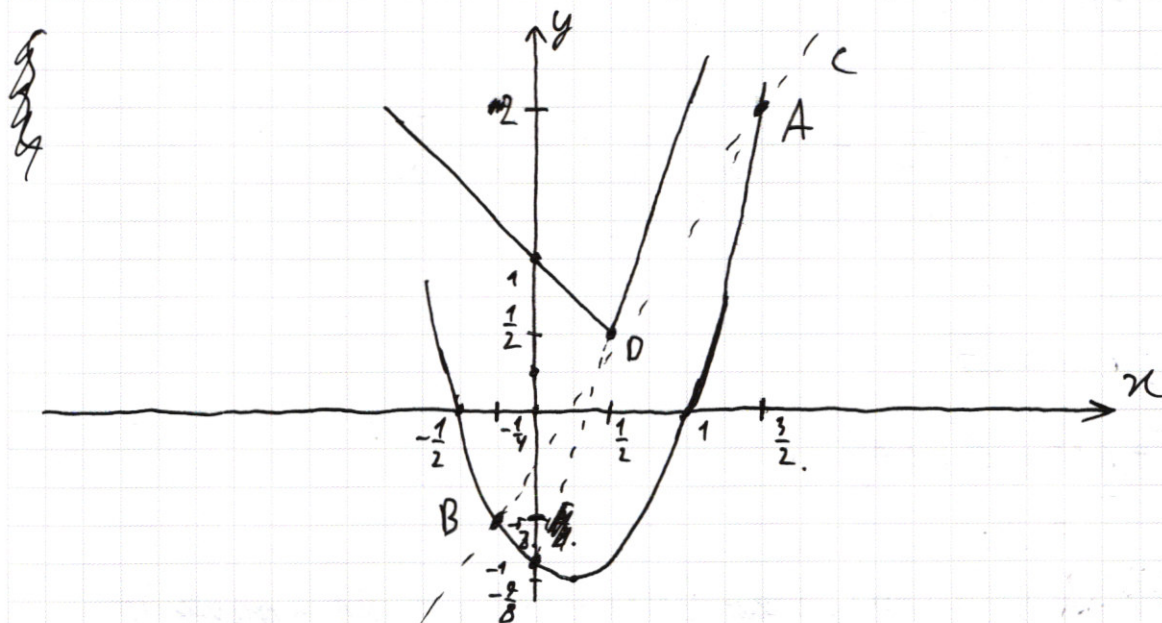
$$3.6. \quad 2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|.$$

$$x \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right].$$

$$x \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x - 1 \leq ax + b \\ ax + b \leq -x + 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x - 1 \leq ax + b \\ ax + b \leq 3x - 1. \end{cases}$$



Построение параболы:

$$2x^2 - x - 1 = 0.$$

Нули: $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = 1$.

$$y = -1.$$

Вершина: $x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$.

$$y_0 = 2x_0^2 - x_0 - 1 = -\frac{9}{8}.$$

Прямая c ~~не~~ имеет.

уравнение: $y = kx + d$.

$$\begin{cases} 2 = k \cdot \frac{3}{2} + d. \quad (1) \text{ (точка A)} \\ -\frac{5}{8} = -\frac{1}{2}k + d. \quad (2) \text{ (точка B)} \end{cases}$$

(1) - (2):

$$2 + \frac{5}{8} = \frac{3}{2}k + \frac{1}{2}k$$

$$\frac{21}{8} = \frac{4}{2}k; \quad k = \frac{3}{2} \Rightarrow 2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} + d.$$

$$d = -\frac{1}{4}.$$

Заметим что точка D ~~не~~ лежит на прямой c

$$\left(\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \text{Если мы поворачиваем точку A или B по}$$

оси y \Rightarrow будет ~~не~~ x при котором ~~кажд~~ $kx + d > x + |2x - 1|$

Если опустим ~~не~~ ^{по оси y} \Rightarrow будет x при котором $kx + d < 2x^2 - x - 1$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⇒ Прямая подходящая к условию единственна и её уравнение: $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$. ⇒

Ответ: ~~...~~ $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$

3.2.

Биссектриса $\angle A$ не ~~может быть~~ медианой $\angle A$.

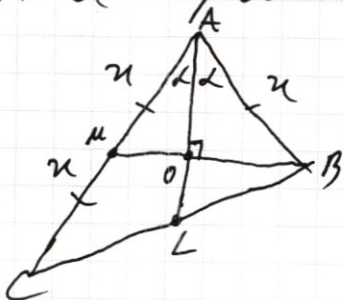
иначе биссектриса делит угол A на ~~два~~ 2α где $\alpha > 90$.
⇒ $2\alpha > 180$ ⇒ это не Δ .

Биссектриса $\angle A$ не может быть \perp медиане $\angle C$ и $\angle B$. если \perp тогда медианы параллельны м.к. угол между ними и $\text{дел.} = 90$.

Если A выше прямой CB ⇒ медиана CB не параллельна мед.

из C . Аналогично если между CB и CA внешняя точка A .)

Из ~~этих~~ этих двух утверждений следует, что ~~не существует~~ ~~ортогональной~~ ~~биссектрисы~~ ~~и~~ ~~медианы~~ ~~в~~ ~~равностороннем~~ ~~треугольнике~~ ~~и~~ ~~неравностороннем~~.



м.к. $\angle OBA$ и $\angle OMA = 90 - \alpha$. ⇒ $\triangle OAB$ - равно-
деф. ⇒ $AB = OA = OB = x$.

$\frac{CA}{AB} = \frac{CL}{LB}$ (AL - биссектриса) ⇒ $CL = 2y$
 $BL = y$.

$$\Rightarrow P_{ABC} = 3y + 3x = 1200$$

$$\Rightarrow x + y = 400.$$

~~из~~ неравенства $\Delta > 0$ \Rightarrow

что: $3x > 3y \Rightarrow x > y.$

$$2x < x + 3y \Rightarrow x < 3y.$$

тогда y принимает значения ~~от~~

$$y \in (100; 200) \text{ (если } y \leq 100 \Rightarrow \cancel{x} \leq 300 \Rightarrow$$

$$x + y < 400; \text{ если } y \geq 200 \Rightarrow x > 200$$

$$\Rightarrow x + y > 400).$$

$\Rightarrow y$ принимает ~~значения~~ 198 значений и на каждое x принимает 1 значение \Rightarrow всего ~~на~~ ~~так~~ ~~нужно~~ ~~на~~ Δ 198.

Ответ: 198.

$$3.3. \begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 2 - 2x + 2 = \sqrt{x(y-2) - (y-2)} \\ 2x^2 - 4x + 2 + y^2 - 4y + 4 - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-2) - 2(x-1) = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-2) - 2(x-1) = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-2) - 2(x-1) = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3. \end{cases}$$

$$x-1 = a$$

$$y-2 = b.$$

$$\begin{cases} b - 2a = \sqrt{ab} \quad |^2 \\ 2a^2 + b^2 = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 - 4ab + 4a^2 = ab \\ 2a^2 + b^2 = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 3 \\ b = \sqrt{3 - 2a^2} \end{cases}$$

ооф

$$\begin{cases} xy - 2x - y + 2 \geq 0. \\ (y-2)(x-1) \geq 0. \end{cases}$$

т.к.

$$\sqrt{xy - 2x - y + 2} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y - 2x \geq 0 \Rightarrow y \geq 2x.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$\begin{cases} 3-2a^2 - 4a\sqrt{3-2a^2} + 4a^2 = a\sqrt{3-2a^2} \\ 3-5a\sqrt{3-2a^2} + 2a^2 = 0 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} 4a^2 - 5ab + b^2 = 0 \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} 4a^2 - 5ab + b^2 = 0 \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases}$$~~

~~$$2a^2 + b^2 = 3$$~~

~~$$\begin{cases} 2a^2 - 5ab + b^2 = 0 \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases}$$~~

~~$$b^2 = 25a^2 - 24$$~~

~~$$D = 25b^2 - 16b^2 = 9b^2$$~~

~~$$a_1 = \frac{5b+3b}{8}$$~~

~~$$a_2 = \frac{5b-3b}{8}$$~~

~~$$a_1 = b$$~~

~~$$a_2 = \frac{1}{4}b. \quad \# \quad x-1 = \frac{1}{4}y - \frac{1}{2} \Rightarrow y = 4x-2$$~~

~~$$2b^2 + b^2 = 3$$~~

~~$$b^2 = 1$$~~

~~$$b = \pm 1; a = \pm 1$$~~

~~$$2 \cdot \frac{1}{16}b^2 + b^2 = 3$$~~

~~$$\frac{9}{8}b^2 = 3$$~~

~~$$b^2 = \frac{8}{3}$$~~

~~$$b = \pm 2\sqrt{\frac{2}{3}}; a = \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$$~~

~~$$\begin{cases} 1 = x-1 \\ 1 = y-2 \end{cases} \quad \begin{cases} -1 = x-1 \\ -1 = y-2 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$$~~

~~но $y \geq 2x$~~

~~$$\begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} = x-1 \\ 2\sqrt{\frac{2}{3}} = y-2 \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} = x-1 \\ -2\sqrt{\frac{2}{3}} = y-2 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} \\ y = 2\sqrt{\frac{2}{3}} + 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} + 1 \\ y = -2\sqrt{\frac{2}{3}} + 2 \end{cases}$$~~

~~но $y \geq 2x \Rightarrow$~~

~~$$-2\sqrt{\frac{2}{3}} + 2 \geq -\sqrt{\frac{2}{3}} + 2$$~~

Ответ: $(0; 1); (1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}; 2\sqrt{\frac{2}{3}} + 2)$

3.7. $b(1) = 0$. Имеем $b(\frac{c}{2}) = b(c) + b(\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow b(c) = +b(\frac{1}{2})$

$b(\frac{x}{y}) = b(x) + b(\frac{1}{y}) = b(x) - b(y) = b(p_1 \cdot p_2 \dots p_n) - b(q_1 \cdot q_2 \dots q_m) =$
 $= b(p_1) + b(p_2) + \dots + b(p_n) - b(q_1) - b(q_2) - \dots - b(q_m) =$
 $= [\frac{p_1}{2}] + [\frac{p_2}{2}] + \dots + [\frac{p_n}{2}] - [\frac{q_1}{2}] - [\frac{q_2}{2}] - \dots - [\frac{q_m}{2}] \Rightarrow$

q_i и p_i - простые.
простые.

x	$b(x)$
1	0
2	1
3	1
4	2
5	2
6	2
7	3
8	3
9	2
10	3
11	5
12	3
13	6
14	4
15	3
16	6
17	8
18	3
19	9
20	4
21	4

$\Rightarrow b(x) < b(y)$

при $b(x)$

при $b(y)$

$b(x) = 1$; $b(x) = 2$;
 $1 \cdot 20$ - варианты. $2 \cdot 18$ $4 \cdot 14$

$b(x) = 3$; $b(x) = 4$; $b(x) = 5$;

$6 \cdot 8$ $3 \cdot 5$ $1 \cdot 9$

$b(x) = 6$; $b(x) = 7$; $b(x) = 8$

$2 \cdot 2$ $1 \cdot 1$

Итого: $1 \cdot 20 + 2 \cdot 18 + 4 \cdot 14 + 6 \cdot 8 + 3 \cdot 5 + 1 \cdot 9 +$
 $+ 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 20 + 36 + 56 + 48 + 15 + 9 + 1 =$
 $= 56 + 104 + 19 + 5 = 160 + 24 = 184$

Ответ: 184 варианта.

$$y - 2x$$

$$(y-2)(x-1) = \cancel{y-2} \cdot \cancel{x-1} = y-2x$$

$$y-2x = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$2a^2 + b^2 = 3$$

$$b = \sqrt{3 - 2a^2}$$

$$y - 2x = y - 2 \cdot -2x + 2 = y - 2 - 2(x-1) \quad (\cancel{2x})$$

~~4/2~~

$$a, b > 0 \in \mathbb{R} \quad b\left(\frac{y}{x}\right) = b(y) + b\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

$$b(\alpha b) = b(\alpha) + b(b) \quad -b(y) = b(y) \quad \left|b\left(\frac{1}{x}\right)\right| > b(x)$$

$$b(p) = \left[\frac{p}{2}\right]$$

$$x, y \in \mathbb{N} \quad 1 \leq x, y \leq 21 \quad \frac{1}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \cancel{0} + b\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$$

$$y = \frac{1}{y} \quad a = x \quad b = \frac{1}{y}$$

$$b(3 \cdot 2) = 1 + 1 = 2$$

$$b(3 \cdot 5) = 1 + 2 = 3$$

$$b\left(\frac{5}{2}\right) = 2 + 1 = 3$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 11 \quad 13 \quad 17 \quad 19$$

$$b\left(\frac{x}{y}\right) = b(x) + b\left(\frac{1}{y}\right) < 0$$

$$b(xy) > 0$$

$$b(\alpha b) = b(\alpha) + b(b)$$

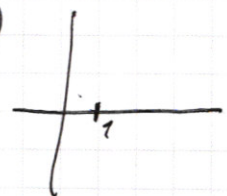
$$b(b) \in (b\left(\frac{1}{21}\right); b(1))$$

$$b(\alpha(b+1)) = b(\alpha) + b(b+1)$$

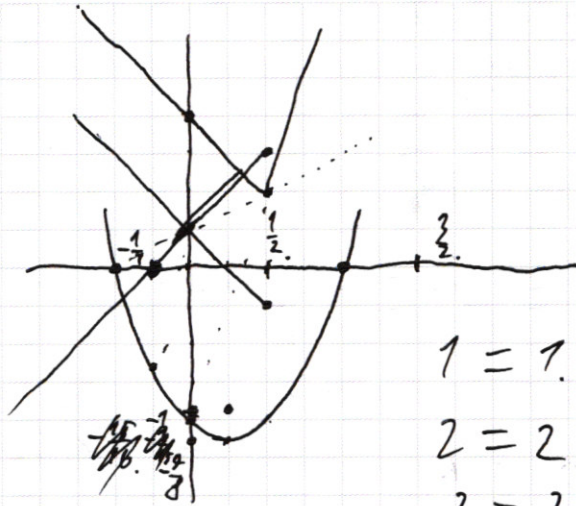
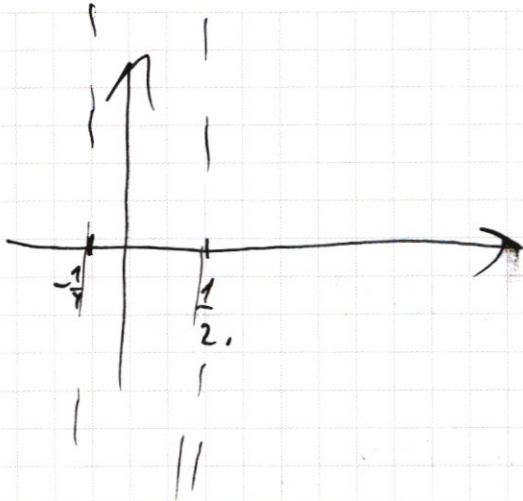
$$b(b) \in [b\left(\frac{1}{21}\right); 0)$$

~~4/2~~

$$b\left(\frac{1}{x}\right) =$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$1 = 1.$ $y = 2 \cdot 2.$
 $2 = 2$
 $3 = 3.$

$P = 1200$ см. ч. 5

$2 \frac{2}{4}$

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1.$

$\frac{6}{2}$

32.

a и $b. > 0.$

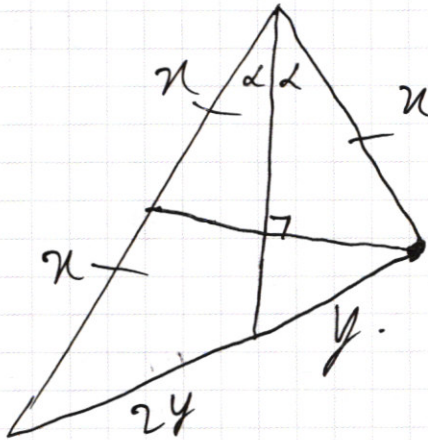
$b(ab) = b(a) + b(b)$

$f(p) = [p/2]$

$1 \leq x \leq 21.$

$1 \leq y \leq 21.$

$b(\frac{x}{y}) < 0.$



4

11

13

17

19.

$x + y = 400.$ 20 +

$x > y.$

$x < 3y$

$y \in (100; 200)$

$f(1) = 0.$

$f(2) = 1.$

$f(3) = 1.$

$f(4) = 2$

5

3)

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

ооор.

$$xy - 2x - y + 2 \geq 0.$$

$$y \geq 2x.$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 4x + 2 + y^2 - 4y + 4 - 3 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3. \end{cases}$$

$$2x^2 - 2x + (x-1)$$

$$\begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2. \end{cases}$$

$$2x(x-1)$$

$$y^2 - 5xy + 4x^2 + 2x + y - 2 = 0.$$

$$(y-2x)^2 + 2x - xy + y - 2.$$

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + (2x-1)$$

$$-x(xy-2) + (y-2) \quad \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right].$$

$$(y-2x)^2 + (y-2)(1-x) = 0. \quad \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right].$$

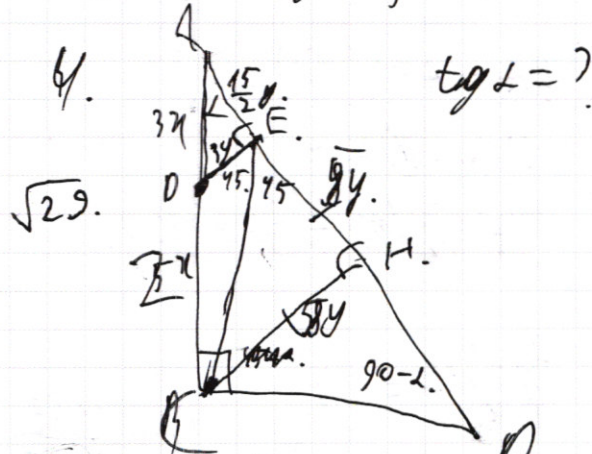
$$\begin{cases} (y-2x)^2 = (y-2)(x-1) \end{cases}$$

$$ax + b \leq x + 1 \leq -x + 1.$$

$$\begin{cases} 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3. \end{cases}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{100} - 1.$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2}$$



$$\frac{3x}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{CB}$$

$$\frac{2y}{2y+2x} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{p}{29} = \frac{9}{26.1}$$

$$\frac{z}{z+d} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1.$$

$$8z = 3z + 24.$$

$$\frac{3}{8} - 1.$$

$$5z = 24$$

$$z = \frac{24}{5}$$

$$g\left(\frac{225}{y} + 9\right) = \frac{9}{25} \cdot 29.$$

$$\frac{36}{26.1} \quad y^2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{25} \quad y = \frac{2}{5}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$ax^2 + 2bx + c = 0.$$

$$a; ad; ad^2.$$

$$ax^2 + 2adx + ad^2 = 0.$$

$$x^2 + 2dx + d^2 = 0.$$

$$D = 4d^2 - 4d^2 = 0.$$

$$x = -d - 1.$$

$$ad^2 = -1.$$

$$ad^3 = -1.$$

$$a - 2b + c = 0.$$

$$a = 2b - c$$

(2)

$$9 + 3$$

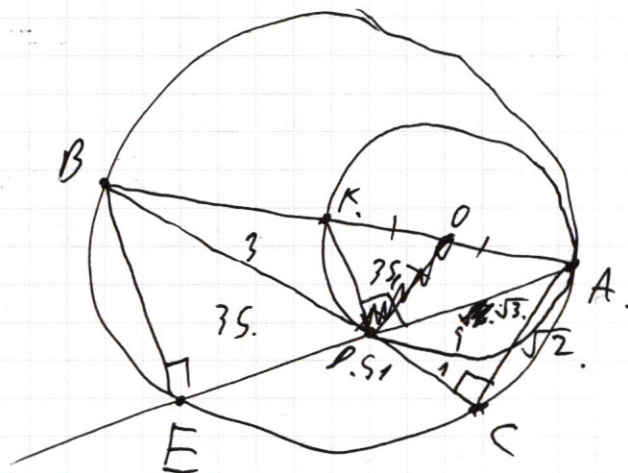
$$6.$$



$$AK \cdot 2AK = 9.$$

$$AK = \frac{3}{\sqrt{2}}; BA = 3\sqrt{2}.$$

$$a = 0.$$



$$(BA - AK)(BA) = 9.$$

$$DA \cdot DE = 3.$$

$$(BA - \frac{1}{2}AK)^2 = \frac{1}{4}AK^2 = 9.$$

$$\frac{BA - \frac{1}{2}AK}{\frac{1}{2}AK} = \frac{3}{1}.$$

$$S = \frac{4\sqrt{2}}{3} +$$

$$4BA - 2AK = 3BA + \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

$$BA = 2AK.$$

$$4\sqrt{2}.$$