МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №1

Пусть x_1 - 4-ый член этой прогрессии

Тогда имеется следующая последовательность: $a; b; c; x_1$

$b = \sqrt{ac} \Rightarrow b^2 = ac$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$D_1 = b^2 - ac = ac - ac = 0$

Т.к. $D_1 = 0$, то уравнение имеет только один корень

Значит по т. Виета: $\begin{cases} x_1^2 = \frac{c}{a} \\ 2x_1 = -\frac{2b}{a} \end{cases}$

Также если это геометрическая последовательность, то

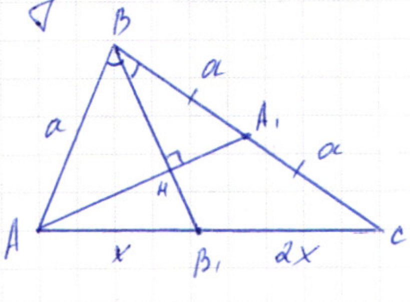
$b = a\cdot q$; $c = a\cdot q^2$; $x_1 = aq^3$

$\Rightarrow \begin{cases} a^2 q^6 = \frac{a\cdot q^2}{a} \\ 2\cdot aq^3 = -\frac{2\cdot a\cdot q}{a} \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 q^4 = 1 \\ aq^2 = -1 \end{cases}$

Т.к. $c = a\cdot q^2$, то $c = -1$

Ответ: -1

Задание №2



Решение: Пусть $BA_1 = A_1C = a$

$\triangle ABA_1$: Т.к. $BH \perp AA_1$; BH - биссектриса, то

$\triangle ABA_1$ - равнобедренный $\Rightarrow AB = BA_1 = a$

Т.к. BB_1 - биссектриса, то $\frac{AB_1}{AB} = \frac{B_1C}{BC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AB_1}{B_1C} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$

Пусть $AB_1 = x$, тогда $B_1C = 2x$

Составлю систему, в которой учту все неравенства треугольника

$$\begin{cases} 2a + a + x + 2x = 1200 \\ 2a < a + 3x \\ a < 2a + 3x \\ 3x < 3a \quad \Big| \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} a + x = 400 \\ a < 3x \\ -a < 3x \\ x < a \end{cases} \quad \begin{cases} x = 400 - a \\ a < 3(400 - a) \\ -a < 3(400 - a) \\ 400 - a < a \end{cases} \quad \begin{cases} x = 400 - a \\ a < 1200 - 3a \\ -a < 1200 - 3a \\ 2a > 400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 400 - a \\ a < 300 \\ a < 600 \\ a > 200 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 400 - a \\ a > 200 \\ a < 300 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 400 - x \\ 400 - x > 200 \\ 400 - x < 300 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 400 - x \\ x < 200 \\ x > 100 \end{cases}$$

$\Rightarrow a \in (200; 300)$; $x \in (100; 200)$

Значит таких треугольников может быть $300 - 200 - 1 = 99$

Ответ: 99

Задание №3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

условие:

$$\begin{cases} y - 2x \geq 0 \\ xy - 2x - y + 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ x(y-2) - (y-2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ (y-2)(x-1) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y - 2 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y - 2 \leq 0 \\ x - 1 \leq 0 \end{cases} \end{array} \right. \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 2x \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \geq 2 \\ x \geq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} y \leq 2 \\ x \leq 1 \end{cases} \end{array} \right. \end{cases}$$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$y^2 - 4y + 4 + 2x^2 - 4x + 2 - 3 = 0$

$(y-2)^2 + 2(x-1)^2 = 3$

Т.к. $(y-2)^2 \geq 0$; $(x-1)^2 \geq 0$, то есть 4 случ.

1) $\begin{cases} (y-2)^2 = 1 \\ 2(x-1)^2 = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 3 \\ y = 1 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array} \right. \end{cases}$ $\Rightarrow$ из условия: $(0; 1)$ ✓

2) $\begin{cases} (y-2)^2 = 2 \\ 2(x-1)^2 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 4 \\ y = 0 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} x - 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x - 1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{array} \right. \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 4 \\ y = 0 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array} \right. \end{cases}$

$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \in (1; 2) \Rightarrow 2\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \in (2; 4)$

Значит если $y = 4$, то подходит $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}; 4\right)$ ~~Х~~, но если подставить в 1-ое уравнение, то равенство нет

$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \in (0; 1) \Rightarrow 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \in (1; 2)$, т.к. $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} > 0{,}5$ $\Rightarrow$ подходит $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}; 4\right)$ ~~Х~~

но если подставить в 1-ое уравнение, то равенство нет.

3) $\begin{cases}(y-2)^2=3\\ 2(x-1)^2=0\end{cases}$ $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}y=2+\sqrt{3}\\ y=2-\sqrt{3}\end{array}\right.\\ x=1\end{cases}$

Если $y=2+\sqrt{3}$, то $y\geq 2$, а также $y\geq 2\cdot x$ => подходит $(1; 2+\sqrt{3})$ ✗ но если подст. в 1-ое уровнении, то равенство не

Если $y=2-\sqrt{3}$, то $y<1$ => $y<2\cdot x$, т.е. не подходит

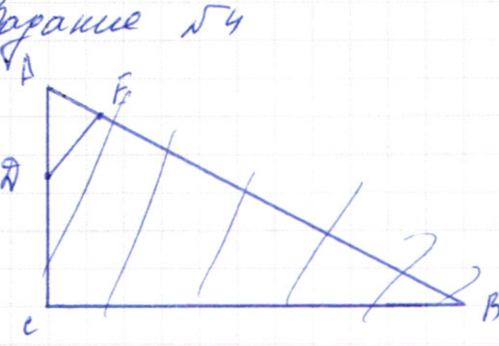
4) $\begin{cases}(y-2)^2=0\\ 2(x-1)^2=3\end{cases}$ $\begin{cases}y=2\\ \left[\begin{array}{l}x-1=\sqrt{\frac{3}{2}}\\ x-1=-\sqrt{\frac{3}{2}}\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases}y=2\\ \left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{\frac{3}{2}}\\ x=1-\sqrt{\frac{3}{2}}\end{array}\right.\end{cases}$

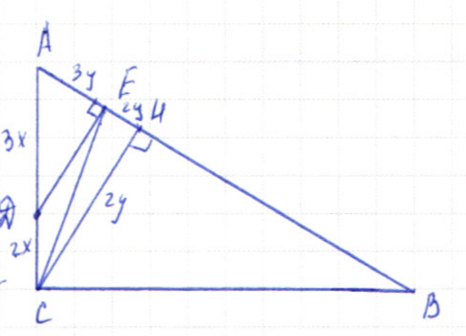
Если $x=1+\sqrt{\frac{3}{2}}$, то $x>2$, но тогда $y<2\cdot x$, т.е. не подходит

Если $x=1-\sqrt{\frac{3}{2}}$, то $x<0$ => $y>2\cdot x$, т.е. подходит $(1-\sqrt{\frac{3}{2}}; 2)$ ✗, но если подставить в 1-ое уравн, то равне будет

Ответ: $(0;1)$; $\cancel{(1-\frac{1}{\sqrt{2}}; 4)}$; $\cancel{(1; 2+\sqrt{3})}$; $\cancel{(1-\sqrt{\frac{3}{2}}; 2)}$

Задание №4





Дано: $\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}$

$DE\perp AB$; $\angle CED=45^\circ$

б) $AC=\sqrt{29}$

Найти: а) $tg\angle BAC$ - ?

б) $S_{\triangle CED}$ - ?

Доп. постр.: $CH\perp AB$

а) Т.к. $DE\perp AB$; $CH\perp AB$, то $DE\parallel CH$ => $\frac{AE}{EH}=\frac{AD}{DC}=\frac{3}{2}$ по т. Фалеса.

Т.к. $\angle DEB=90^\circ$; $\angle CED=45^\circ$, то $\angle CEB=45^\circ$

Т.к. $\angle CEB=45^\circ$, $CH\perp AB$, то $\angle ECH=45^\circ$, т.е. $\triangle EHC$ - равнобедренный

=> $EH=HC=2y$

$\triangle ACH$: $tg\angle BAC=\frac{CH}{AH}=\frac{2y}{5y}=0{,}4$

б) $tg\angle BAC+1=\frac{1}{\cos\angle BAC}$

$\frac{7}{5}=\frac{1}{\cos\angle BAC}$ => $\cos\angle BAC=\frac{5}{7}$. Значит $AE=AC\cdot\cos\angle BAC=\frac{5\sqrt{29}}{7}$

$\sin\angle BAC = \sqrt{1-\cos^2 BAC}$

$\sin\angle BAC = \sqrt{1-\frac{25}{49}} = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{2\sqrt6}{7}$

$\Rightarrow S_{\Delta AEC} = \frac{1}{2}\cdot AC\cdot AE\cdot \sin\angle BAC$

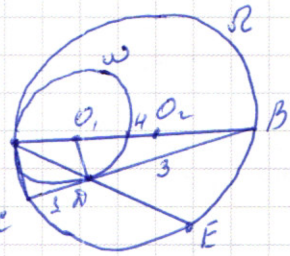
$S_{\Delta AEC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{29}\cdot 5\cdot\sqrt{29}}{7}\cdot\frac{2\sqrt6}{7} = \frac{290\sqrt6}{28}$

$\frac{S_{\Delta CED}}{S_{\Delta AEC}} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{\Delta CED} = \frac{S_{\Delta AEC}\cdot 2}{5}$

$S_{\Delta CED} = \frac{\frac{290\sqrt6}{14}}{5} = \frac{290\sqrt6}{70} = \frac{29\sqrt6}{7}$

Ответ: а) 0,4; б) $\frac{29\sqrt6}{7}$

Задание №5



Решение: $\angle ACB = 90°$, т.к. опирается на диаметр.

$O_1D \perp CB$, т.к. радиус окружности перпендикулярен касательной.

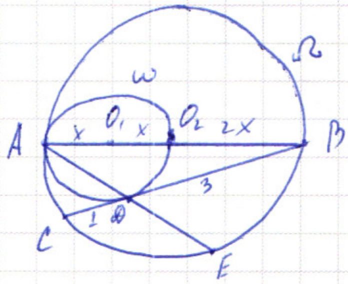
Т.к. $AC \perp BC$; $O_1D \perp BC$, то $AC \parallel O_1D$

Т.к. $\frac{CD}{DB} = \frac{1}{3}$, то $\frac{AO_1}{O_1B} = \frac{1}{3}$ по т. Фалеса.

Пусть $AO_1 = x$, тогда $O_1B = 3x$.

Т.к. $AO_1 = O_1H$, то $O_1H = x \Rightarrow AH = 2x$; $HB = 2x$.

Такое возможно, если $H = O_2 \Rightarrow \omega$ проходит через центр Ω.



$BD = BO_2\cdot AB$

$3 = 2x\cdot 4x$

$3 = 8x^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt3}{2\sqrt2}$, с учётом смысла

$\Rightarrow r_\omega = \frac{\sqrt3}{2\sqrt2}$; $r_\Omega = 2\cdot r_\omega = \sqrt{\frac{3}{2}}$

Ответ: $r_\omega = \frac{\sqrt3}{2\sqrt2}$; $r_\Omega = \sqrt{\frac{3}{2}}$

Задание №6

$2x^2 - x - 3 \le ax + b \le x + |2x-3|$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = 2x^2 - x - 1$

$x_B = -\frac{b}{2a}$; $x_B = \frac{1}{4}$

$y_B = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - 1 = -\frac{9}{8}$

$y\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} - 1 = -\frac{5}{8}$

$y(1) = 2 - 1 - 1 = 0$

$y\left(\frac{3}{2}\right) = 2\cdot\frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1 = 2$

$y(0) = -1$

$y = x + |2x-1|$

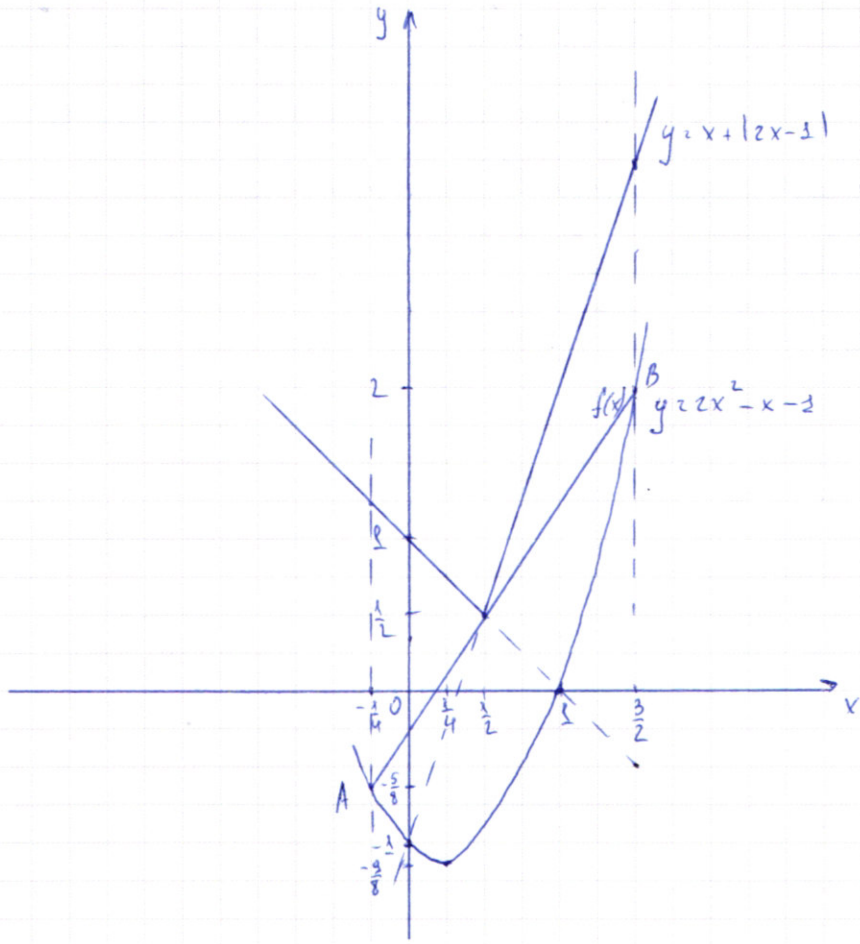
$y = \begin{cases} 3x-1, & x \geq \frac{1}{2} \\ 1-x, & x < \frac{1}{2} \end{cases}$

$y = 3x - 1$

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
y	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$

$y = 1 - x$

x	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$



По графику видно, что прямая $y = ax + b$ должна быть ниже $y = x + |2x-1|$ и выше $y = 2x^2 - x - 1$.

Проведу прямую ~~f(x)~~ $f(x)$, которая соединяет точки A и B. Видно, что, если взять прямую выше, то 2-ое неравенство нарушается, а если ниже, то 1-ое неравенство нарушается. Поэтому это:

$f(x) = ax + b$

$\begin{cases} 2 = \frac{3}{2}a + b \\ -\frac{5}{8} = -\frac{1}{4}a + b \end{cases} \quad \begin{cases} 4 = 3a + 2b \\ 5 = 2a - 8b \end{cases} \quad + \begin{cases} 16 = 12a + 8b \\ 5 = 2a - 8b \end{cases}$

$21 = 14a \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

$5 = 2 \cdot \frac{3}{2} - 8в$

$8в = -2$

$в = -\frac{1}{4}$

$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}a - \frac{1}{4}$

Точка $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ є $f(x)$ $(\frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4})$ $\Rightarrow f(x)$ косается графика

$y = x + |2x-1|$ и лежит ниже его, т.е. если взять выше

2-ое неравенство нарушится.

Значит $a = \frac{3}{2}$; $в = -\frac{1}{4}$

Ответ: $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$

Задание №7

Если $f(\frac{x}{y}) < 0$ ~~то х~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1:

$ax^2+2bx+c=0$

$D_1=b^2-ac=ac-ac=0$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-ac}}{a}$

$x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-ac}}{a}$

$c=\sqrt{b\cdot\frac{-b+\sqrt{b^2-ac}}{a}}$

$a;\ b;\ c;\ x$

$b=aq$

$c=aq^2;\ x=aq^3$

$b=\sqrt{ac}$

$c=\sqrt{bx_1}$ или $c=\sqrt{bx_2}$

$c=\sqrt{aq\cdot aq^3}$

$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}=\frac{aq^2}{a}=q^2$

$x_1+x_2=-\frac{2b}{a}=-\frac{2aq}{a}=-2q$

$x_1\cdot aq^3=q^2$

$x_1+aq^3=-2q$

$\begin{cases} aq=1 \\ aq^2=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} aq=1 \\ q=-2 \end{cases}$ $a=-\frac{1}{2}$ $\begin{cases} a^2q^6=q^2 \\ 2aq^3=-2q \end{cases}$ $\begin{cases} a^2q^4=1 \\ 2a\underbrace{aq^2}_{c}=-1 \end{cases}$

$\boxed{c=-1}$

$\Rightarrow a=-\frac{1}{2};\ b=1;\ c=-2;\ d=4$

$-\frac{1}{2}x^2+2x-2=0$

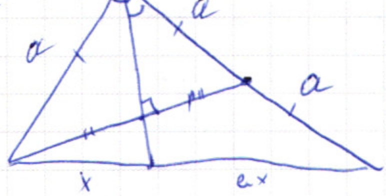
$x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$D=b^2-ac=ac-ac=0$

если $D=0$, то по т. Виета

№2



$x=1;\ a=399$

$\begin{cases} 3a+3x=1200 \\ 2a<a+3x \\ a<2a+3x \\ 3x<3a \end{cases}$ $\begin{cases} a+x=400 \\ a<3x \\ -a<3x \\ x<a \end{cases}$ $\begin{cases} a=400-x \\ a<3(400-a) \\ -a<3(400-a) \\ 400-a<a \end{cases}$ $x=400-a$

$\begin{cases} x=400-a \\ a<300 \\ a<600 \\ a>200 \end{cases}$ $a<300$ $a<600$ $\Rightarrow$ таких треугольников 99

$\Rightarrow a\in(200;300)$ ~~тогда~~ $a=299$, то $x=101$

$\begin{cases} x=400-a \\ a<1200-3a \\ -a<1200-3a \\ 2a>400 \end{cases}$ $\begin{cases} x=400-a \\ 2400-6a>0 \\ a>200 \end{cases}$ $\begin{cases} x=400-a \\ a<400 \\ a>200 \end{cases}$

$\Rightarrow a\in(200;400)$

т.к. $x=400-a$, то $x\in(0;200)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

3) $\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \\ 2x^2-4x+y^2-4y+3=0 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2-5xy+4x^2+2x+y-2=0 \\ y^2-4y+3+2x^2-4x=0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=3 \\ y=1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases}$

$1-\frac{1}{\sqrt2}$ 4 $\frac12$

$-\frac{1}{\sqrt2}$ $4-\frac12$

$-\frac{1}{\sqrt2}$ $4-\frac{1}{\sqrt4}$

Если $(0;3)$: $3=\sqrt{-3+2}$

$3=\sqrt{-1}$ $\varnothing$

Если $(0;1)$: $1=\sqrt{-1+2}$

$1=1$ $\Rightarrow (0;1)$ V

Если $(2;3)$: $-1=\sqrt{\ }$

$\varnothing$

Если $(2;1)$ $\varnothing$

~~Если $\left(\frac32;0\right)$: $\frac32=\sqrt{\ }$~~

Если $\left(\frac32;4\right)$: $4-3=\sqrt{6-3-4+2}$

$1=\sqrt1$

$\Rightarrow \left(\frac32;4\right)$ V

Если $\left(\frac12;4\right)$: $4-1=\sqrt{2-1-4+2}$

$3=\sqrt{-1}$

$\varnothing$

$y^2-4y+4+2x^2-4x-1=0$

$y^2-4y+4+2x^2-4x+2=0$

$y^2-4y+4+2x^2-4x+2-3=0$

$(y-2)^2+2(x-1)^2=3$

$3=1+2$

$3=2+1$

$3=0+3$

$3=3+0$

$\begin{cases} (y-2)^2=1 \\ 2(x-1)^2=2 \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} y=3 \\ y=1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

$\begin{cases} (y-2)^2=2 \\ 2(x-1)^2=1 \end{cases}$ $y=4;\ y=0$

$x=$

$(x-1)^2=\sqrt{\frac12}$

$x-1=\frac12;\ x-1=-\frac12$

$x=\frac32$ $x=\frac12$

$x_1=1+\frac{1}{\sqrt2};\ x_2=1-\frac{1}{\sqrt2}$

$y-2x\geq 0$

$y\geq 2x$

$\begin{cases} (y-2)^2=0 \\ 2(x-1)^2=3 \end{cases}$ $y=2$ $(x-1)^2=\frac32$

$x-1=\sqrt{\frac32}$

$x=1+\sqrt{\frac32}$ $x=1-\sqrt{\frac32}$

$\begin{cases} (y-2)^2=3 \\ 2(x-1)^2=0 \end{cases}$ $y=$ $x=1$

$xy-2x-y+2\geq 0$

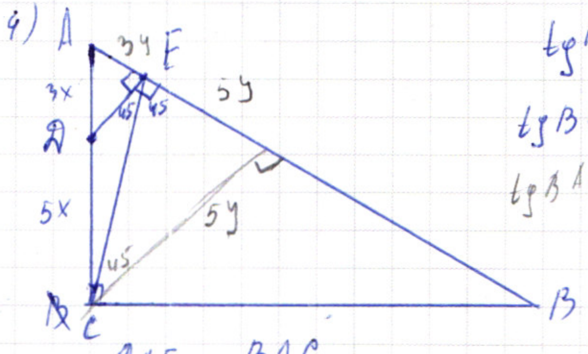
$x(y-2)-(y-2)\geq 0$

$(y-2)(x-1)\geq 0$

$\begin{cases} y-2\geq 0 \\ x-1\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y\geq 2 \\ x\geq 1 \end{cases}$

$y-2\leq 0$ $y\leq 2$

$x-1\leq 0$ $x\leq 1$

4) 

$tg\,BAC=\frac{DE}{AE}$

$tg\,BAC=\frac{BC}{8x}$

$tg\,BAC=\frac{5y}{8y}=\frac58$

$AC=\sqrt{29}$

$\Rightarrow BC=\frac{\sqrt{29}\cdot5}{8}$

$\triangle DAE\sim\triangle BAC$

$\frac{3x}{AB}=\frac{AE}{8x}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow\frac{DE}{AE}=\frac{BC}{8x}$

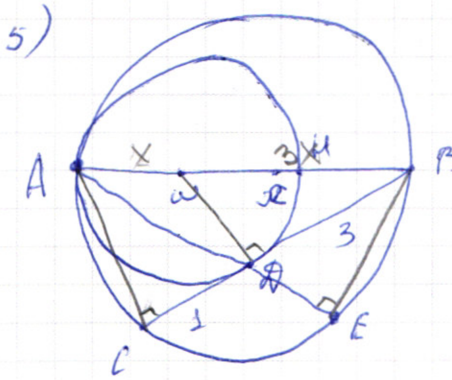
$\Rightarrow S=\frac{\sqrt{29}\cdot5}{8}\cdot\sqrt{29}=\frac{29\cdot5}{8}=\frac{145}{8}=18{,}125$

$145:8=18{,}125$

черновик ☑ чистовик ☐
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5)



$BD = BH \cdot AB$

$BD \cdot AC = AD \cdot DE = 3$

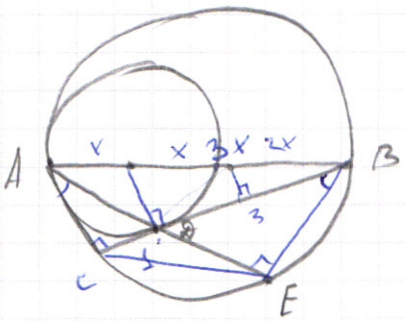
$AC = 16x^2 - 16$

$\cos \angle ADC = \frac{1}{AD}$

$S_{ABEC} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$

$\cos \angle ADC = \frac{DE}{3}$

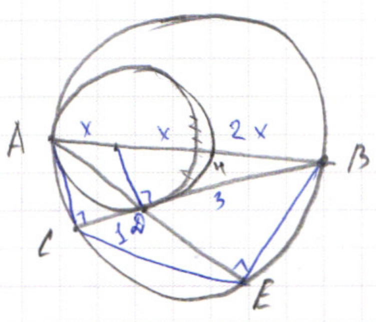
$\frac{BD}{AD} = \frac{DE}{DC} = DE$



$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle BED$

$\frac{AC}{BE} = \frac{AD}{BD} = \frac{CD}{ED}$

$\frac{AC}{BE} = \frac{AD}{3} = \frac{1}{ED}$

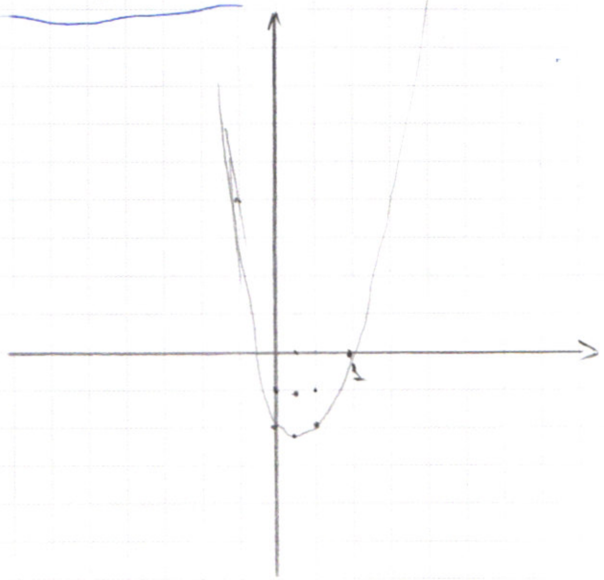


$3 = 2x \cdot 4x$

$3 = 8x^2$

$x^2 = \frac{3}{8}$; $x_\omega = \sqrt{\frac{3}{8}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$

$x_\Omega = 2\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{6}$



$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x - 1|$

$y = 2x^2 - x - 1$

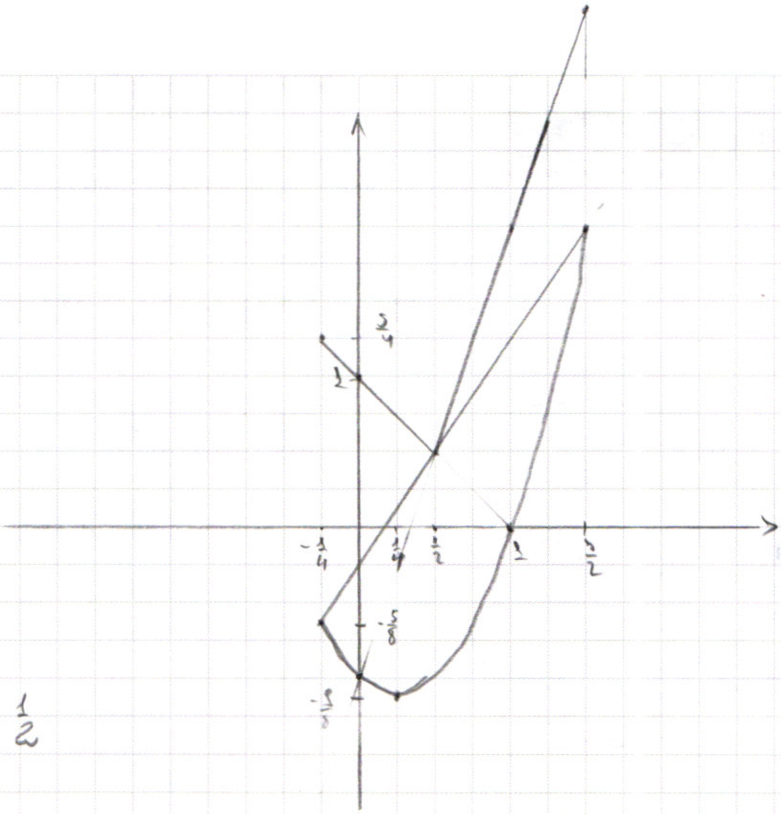
$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$

$y_0 = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - 1 = -\frac{1}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{9}{8}$

$y = x +$

$ax+b \geq 2x^2-x-1$

$ax+b \leq x+|2x-1|$



$y=2x^2-x-1$

$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4}$

$y_0 = \frac18 - \frac28 - 1 = -\frac98$

$y(-\frac14) = 2\cdot\frac{1}{16}+\frac14-1 = \frac18+\frac28-1 = -\frac58$

$y(\frac32) = 2\cdot\frac94 - \frac32 - 1 = 2$

$y = x+|2x-1|$

$y=3x-1$; $2x-1\geq 0$; $x\geq\frac12$

$y=1-x$; $x\leq\frac12$

$y=ax+b$

$y\leq\frac54$

$y\geq-\frac58$

$\begin{cases} \frac12 = a\cdot\frac12+b \\ 2=\frac32 a+b \end{cases}$ $\begin{cases} 1=a+2b \\ 4=3a+2b \end{cases}$

$3=2a$
$a=\frac32$

$1=\frac32+2b$

$-\frac12=2b$

$b=-\frac14$

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=[\frac{p}{2}]$

$f(3)=1$

$f(5)=2$

n	$f(n)$
2	1
3	1
5	2
7	3
9	4
11	5
13	6
17	8
19	9

$2+\sqrt3 = \sqrt{2+\sqrt3-2-2-\sqrt3+2}$

$2+\sqrt3=\sqrt0$

$2-2+2\sqrt{\frac32}=$

$=\sqrt{2-2\sqrt{\frac23}-2+2\sqrt{\frac23}-2+2}$

$f(x\cdot y)=f(x)+f(y)$

$f(x\cdot\frac1y)=f(x)+f(\frac1y)$

$f($

$x<y$

$4-2+\frac{2}{\sqrt2}=\sqrt{4-\frac{4}{\sqrt2}-2+\frac{2}{\sqrt2}-2}$

$2+\frac{2}{\sqrt2}=\sqrt{-\frac{2}{\sqrt2}}$

$4-2-\frac{2}{\sqrt2}=\sqrt{4+\frac{4}{\sqrt2}-2-\frac{2}{\sqrt2}+2}$

$2-\frac{2}{\sqrt2}=\sqrt{2-\frac{2}{\sqrt2}}$