



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа  $a, b, c$  являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа  $a, b, c$  не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения  $ax^2 - 2bx + c = 0$ . Найдите третий член прогрессии.
2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AC$  и гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно, такие что  $AD : AC = 1 : 3$  и  $DE \perp AB$ . Найдите тангенс угла  $BAC$ , если известно, что  $\angle CED = 30^\circ$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $AC = \sqrt{7}$ . Найдите площадь треугольника  $CED$ .
5. [5 баллов] Окружности  $\Omega$  и  $\omega$  касаются в точке  $A$  внутренним образом. Отрезок  $AB$  – диаметр большей окружности  $\Omega$ , а хорда  $BC$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $D$ . Луч  $AD$  повторно пересекает  $\Omega$  в точке  $E$ . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника  $BACE$ , если известно, что  $CD = 2, BD = 3$ .
6. [5 баллов] Найдите все пары чисел  $(a; b)$  такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех  $x$  на промежутке  $[-\frac{1}{2}; 1]$ .

7. [5 баллов] Функция  $f$  определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел  $a$  и  $b$  из этого множества выполнено равенство  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , и при этом  $f(p) = [p/2]$  для любого простого числа  $p$  ( $[x]$  обозначает наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ ). Найдите количество пар натуральных чисел  $(x; y)$  таких, что  $2 \leq x \leq 22, 2 \leq y \leq 22$  и  $f(x/y) < 0$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Даны  $a = \frac{c}{q^2}$ ,  $b = \frac{c}{q}$ ,  $c = c$ ,  $k = qc$

Поэтому  $ax^2 - 2bx + c = \frac{cx^2}{q^2} - \frac{2cx}{q} + c = 0$

$k$ -корень  $\Rightarrow \frac{cq^2c^2}{q^2} - \frac{2c^2q}{q} + c = 0$

$$c^3 - 2c^2 + c = 0$$

~~$$c(c^2 - 2c + 1) = 0$$~~
$$\begin{cases} c = 0 \\ c = 1 \end{cases}$$

Ответ: третий член прогрессии с  $любым$   
 $= 0$ ,  $любым$  1

### Задача N3

$$\begin{cases} x-6y = \sqrt{xy-6y-x+6} = \sqrt{(x-6)(y-1)} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20 = x^2-12x+36+2y^2-4y+2-18=0 \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18 \end{cases}$$

Заметим  $x-6=t$

$$y-1=k \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t+6-6k-6 = \sqrt{tk} \\ t^2+2k^2=18 \end{cases}$$

ОДЗ:

$$tk \geq 0$$

$$t^2-12tk+36k^2=tk$$

$$t^2-13tk+36k^2=0$$

$$D = 169k^2 - 144k^2 = 25k^2$$

$$t = \frac{13k-5k}{2} = 4k \quad (1)$$

$$t = \frac{13k+5k}{2} = 9k \quad (2)$$

$$(1): t^2+2k^2=18k^2=18$$

$$k = \pm 1 \Rightarrow t = \pm 4 \quad -yy$$

$$(2): t^2+2k^2=81k^2=18$$

$$k = \pm \sqrt{\frac{18}{81}} \Rightarrow t = \pm 9\sqrt{\frac{18}{81}} = \pm 3\sqrt{2}$$

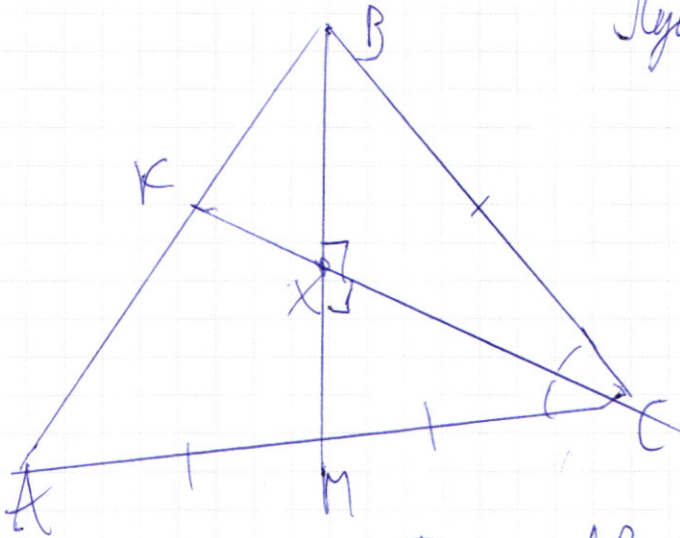
$$(1): \begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

$$(2): \begin{cases} x=9\sqrt{\frac{18}{81}}+6 \\ y=\sqrt{\frac{18}{81}}+1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-9\sqrt{\frac{18}{81}}+6 \\ y=-\sqrt{\frac{18}{81}}+1 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ (10, 2); (2, 0); \left( 9\sqrt{\frac{18}{81}}+6, \sqrt{\frac{18}{81}}+1 \right); \left( -9\sqrt{\frac{18}{81}}+6, -\sqrt{\frac{18}{81}}+1 \right) \right\}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 2



Пусть  $BM$  - медиана,  
 $CK$  - биссектриса  
 $CK \perp BM = X$

Тогда  $\angle BXC = 90^\circ \Leftrightarrow$

$\triangle BCM$  - равнобедренный  
( $CK$  - бис-са и высота)

Пусть  $AB = a, BC = b \Rightarrow$

$$AC = 900 - a - b \text{ и}$$

$$MC = \frac{AC}{2} = \frac{900 - a - b}{2} = BC = b$$

$$900 - a - b = 2b$$

$$900 - a = 3b \Rightarrow$$

$$\text{т.к. } a \text{ и } b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in 3, a \neq 0, a \neq 900 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Всего таких } a - \frac{897-3}{3} + 1$$

$$= 299$$

Ответ: 299 треугольников



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 7

$$f(p) = \left[ \frac{p}{2} \right], \quad p - \text{простое}$$

$$f(p) = f\left(\frac{p^2}{p}\right) = 2f(p) + f\left(\frac{1}{p}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{p}\right) = f(p)$$

Пусть  $x = p_1 p_2 \dots p_n$ ,  $n$  - произв.  
 $y = p_1 p_2 \dots p_n$ ,  $n$  - произв.

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y) < 0 \Rightarrow f(y) > f(x)$$

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$f(4) = 2f(2) = 2$

$f(5) = 2$

$f(6) = 2$

$f(7) = 3$

$f(8) = 3$

$f(9) = 2$

$f(10) = 3$

$f(11) = 5$

$f(12) = 3$

$f(13) = 6$

$f(14) = 4$

$f(15) = 3$

$f(16) = 4$

$f(17) = 8$

$f(18) = 3$

$f(19) = 9$

$f(20) = 4$

$f(21) = 4$

$f(22) = 6$

Этого 2 числа - 1, 4 числа - 2, 5 чисел - 3,  
4 числа - 4, 1-5, 2-6, 1-8, 1-9.

$$x \text{ и } y: f(y) = 9: - 1 \cdot (22-1) = \text{состав}$$

$$f(y) > f(x) \text{ при } x \neq y \Rightarrow$$

1 · 21 ~~состав~~ пар

$$x \text{ и } y: f(y) = 8: - 1 \cdot (22-2) = 20 \text{ пар}$$

$$f(y) = 6: - 2 \cdot (22-4) =$$

Подсчитаем возможные кол-во пар:

$f(y) = 9 \Rightarrow 1 \cdot (22-1) = 21 \text{ пар}$

$f(y) = 8 \Rightarrow 1 \cdot (22-2) = 20 \text{ пар}$

$f(y) = 6 \Rightarrow 2 \cdot (22-4) = 36 \text{ пар}$

$f(y) = 5 \Rightarrow 2 \cdot (22-5) = 34 \text{ пар}$

$f(y) = 4 \Rightarrow 4 \cdot (22-9) = 52 \text{ пар}$

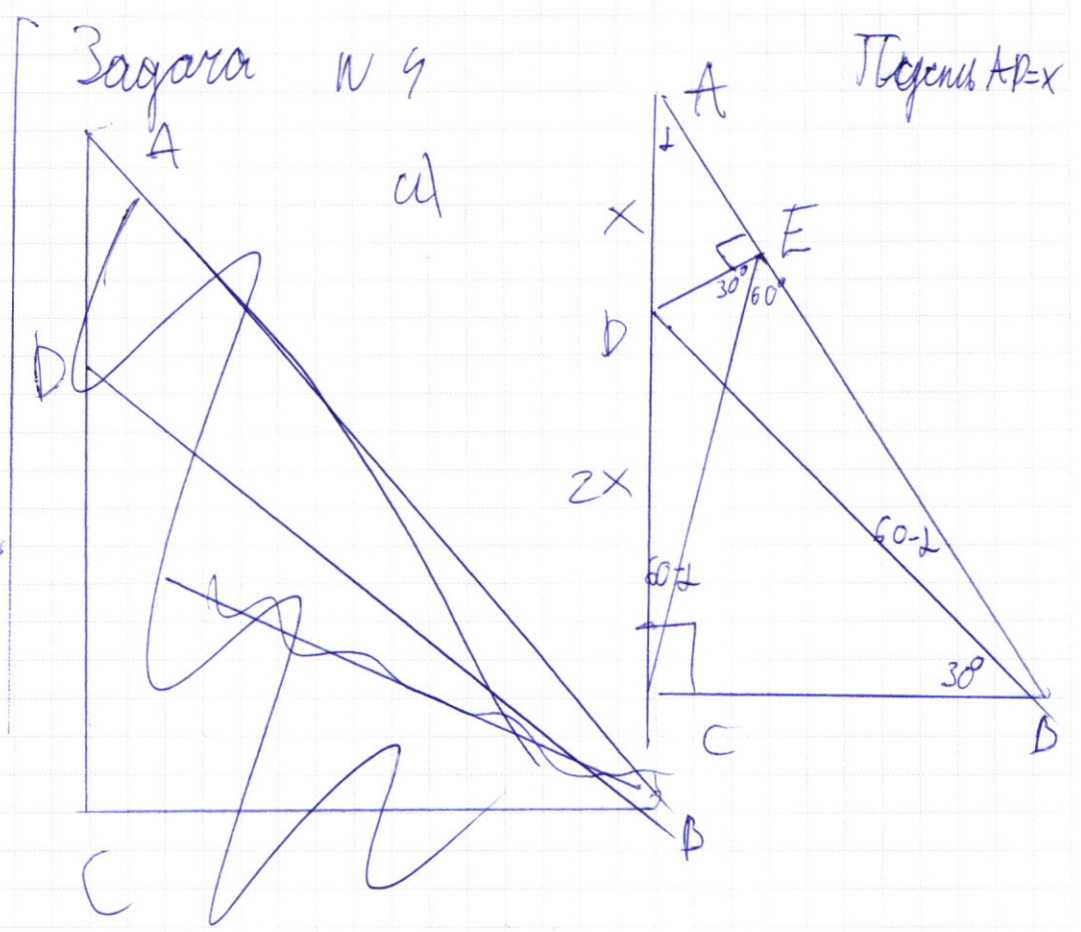
$f(y) = 3 \Rightarrow 6 \cdot 6 = 36$

$f(y) = 2 \Rightarrow 4 \cdot 2 = 8$

$$\Sigma = 21 + 20 + 36 + 34$$



Дано:  
 $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$   
 $DE \perp AB$   
 $\angle CEP = 30^\circ$   
 $AC = \sqrt{7}$   
 $\tan \angle BAC = ?$   
 $S_{CEP} = ?$



Поскольку  $\angle BAC = \alpha \Rightarrow \angle XDE = 90 - \alpha$

$DEBC$  - вписанный, т.к.  $\angle DCB + \angle DEB = 90 + 90 = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DBC = 30^\circ \Rightarrow PB = \frac{DC}{\sin 30} = 4x$

т.к.  $\angle PBA = \angle ACE = 180 - \angle CAE - \angle CEA = 180 - \alpha - 120 = 60 - \alpha \Rightarrow \triangle PBA \sim \triangle ACE$   
 $\angle APB = \angle ADE + \angle EPB = \dots \sim \triangle ACE \Rightarrow \angle APB = \angle CEA = 120^\circ \Rightarrow$

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= BD^2 + AD^2 - BD \cdot AD \cdot \cos 120 = 9x^2 + 4x^2 \cdot 1 = 13x^2 \\
 BC^2 &= \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{19x^2 - 7x^2} = \sqrt{12}x \\
 \Rightarrow \tan \angle BAC &= \frac{\sqrt{10}x}{3x} = \frac{\sqrt{10}}{3}
 \end{aligned}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 4 (продолжение)

$$AC = \sqrt{7} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{7}}{3} \Rightarrow \cancel{AB = \sqrt{19} \frac{\sqrt{7}}{3}} \quad AB = \sqrt{\frac{19}{9} \cdot \frac{7}{3}}$$

$$\triangle BOA \sim \triangle CEA \Rightarrow \frac{BO}{CE} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{\frac{19}{9} \cdot \frac{7}{3}}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{19} \cdot \sqrt{7}}{3 \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{19}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{19} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{19}}{3} \Rightarrow CE = \frac{BO \cdot 3}{\sqrt{19}} =$$

$$= \frac{4\sqrt{7} \cdot 3}{\sqrt{19}} = \frac{12\sqrt{7}}{\sqrt{19}}$$

$$\cancel{ED} \quad ED = AD \cdot \sin \angle A = AD \cdot \frac{BC}{AB} =$$

$$= \frac{x \cdot \sqrt{10} \cdot x}{\sqrt{19} \cdot x} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{19}}$$

$$S_{CEO} = \frac{1}{2} \cdot ED \cdot EC \cdot \sin 30 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{19}} \cdot \frac{12\sqrt{7}}{\sqrt{19}} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{7\sqrt{10}}{57}$$

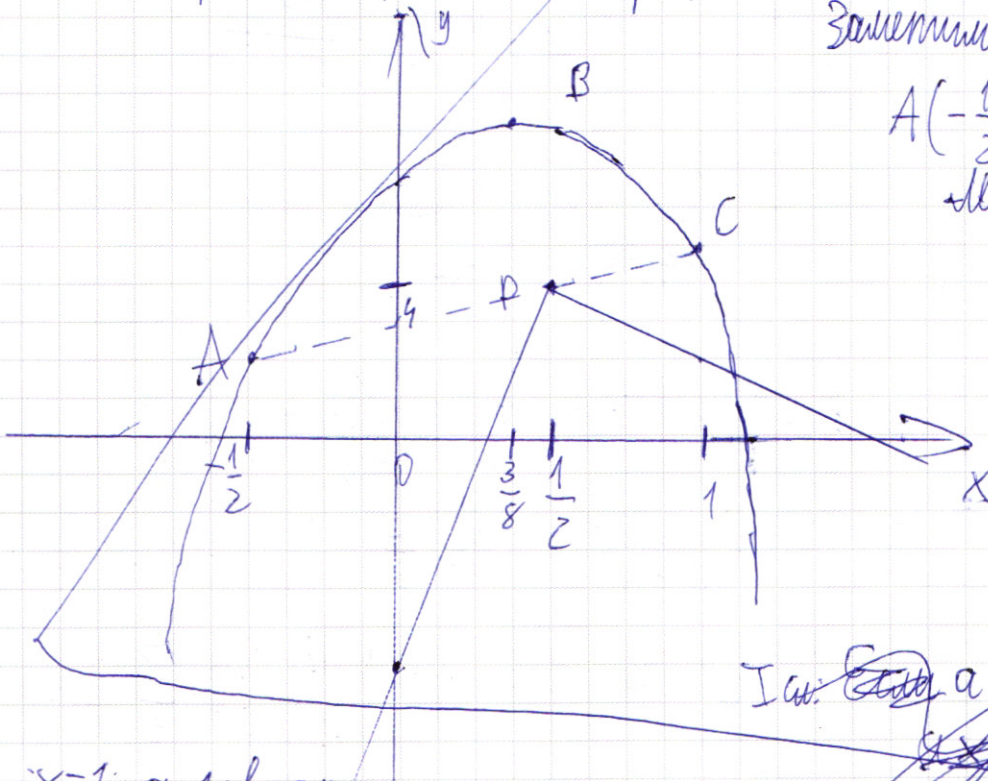
Ответ:  $\tan \angle BAC = \frac{\sqrt{10}}{3}$ ;  $S_{CEO} = \frac{7\sqrt{10}}{57}$

# Задача №6

$$8x - 6|2x - 1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$$

$-8x^2 + 6x + 7$ ;  $x_0 = -\frac{6}{-16} = \frac{3}{8}$ ;  $y_0 = \frac{81}{8}$   
 $x=1$ :  $-8 + 6 + 7 = 5$   
 $x = -\frac{1}{2}$ :  $-2 - 3 + 7 = 2$   
 $x = \frac{1}{2}$ :  $6 - 4 - \frac{1}{2} = 4$   
 $8x - 6|2x - 1|$ :  $x \geq \frac{1}{2}$ :  $8x - 12x + 6 = 6 - 4x$   
 $x \leq \frac{1}{2}$ :  $8x + 12x - 6 = 20x - 6$

Построим примерный график



Заметим, что точки  $A(-\frac{1}{2}, 2)$ ;  $D(\frac{1}{2}, 4)$ ;  $C(1, 5)$  лежат на одной прямой

$y = 2x + 3 \Rightarrow$   
 $a = 2, b = 3 - 2x$   
 т.к. прямая касалась между двух этих графиков.

Или:  ~~$a > 3, b \geq 3$~~  при  $x=1$

~~$a + b \geq 5$~~

$x=1$ :  $a \cdot 1 + b \leq 5$

$x = \frac{1}{2}$ :  $a \cdot \frac{1}{2} + b \geq 4 \Rightarrow a + b - \frac{1}{2}a - b \leq 1 \Rightarrow a \leq 2$

$x = -\frac{1}{2}$ :  $-\frac{1}{2}a + b \leq 2 \Rightarrow a \geq 4 - 2 = 2 \Rightarrow a = 2$

Ответ:  $a=2, b=3$

$\begin{cases} b \leq 3 \\ b \geq 3 \end{cases} \Rightarrow b = 3$

~~Или:  $a \leq 2, b \geq 3$~~   
 $\Rightarrow$  при  $x = \frac{1}{2}$   
 $a + b \leq 4 \cap 8x - 6|2x - 1|$   
 одновременно при  $a \leq 2, b \geq 3$  при  $x = \frac{1}{2}$   
 при  $a > 2, b \leq 3$  при



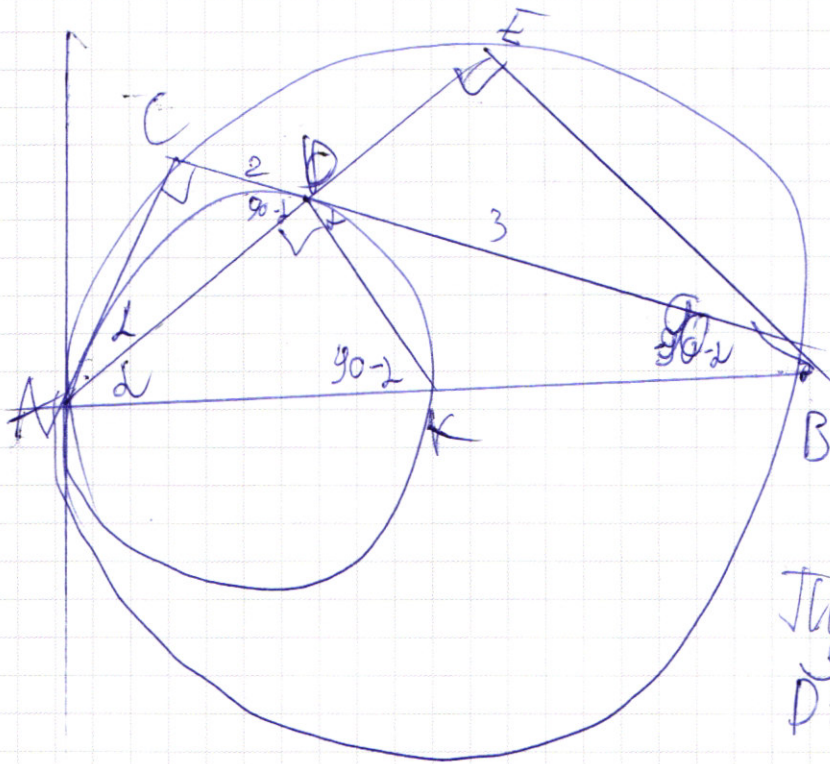
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 7! прогнать

$$\Sigma = 21 + 20 + 36 + 34 + 52 + 36 + 8 = 204$$

Ответ: 204 карты

# Задача 15



Заметим, что м.к.  
 А - м.к.с и АВ -  
 - диаметр, то  
 АК - хорда диаметра  
 $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADK =$   
 $= \angle AEB = 90$

Пучок  $\angle BDK = \alpha \Rightarrow$   
 $\overset{\frown}{DK} = 2\alpha \Rightarrow \angle DAK =$   
 $= \frac{\overset{\frown}{DK}}{2} = \alpha \Rightarrow$

$\angle ADK = 90 - \alpha = \angle ADC$

$\Rightarrow \angle CAD = \alpha \Rightarrow \overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{EB}$  АЕ - бис-са и  
 $CE = EB$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

$$x=1: a \cdot 1 + b \leq 8 + 6 + 7 = 5$$

$$x = \frac{1}{2}: \frac{1}{2}a + b \geq 8 \cdot \frac{1}{2} - 6 \cdot 0 = 4$$

$$x = -\frac{1}{2}: -\frac{1}{2}a + b \leq -2 - 3 + 7 = 2$$

$$\begin{cases} a + b \leq 5 & (1) \\ \frac{1}{2}a + b \geq 4 & (2) \\ -\frac{1}{2}a + b \leq 2 & (3) \end{cases}$$

$$(2) \setminus (1): a + b - \frac{1}{2}a - b \leq 5 - 4 = 1$$

$$\frac{1}{2}a \leq 1$$

$$a \leq 2$$

$$(3) \setminus (1): a + b - a + b \leq 2 - 5 = -3$$

$$\frac{1}{2}a + b \geq 4 - 2 = 2$$

$$a \geq 2 \Rightarrow a = 2$$

$$2 + b \leq 5$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 + b \geq 4$$

$$b \leq 3$$

$$b \geq 3$$

$$-8x^2 + 6x + 7 \geq 2x + 3$$

$$-8x^2 + 4x + 4 \geq 0 \quad \Delta = 16 - 16 \cdot 8 = -42$$

Ответ:  $b = 3, a = 2$   $\left[ \begin{matrix} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{matrix} \Rightarrow -8(x-1)(x+\frac{1}{2}) \geq 0 \right.$   
 $\left. \text{при } x \in [-\frac{1}{2}, 1] \right]$

Задача №6 (упрощение)

$$8x - 6|2x - 1| \vee 2x + 3$$

I сл:  $x \geq \frac{1}{2}$ :  $6 - 4x \vee 2x + 3$

$$\frac{1}{2} \vee x$$

$$x \geq \frac{1}{2} - \text{чс}$$

II сл:  $x \leq \frac{1}{2}$ :  ~~$8x - 6|2x - 1| =$~~   $8x - 6|1 - 2x| =$

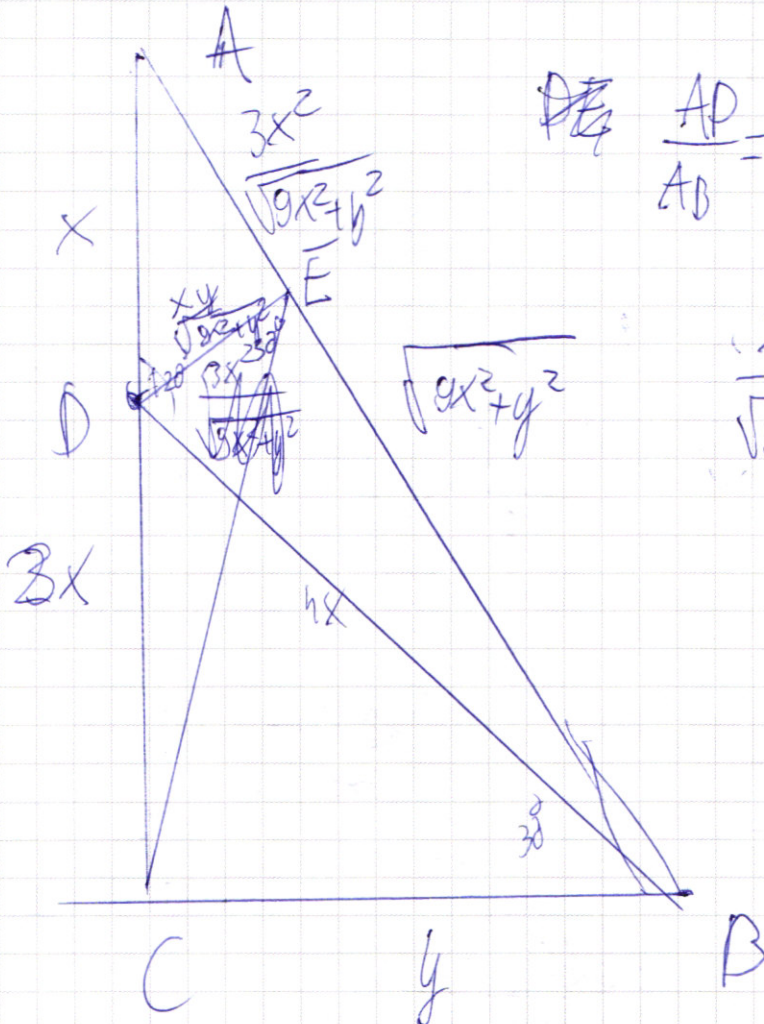
$$= 20x - 6 \wedge 2x + 3$$

$$x \neq \frac{1}{2}$$

$$x \leq \frac{1}{2} - \text{чс}$$

Ответ:  $a=2, b=3$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



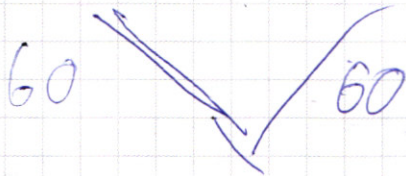
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{x}{\sqrt{9x^2 + y^2}} = \frac{AE}{3x} - \frac{DE}{y}$$

$$S_{APB} = 6x^2 = \frac{1}{2} x \cdot y \Rightarrow y = 12x$$

$$7 \cdot 16 = 70 + 42 = 112$$

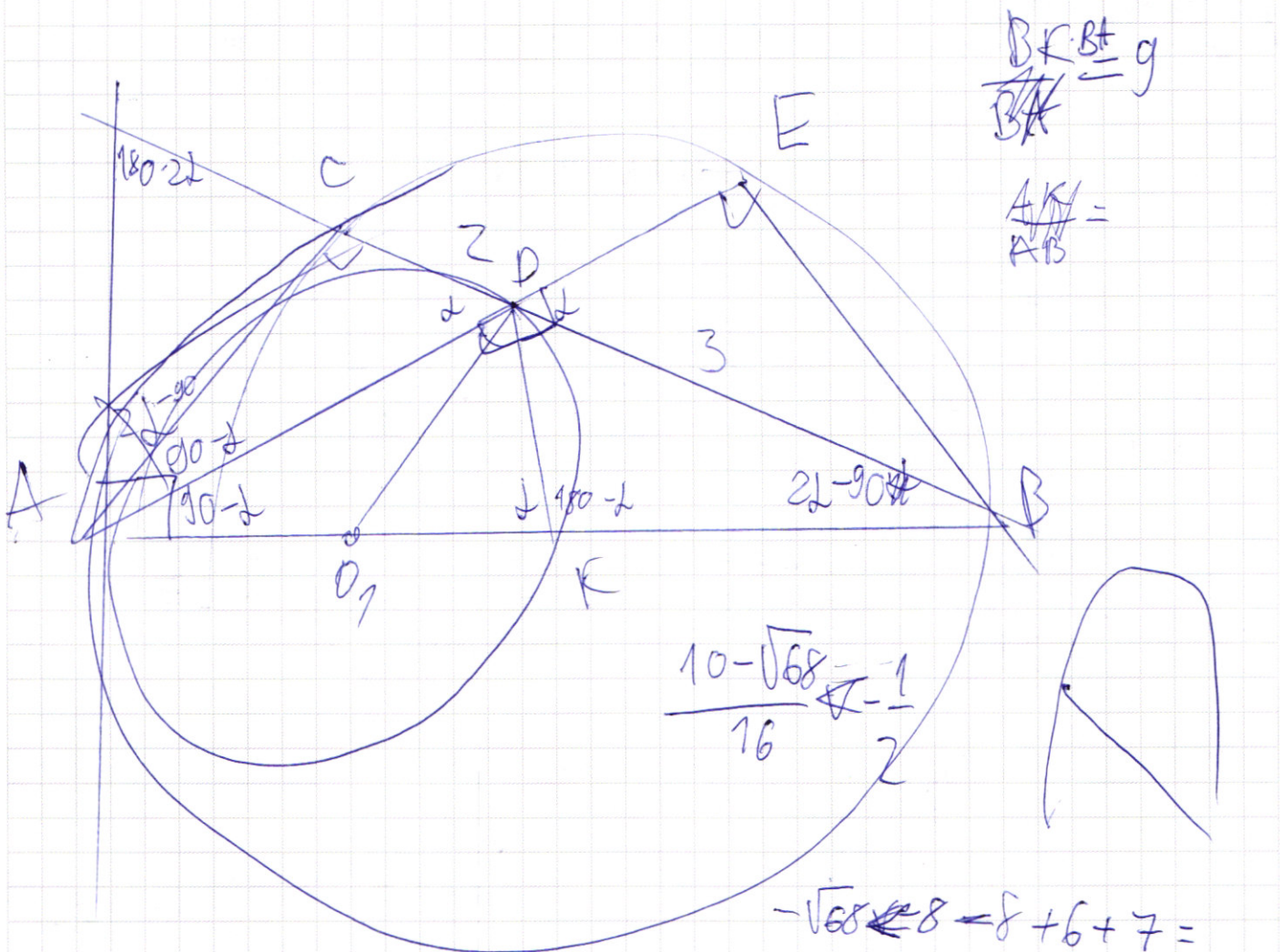
$$16x^2 + x^2 + 4x^2 \cdot \frac{1}{2}$$



$$2\sqrt{7},$$

$$\frac{x}{\sqrt{19}x} = \frac{AE}{3x} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{19}} = 1$$





$$\frac{BK \cdot BT}{BA} = g$$

$$\frac{AK}{AB} =$$

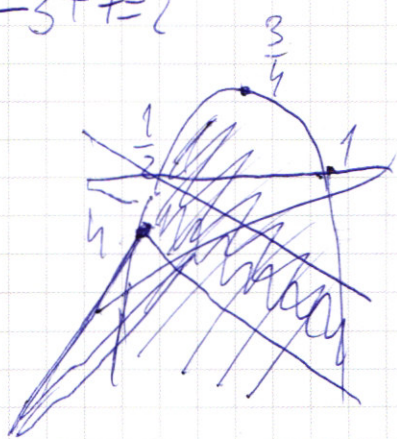
$$\frac{10 - \sqrt{68}}{16} = \frac{1}{2}$$

$$-\sqrt{68} \approx -8 = -8 + 6 + 7 = 5$$

$$-2 - 3 + 7 = 2$$

$$-8 - 3 + 7 = 2$$

- 1 → 21
- 1 → 20
- 2 → 19
- 1
- 6



$$-4 - 5/2x - 1 =$$

$$8x - 12x + 6 = 6 - 4x$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{68}}{16}$$

$$20x - 6 = 4$$

$$100 - 32 = 68$$

$$6 - 4x = -8x^2 + 6x + 7$$

-4 -

$$8x^2 - 10x + 1 =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$$\frac{900-0}{3}$$

$$899-1+1$$

~~a, qa, q^2a, q^3a~~

$\frac{c}{q^2}, \frac{c}{q}, c, qc$

$$ax^2 - 2bx + c = 0$$

$$ax^2 - 2qaqx + q^2a = 0$$

$x = q^3a$  - корень  $\Rightarrow$

$$a^2q^6 - 2q^4a^2 + q^2a = 0$$

$$\frac{c}{q^2}x^2 - 2\frac{c}{q}x + c = 0$$

$$c^2q^2 - c^2 + c = 0$$

$$c^3 - 2c^2 + c = 0$$

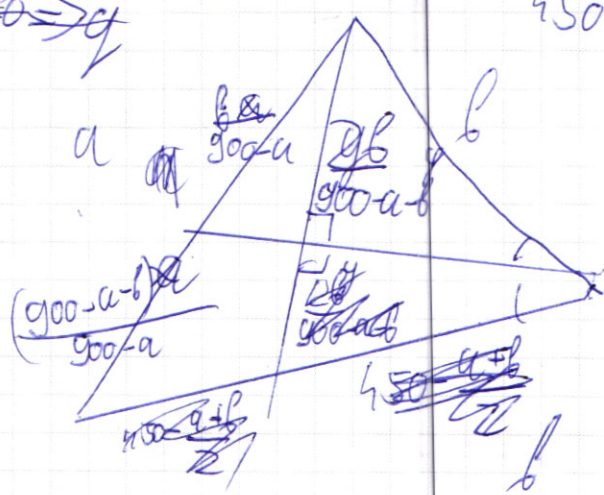
$$c(cq^2 - c + 1) = 0$$

$$\begin{cases} c = 0 \\ c = 1 \end{cases}$$

$-8x^2 + 6(a-b) + 7-b \geq 0$

$$\frac{2b}{900-a-b} (1+1)$$

$$\frac{900-a}{b}$$



$$450 - \frac{a+b}{2} = b$$

$$450 - \frac{a}{2} = \frac{3b}{2}$$

$$900-a=3b$$

$f(x) + f(\frac{1}{x})$

- $f(2) = 1$
- $f(3) = 1$
- $f(4) = 2$
- $f(5) = 2$
- $f(6) = 2$
- $f(7) = 3$
- $f(8) = 3$
- $f(9) = 2$
- $f(10) = 2$

$$\frac{-15x \pm 1}{2}$$

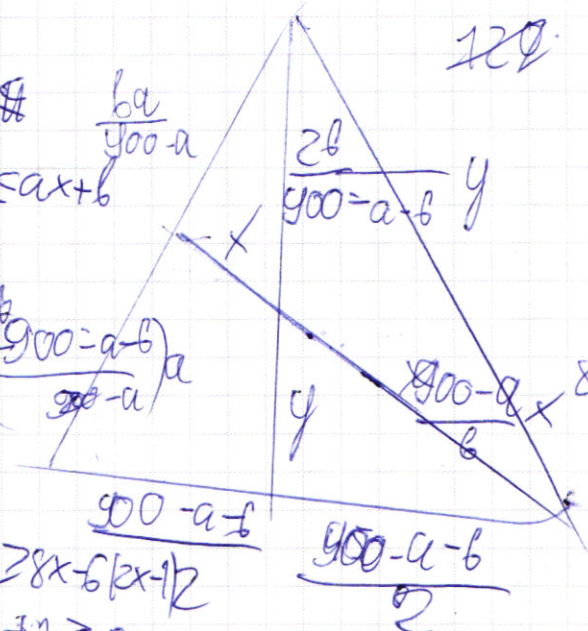
$$D = 169k^2 - 144k^2 = 25k^2 \quad 8x^2 \leq 10x,$$

$$8x - 6 + 12x \# \frac{6a}{900-a}$$

$$= 20x - 6 \leq ax + b$$

$$8x - 12x + 6 =$$

$$= 6 - 4x \leq ax + b$$



$$\frac{900-a-b}{b} \quad \text{max } x \geq \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{13k \pm 5k}{2} = 9k$$

$$\frac{(900-a-b)^2}{4} =$$

$$8x^2 - 10x - 1 \leq 0$$

$$= y^2 + \left(\frac{900-a}{b}\right)^2 x^2$$

$$-8x^2 + 10x + 7 \geq 8x - 6(2x - 1)$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 + 10x + 7 \geq 0$$

$$36k^2 - 13tk = -18 \quad D = 100 + 6$$

$$\frac{b^2 c^2}{(900-a)^2} = x^2 + \frac{6b^2 y^2}{(900-a-b)^2}$$

$$x \geq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x(y-1) - 6(y-1)} = \sqrt{(x-6)(y-1)} = x - 6y \quad 8x^2 - 6x + 7$$

$$16 + 36 = 13 \cdot 4 \quad x^2 - 12x + 36 + 2y^2 - 4y + 2 - 18 = 0 \leq 6 - 20x$$

$$ax + b \leq 8 \quad (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \quad 8x^2 + 14x - 3 \leq 0$$

$$-2x + 3 + 7 = 8 \quad x^2 - 12xy + 36y^2 = xy - 6y - x + 6$$

$$t = x - 6 \quad 3y^2 - 6y + 3 = \frac{1}{12}x^2 - \frac{12}{12}x - 36$$

$$-8x^2 + 6x -$$

$$t^2 + 2k^2 = 18 \quad (t^2 - 13tk + 36k^2 = 0)$$

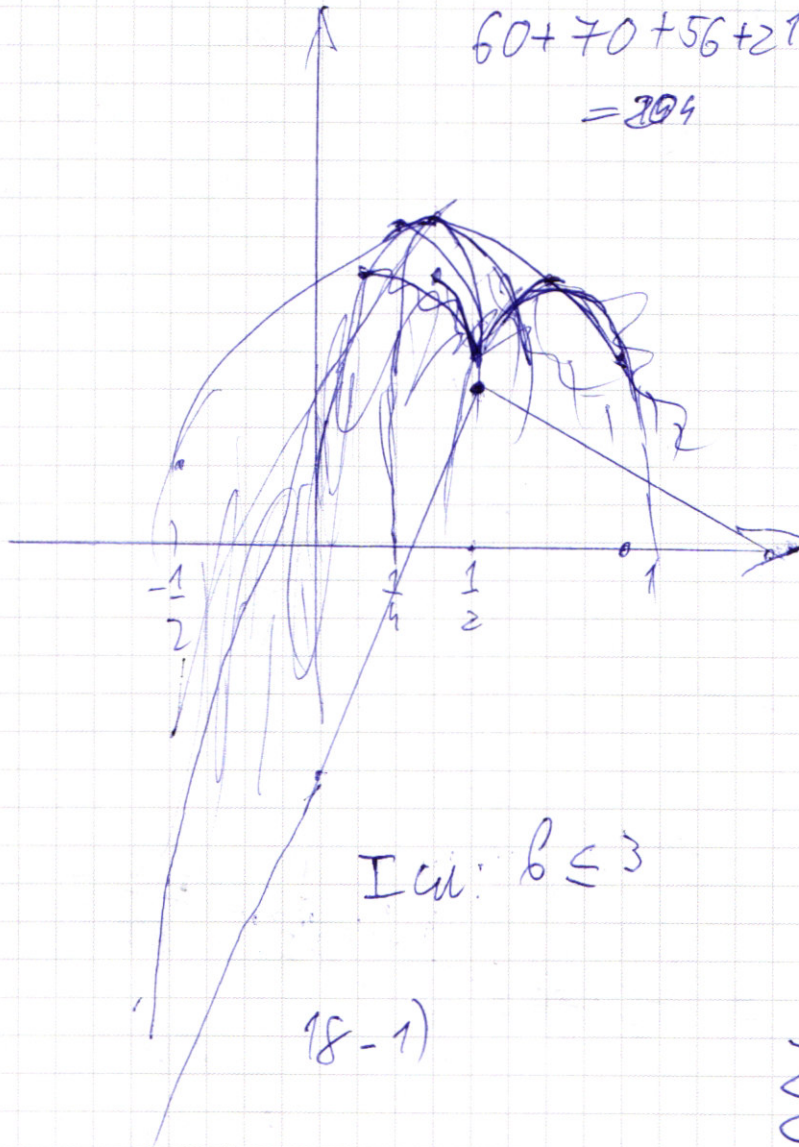
$$-x^2 + \frac{6}{8}x - \frac{9}{64} + \frac{9}{64}$$

$$\sqrt{t^2} = t + 6 - 6k \quad t^2 + 2k^2 = 18$$

$$\frac{3}{4}$$

$$tk = t^2 + 2k^2 - 12tk$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$60 + 70 + 56 + 21 = -8 \cdot \frac{9}{16} + 6 \cdot \frac{3}{4} + 7 =$$

$$= 204$$

$$= -4,5 + 4,5 + 7 =$$

$$=$$

$$\frac{1}{2}$$

$$6 - 4x = 4$$

$$\text{I ст: } b \leq 3$$

22-

$$(8-1)$$

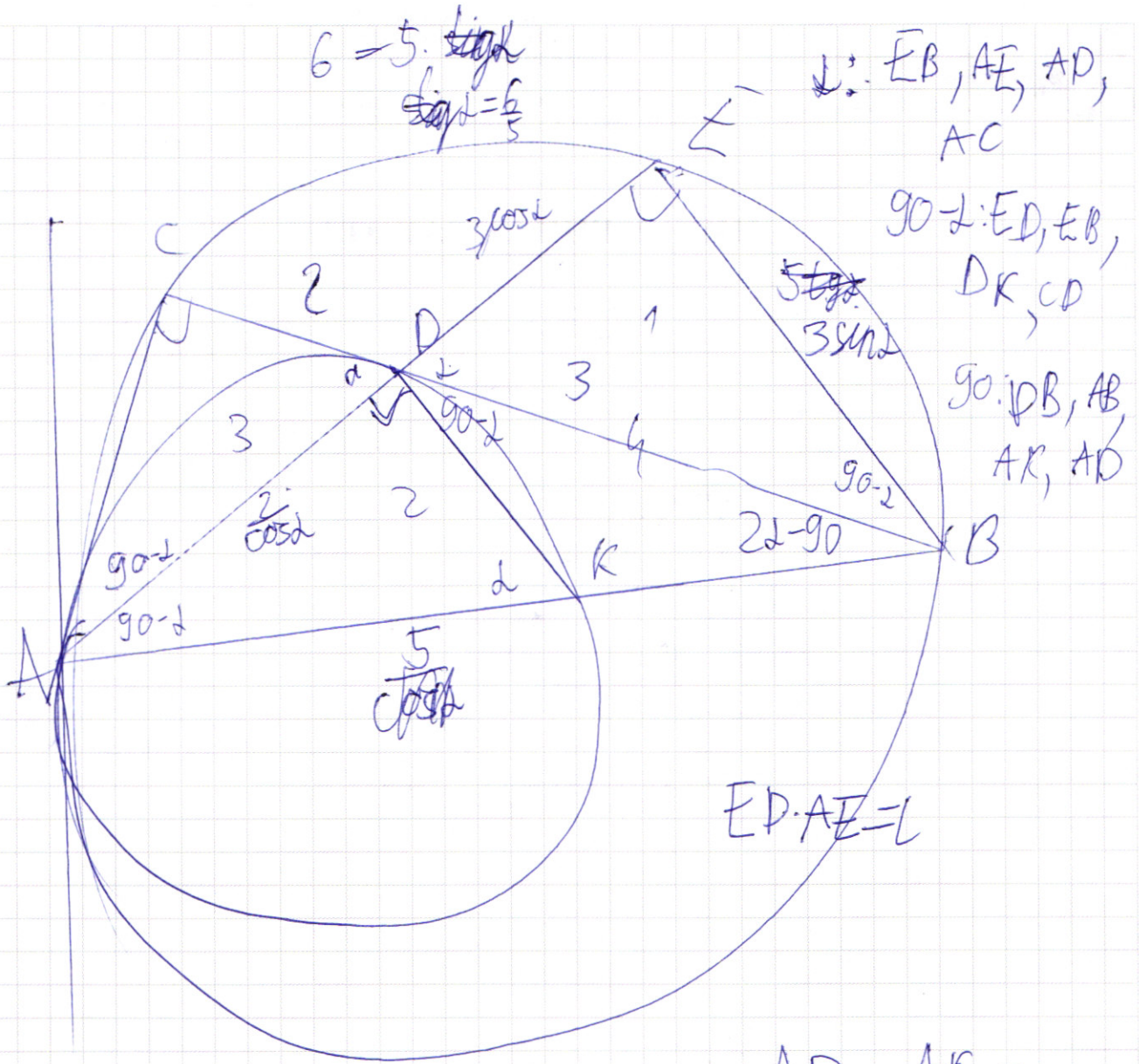
$$\text{I ст: } a > 2, b \geq 3$$

$$\text{II ст: } a < 2, b \geq 3$$

$$\text{III ст:}$$

$$22 - 9 = 13 \cdot 4 = 52$$

$$a + b - \frac{1}{2}a - b \leq 1$$



$$\frac{AD}{AE} = \frac{AK}{KB} =$$

~~$$\frac{CA}{EA} = AD \cdot AE = 6$$~~

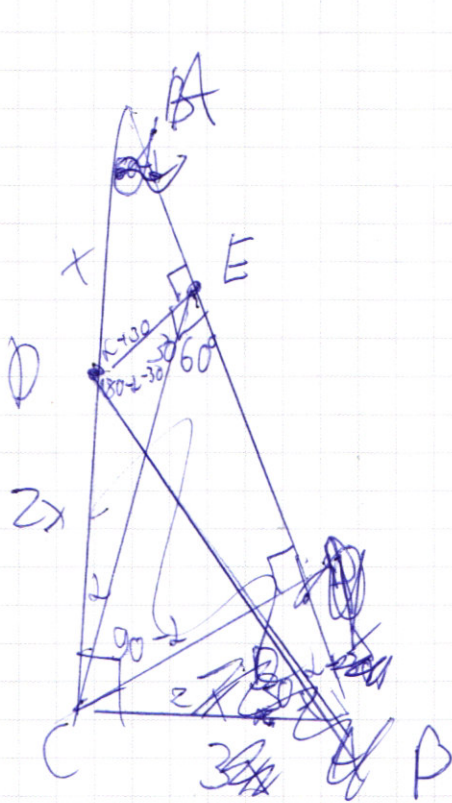
$$= \frac{DK}{EB}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BE} = \frac{CD}{BD} = \frac{2}{3}$$

~~$$AD \cdot AE = 6$$~~

$$9 = AB \cdot DE$$

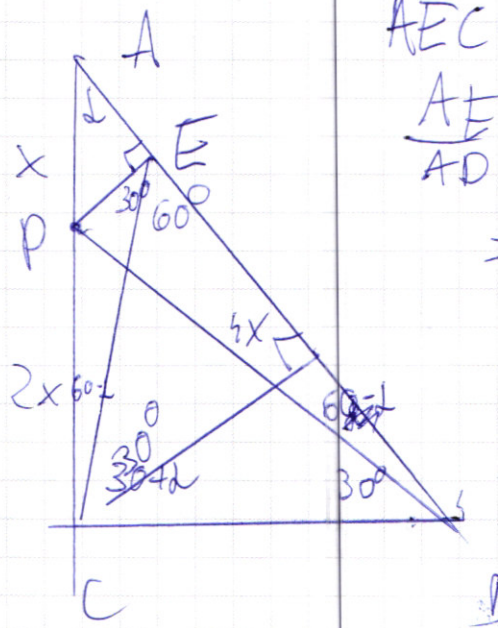
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{BC}{AC} = ?$$

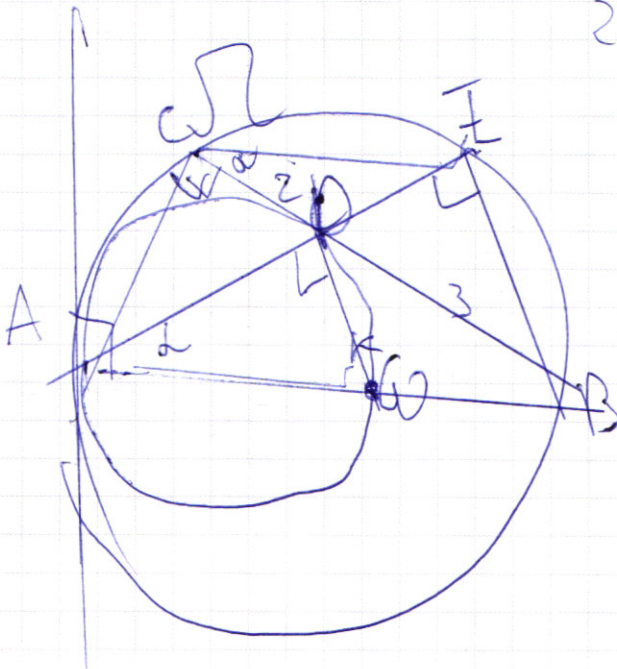
$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

$$AE \cdot AB = 3x^2$$



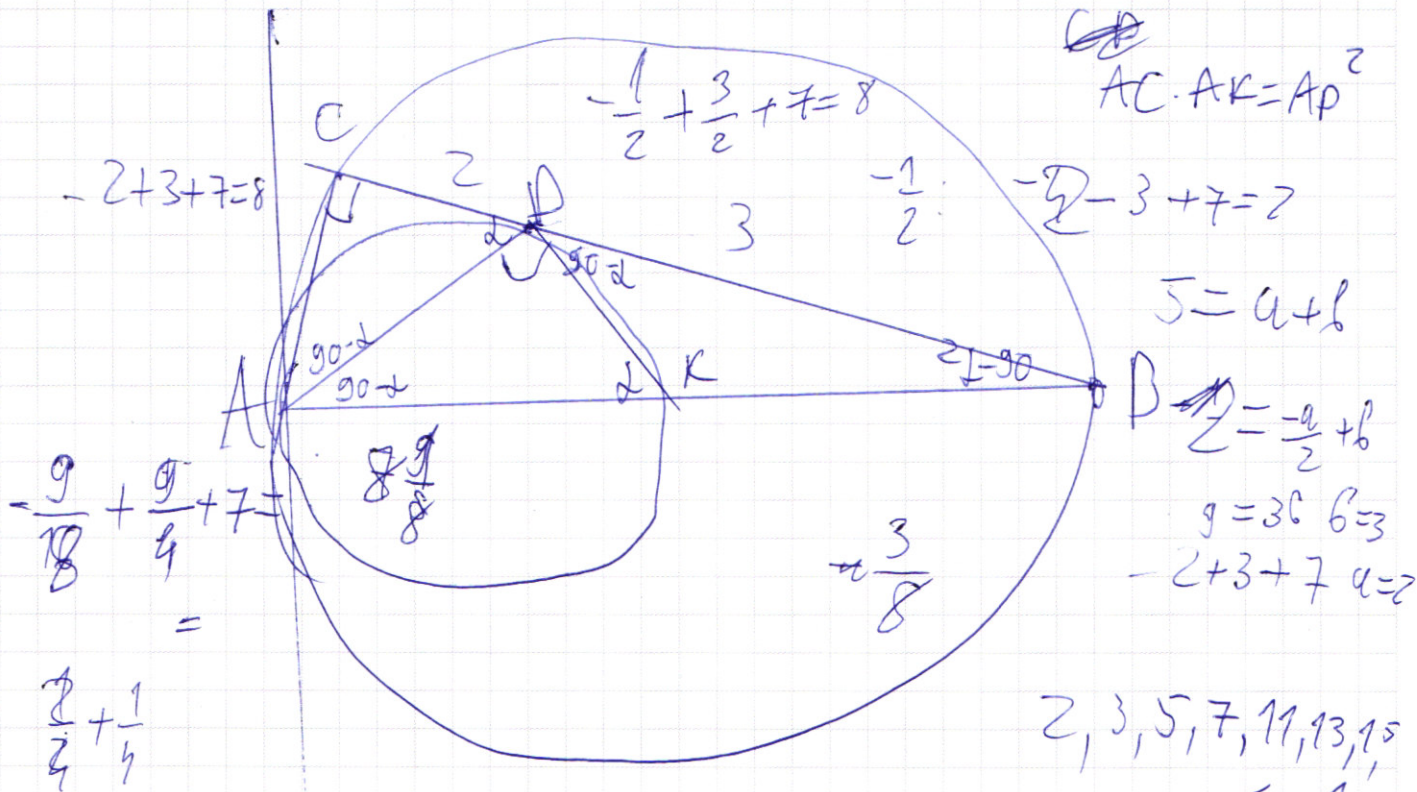
$$\triangle AEC \sim \triangle ADB$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{EC}{BD} = \frac{AC}{AB}$$



$$AD \cdot DE = 6$$

$$\frac{r}{R} = \frac{AD}{AE}$$



$$F(p_1 p_2) = \left[ \frac{p_1}{2} \right] + \left[ \frac{p_2}{2} \right]$$

$$F(4) = 2$$

$$-\frac{1}{2} +$$

$$-8x^2 + 6x + 7 =$$

$$= 20x - 6$$

$$F(2) = 1$$

$$F(3) = 1$$

$$F(5) = 2$$

$$F(7) = 3$$

$$F(6) = 2$$

$$-14 \pm 9 \sqrt{5}$$

$$\frac{-16}{-16}$$

$$F(2) = F\left(\frac{4}{2}\right) = 1$$

$$F(4) + F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$F\left(\frac{1}{2}\right) = -1$$

$$8x^2 + 14x - 13 = 0$$

$$F\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$F(11) = 5$$

$$F(12) = 6$$

$$F(17) = 7$$

$$F(19) = 8$$

$$D = 64 + 96 = 160$$

$$F\left(\frac{1}{p}\right) = 2F(p) + F\left(\frac{1}{p}\right) = F(p)$$

$$-8x^2 + 6x + 3 = 0$$

1 2 3 5 6 7 8

$$F\left(\frac{1}{p}\right) = -F(p)$$

$$20x - 6$$

$$-4 - 12 = -16$$

$$-2 - 3 + 7 = 2$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)