МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Пусть знаменатель прогрессии равен q. тогда первый член прогрессии — a; второй член $b=a\cdot q$, третий член $c=a\cdot q^2$. четвертый член равен $a\cdot q^3$. Тогда выражение $\cancel{ax^2+2bx}$

$ax^2-2bx+c \Leftrightarrow ax^2+2a\cdot q\cdot x+a\cdot q^2=ax^2+2aqx+aq^2$

Т.к $a\cdot q^3$ — корень уравнения $ax^2+2aqx+aq^2=0$, то

$a\cdot(a\cdot q^3)^2+2aq\cdot(a\cdot q^3)+aq^2=0$

$a^3q^6+2a^2q^4+aq^2=0$

$aq(a^2q^5+2aq^3+q)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} aq=0 \ (1) \\ a^2q^5+2aq^3+q=0 \ (2) \end{array}\right.$

(1) — не подходит т.к тогда $a=0$ или $q=0$ и числа a, b, c не будут членами ~~ари~~ геометрической прогрессии.

(2) $a^2q^5+2aq^3+q=0$. Решим как квадратное относительно a

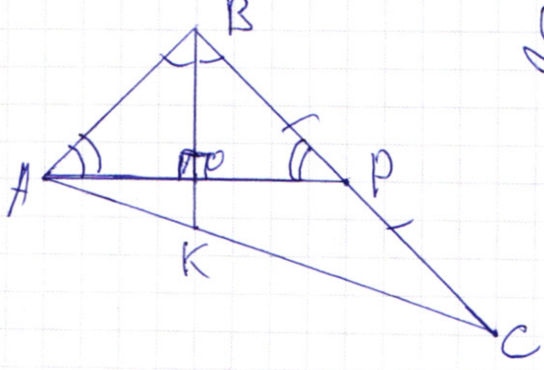
$D=4q^6-4q^5q=0$, уравнение имеет один корень

$a_{1,2}=\frac{2q^3}{2q^5}=q^{-2}$

Тогда третий член $c=q^{-2}\cdot q^2=q^0=1$

Ответ: 1

№2



Дано $\triangle ABC$

AP — медиана, BK — биссектриса

$AP \cap BK = O$, $AP \perp BK$

$P_{ABC}=900$

Найти: AB, BC, AC

Решение

☐ черновик ☑ чистовик

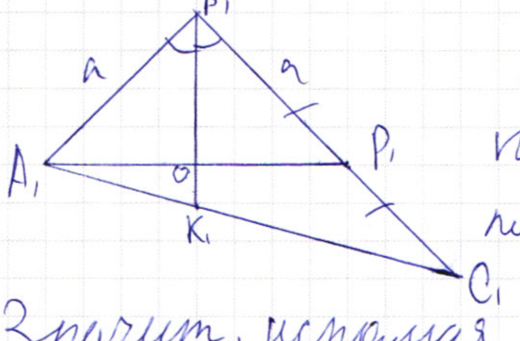
(Поставьте галочку в нужном поле)

$\left.\begin{array}{l}\angle BAP = 180^\circ - \angle ABO - 90^\circ = 90^\circ - \angle ABO \\ \angle BPA = 180^\circ - \angle ABO - 90^\circ = 90 - \angle ABO\end{array}\right\} \Rightarrow \angle BAP = \angle BPA \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABP$ — равнобедренный

Тогда $AB = AP$, $2AB = BC$. Пусть $AB = a$, $AP = a$, $BC = 2a$

В $\triangle ABC$ по свойству биссектрисы $\frac{BA}{AK} = \frac{BC}{CK} \Rightarrow \frac{AK}{CK} = \frac{1}{2}$

В $\triangle ABP$ ~~#~~ $\frac{PC}{BC} \cdot \frac{BO}{OK} \cdot \frac{AK}{AC} = 1$ (по теореме Менелая). Отсюда, $\frac{BO}{OK} = 2:1$. Рассмотрим вспомогательную задачу. Докажем, что если одна сторона треугольника больше другой в 2 раза, то ~~он~~ одна из биссектрис этого треугольника перпендикулярна ~~его медиане~~ одной из его медиан



$\triangle A_1B_1P_1$ — равнобедренный по определению. Т.к. B_1O — биссектриса в $\triangle A_1B_1P_1$, то она и высота ч.т.д.

Значит, искомая задача сводится к тому, чтобы посчитать количество треугольников с $P_{ABC} = 900$ и у которых одна сторона больше другой в 2 раза. Из неравенства треугольника следует, что ~~наибольшая~~ одна сторона в ~~$\triangle ABC = 450$~~ $\triangle ABC$ принимает свои значения от 300 до 450, не включая 450 и включая 300. ~~Если~~ I случай. ~~Наиб~~ Од. сторона в 2 раза больше какой-либо стороны. Т.к. все стороны целочисленные, то рассмотрим варианты $\{300, 302, 304, \ldots, 448\}$ Тогда стороны в 2 раза меньшие будут равны соответственно $150, 151, 152, \ldots, 224$. Из всех этих вариантов невозможен только со стороной 300, т.к. тогда $300 + 150 = 450$ что противоречит неравенству треугольника II две другие стороны относятся как 2:1 т.к. стороны целочисленные, то ~~них~~ ~~от~~ длина

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

стороны кратна 3. При этом числа, кратные и 2 и 3 можно не использовать, т.к тогда стороны совпадут с 1 случаем. Тогда подходят ~~{303; 309; 315; ...}~~ {303; 309; ...; 447} случай когда ~~одн~~ стороны из промежутка [300; 450) можно не рассматривать, т.к ~~не~~ будет противоречие в неравенстве треугольника. Количество в I случае: $448 = 302 + (n-1) \cdot 2$

$n = 74$; в II случае; $447 = 303 + (n-1)6 \Rightarrow n = 25$

Тогда всего 99 вариантов Ответ: 99

№3

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$$ ~~$\begin{cases} x - 6y + 6 - 6 = \sqrt{y(x-6) - 6(y-1)} \\ x^2 + \end{cases}$~~

$$\begin{cases} x - 6y + 6 - 6 = \sqrt{x(y-1) - 6(y-1)} \\ x^2 - 12x + 36 + \cancel{2(y^2 - 2y + 10)} \; 2(y^2 - 2y - 8) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-6) - 6(y-1) = \sqrt{(y-1)(x-6)} \\ (x-6)^2 + 2(y-1)^2 - 18 = 0 \end{cases}$$

Пусть $x - 6 = a$; $y - 1 = b$. Тогда $\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \begin{cases} a - 6b \geq 0 \\ a^2 - 12ab + 36b^2 = ab \end{cases} \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a - 6b \geq 0 \\ a^2 - 13ab + 36b^2 = 0 \; (1) \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \; (2) \end{cases}$$

(1) $D = 169b^2 - 144b^2 = 25b^2 \geq 0$ при $b \in R$ (2) $D = -8b^2 + 72$, $D \geq 0$ при $b \in [-3; 3]$

$a_1 = 4b$; $a_2 = 9b$

(1) $\Rightarrow (a - 4b)(a - 9b) = 0$

(1) $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 4b \\ a = 9b \end{array} \right.$

Из (1) подставим в (2) $a = 4b$, $\Rightarrow 16b^2 + 2b^2 - 18 = 0$

$b = \pm 1$, $a = \pm 4$

$a = 9b$, $81b^2 + 2b^2 - 18 = 0$

$83b^2 - 18 = 0$

$b^2 = \frac{18}{83}$ $b = \pm\sqrt{\frac{18}{83}}$, $a = \pm 9\sqrt{\frac{18}{83}}$

$$\begin{cases} a - 6b \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} b = 1 \\ a = 4 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} b = -1 \\ a = -4 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} b = \sqrt{\frac{18}{83}} \\ a = 9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} b = -\sqrt{\frac{18}{83}} \\ a = -9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} b = -1 \\ a = -4 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} b = \sqrt{\frac{18}{83}} \\ a = 9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{array} \right. \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} y - 1 = -1 \\ x - 6 = -4 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} y - 1 = \sqrt{\frac{18}{83}} \\ x - 6 = 9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ x = 2 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} y = 1 + \sqrt{\frac{18}{83}} \\ x = 6 + 9\sqrt{\frac{18}{83}} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

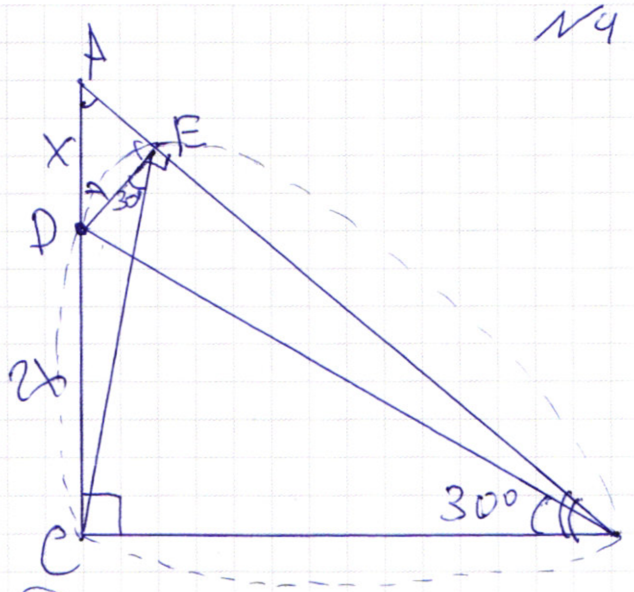
Ответ: $y = 0$, $x = 2$ или $y = 1 + \sqrt{\frac{18}{83}}$, $x = 6 + 9\sqrt{\frac{18}{83}}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

№4



Дано $\triangle ACB$, $\angle C=90°$

$\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$, $D\in AC$, $E\in AB$, $DE\perp AB$

$\angle CED=30°$

Найти а) $tg\angle BAC$ б) $S_{\triangle CED}$ если $AC=\sqrt{7}$

Решение.

а) Т.к. $\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$, пусть $AC=x$

Тогда $DC=2x$. $\angle DCB=90°$, $\angle DEB=90° \Rightarrow$ около четырехугольника $CDEB$ можно описать окружность.

$\angle DBC=\angle CED=30°$, т.к. они опираются на одну и ту же дугу DC. Тогда из прямоугольного $\triangle DBC$:

$DB=\frac{2x}{\sin 30}=4x$, $\cancel{BC=\frac{2x}{tg 60}=\frac{2x}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{}}$ $BC=\sqrt{(4x)^2-(2x)^2}=2\sqrt{3}x$

$tg\angle BAC=\frac{BC}{AC}=\frac{2\sqrt{3}x}{3x}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ б) $AC=\sqrt{7}$; тогда $BC=\frac{\sqrt{7}}{3}\cdot 2\sqrt{3}=$

$=\frac{2\sqrt{21}}{3}$ $\frac{DE}{AE}=tg\angle BAC \Rightarrow DE=tg\angle BAC\cdot AE$

$\frac{DE}{AD}=\sin\angle BAC$, $\cos\angle BAC=\sqrt{\frac{1}{1+tg^2\angle BAC}}=\sqrt{\frac{1}{1+\frac{12}{9}}}=$

$=\sqrt{\frac{1}{\frac{21}{9}}}=\frac{3}{\sqrt{21}}=\frac{3\sqrt{21}}{21}=\frac{\sqrt{21}}{7}$ $\sin\angle BAC=\sqrt{1-\frac{21}{49}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$

$DE=x\cdot\frac{2\sqrt{7}}{7}=\frac{\sqrt{7}}{3}\cdot\frac{2\sqrt{7}}{7}=\frac{2}{3}$ $\triangle ADE\sim\triangle ABC$ (по 2 равным углам) из $\triangle ADE$, $AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=\sqrt{\frac{7}{9}-\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$, $AB=\sqrt{(3x)^2+(2\sqrt{3}x)^2}=\sqrt{21}x$, $\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{21}}{21}$

$AE=\frac{\sqrt{21}}{21}\cdot AC=\frac{\sqrt{21}}{21}\cdot\sqrt{7}=\frac{7\sqrt{3}}{21}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

из $\triangle AEC$, $CE=\sqrt{AC^2+AE^2-2AC\cdot AE\cdot\cos\angle BAC}=$

$=\sqrt{7+\frac{1}{3}-2\cdot\frac{\sqrt{21}}{3}\cdot\frac{\sqrt{21}\cdot 3}{21}}=\sqrt{7\frac{1}{3}-2}=\sqrt{\frac{16}{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$S_{\triangle CED}=\frac{1}{2}\cdot DE\cdot CE\cdot\sin 30°=\frac{2}{3}\cdot\frac{4\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$ Ответ: а) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ б) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

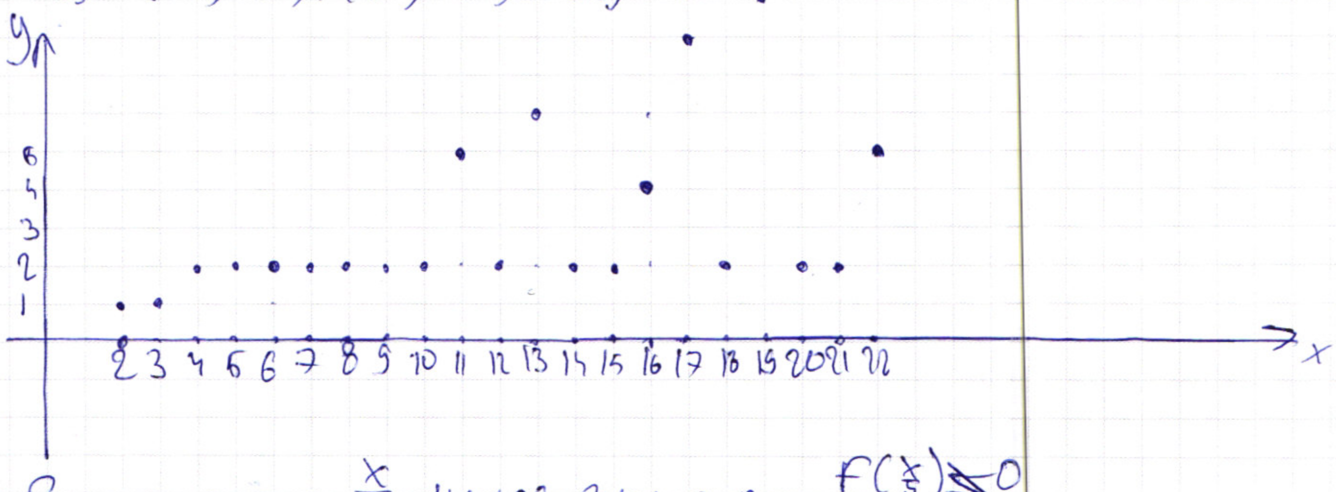
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$F(ab)=F(a)+F(b)$. Т.к любое число натуральное число можно представить как произведение двух простых, а $F(p)=[p/2]$, то для любого $n\in N$ $F(n)>0$

$F(\frac{x}{y})=F(x\cdot\frac{1}{y})=F(x)+F(\frac{1}{y})$. Рассмотрим значения $F(x)$ при $x\in N$, $x\in[2;22]$; $F(2)=1$; $F(3)=1$; $F(5)=2$; $F(7)=3$; $F(11)=5$, $F(13)=6$, $F(17)=8$ $F(19)=9$; $F(4)=F(2)+F(2)=2$, $F(6)=2$, $F(8)=2$, $F(9)=2$, $F(10)=2$, $F(12)=2$; $F(14)=3$; $F(15)=2$, $F(16)=4$; $F(18)=2$; $F(20)=2$; $F(21)=2$; $F(22)=5$



Значит если $\frac{x}{y}$ - целое число, то $F(\frac{x}{y})\geq 0$

Значит, чтобы $F(\frac{x}{y})<0$, то $\frac{x}{y}$ должно быть не целым числом

Тогда таких пар $21\cdot 21-50=441-50=391$

Ответ: 391

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $b = a\cdot q,\ c = a\cdot q^2$

$ax^2 - 2aqx + a\cdot q^2 = 0$

$x = a\cdot q^3$

$a^3q^6 - 2a^2q^4 + aq^2 = 0$

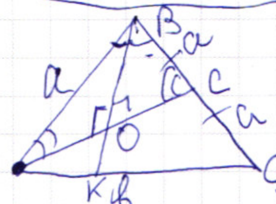
$aq(a^2q^5 - 2aq^3 + q) = 0$

$D = 4q^6 - 4q^6 = 0$

$a = \frac{2q^3}{2q^5} = \frac{q^3}{q^5} = q^{-2}$

2) $a + b + c = 900$

$a+b>c$
$a+c>b$
$b+c>a$

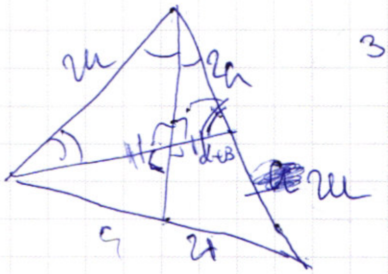


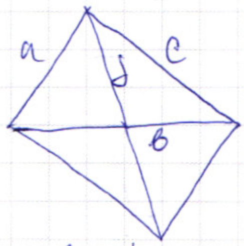
$H_{a..} = 450$

Пусть a – наиб сторона Δ. Тогда $a \in [300; 450]$

$\frac{BA}{AK} = \frac{BC}{CK}$ $302 + 151 = 453$

3 сторона $< 3a$





$2a^2 + 2c^2 = d^2 + 2b^2$

$d = \sqrt{\frac{2a^2 + 2c^2 - 2b^2}{3}}$

$\frac{448}{2} = 224$

$224 + 448 = 672$

$3a + x = 900$

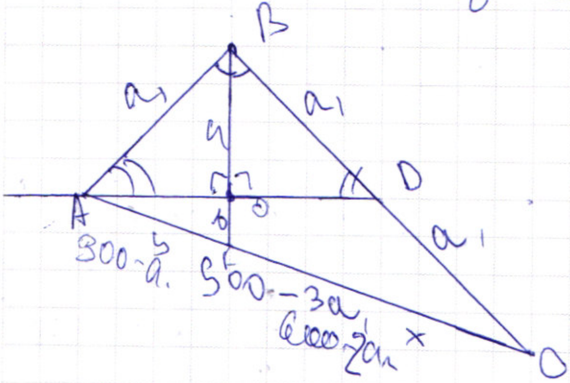
$x = 900 - 3a$

$\frac{4a}{x} = \frac{2a}{5}$ $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$ $\frac{2}{2}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{1}{2} = 1$

$\frac{a}{b} = 2$

$598 \mid 3$, 199

$199 \cdot 2 = 398$



$300 - \frac{a}{5}$. $500 - 3a$

$6000 - 2a$

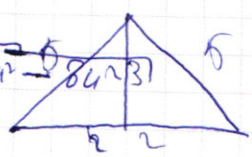
$\frac{a}{y} = \frac{2a}{x}$ $\frac{x}{y} = 2$ $\frac{a}{a}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{y}{x} = 1$

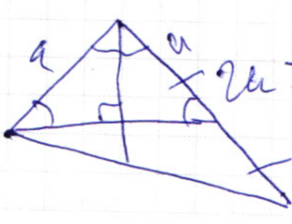
$a^2 =$

$1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{b} = 1$

$a =$

$AP = \sqrt{2a^2 + 1620000 - 5400a + 14a^2 - 5}$ $84 \wedge 31$





$2a$ $\frac{a}{b} = 2$

$\frac{306}{153}$ 594

396

$394 \mid 3$, 199

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

3) $\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$ $=\sqrt{x(y-1)+6(1-y)}=x(y-1)-6(y-1)=(y-1)(6-x)$

$2y^2-4y+x^2-12x+20$

$x^2+2y^2-12x-4y+20=$

$x^2-12x+36+2(y^2-2y+1)-19=0$

$=x^2-12x+36+2y^2-4y-16=$

$(x-6)^2+2(y-1)^2-19=0$

$\cancel{=(x+6)^2+y^2-4y+4-20}$

$x^2-12xy+36y^2=xy-6y-x+6$

$=(x-6)^2+2(y^2-2y-8)=$

$x^2-13xy+x+36y^2+6y-6=0$

$(x-6)^2+2((y-1)^2-9)=$

$x^2-x(13y-1)+36y^2+6y-6$

$=(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0$

$\left[\begin{array}{l} x^2-12xy+36y^2=(y-1)(x-6) \\ (x-6)^2+2(y-1)^2-19=0 \end{array}\right.$

$\cancel{x-6y\cdot\frac{y}{y}=\left(\frac{x}{y}-6\right)y=}$

$x-6y+6-6=(x-6)-6(y+1)$

$D=b^2-4ac=-8b^2+72\geq 0$

$b^2\leq 9$

$b\in[-3;3]$

$D=169b^2-144b^2=25b^2$

$\frac{13b+5b}{2}=9b;\ 4b$

$(a-4b)(a-9b)$

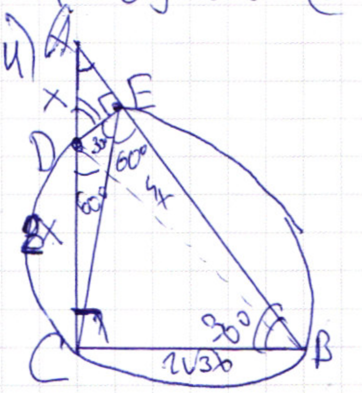
$a=4b;\ a=9b$

$16b^2+2b^2-18=0$

$b^2=\pm 1$

$a=\pm 4$

4)



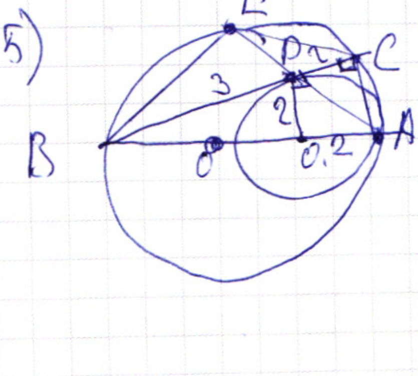
$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

$tg\angle BAC=\frac{DE}{AE}=\frac{BC}{AB}$

$DC^2=CE^2+DE^2-2CE\cdot DE\cos 30°$

$CE^2=BC^2+\cancel{BE^2}+2BC\cdot BE\cdot co$

5)



2	1	1	14 2 7 14	25
3	3	2	15 5 3 15	28
4	2 4	4	16 2 4 8 16	32
5	5	5	17 17	33
6	23	7	18 2 3 9 18 6	37
7	7	8	19 19	39
8	2 4 8	11	20 2 4 5 10 20	44
9	3 9	13	21 2 3 7 21	48
10	2 5 10	16	22 2 11	50
11	11	17		
12	2 3 4 6	21		
13	13	22		

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

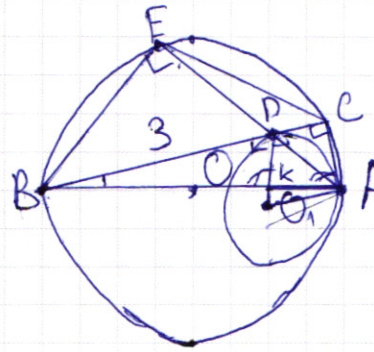
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№5

Дано окр $\Omega(O;R)$ окр$(\omega,(O_1;r))$

$BD=3$, $CD=2$. Окр $\Omega\cap$ окр $\omega=A$

BA - диаметр Ω, BC - хорда Ω,

BC - касательная к ω, $BC\cap\omega=D$

$AD\cap\Omega=E$. Найти r, R, S_{ABEC}

Решение

Т.к. AB - диаметр то $\angle BEA=\angle BCA=90°$

$O_1D\perp BC$ (по свойству радиуса и касательной, $O_1D=O_1A=r$, $O_1D\perp BC$,

$AC\perp BC\Rightarrow O_1ADC$ - квадрат $\Rightarrow r=2$ ~~По теореме Фалеса~~ По теореме Фалеса

$\frac{DC}{BD}=\frac{AK}{KB}$, где $K=AB\cap DO_1$ ~~$AD=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$. $AK=\frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}}{2}=2$~~

~~Значит $O_1\in[AB]$~~

~~Тогда $BK=\frac{AK\cdot BD}{DC}=\frac{2\cdot 3}{2}=3$~~

~~$BA=6$~~

$9+56=65$

~~$D=36+214=250$~~

$8x-6|2x-1|\leq ax+b\leq -8x^2+6x+7$

$x_1=\frac{-3\pm\sqrt{65}}{-8}=\frac{3}{8}\pm\frac{\sqrt{65}}{8}$

$x_0=\frac{-6}{-16}=\frac{3}{8}$

$-\frac{1}{2}$ $\frac{3}{8}$ 1

$-4x+6\leq ax+b\leq -8x^2+6x+7$

$E\frac{1}{2};\frac{1}{2}$ $20x-6\leq ax+b\leq$ ~~2~~ $-8x^2+6x+7$

-16 5 4

$2;3;5;7;11;13;17;19;21;$

$F(x\cdot b)=F(x\cdot\frac{1}{5})=F(x)+F(\frac{1}{5})$

$F(2)=1$; $F(3)=1$; $F(5)=2$

$F(7)=3$; $F(11)=5$; $F(13)=6$; $F(17)=8$

$F(4)=F(2)+F(2)=$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)