МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Пусть $q=\frac{b}{a}$, тогда $b=qa$. (q-знаменатель прогрессии)
Тогда $c=q^2a$, а четвёртый член прогрессии - q^3a.
Тогда:

$$ax^2+2bx+c=ax^2+2qax+q^2a=0$$

$$D=4q^2a^2-4a\cdot q^2a=0, \text{ 1 корень}$$

$$x=-\frac{2qa}{2a}=-q.$$

Получаем, что: $q^3a=-q \mid :q$, т.к. $q\neq0$

$$q^2a=-1.$$

Так как $c=q^2a$, то $c=-1$.

Ответ: -1

Задача 2.

Пусть вершина из которой выходит биссектриса — A, а из которой медиана — B. Третья вершина C, середина AC — M. Пересечение медианы и биссектрисы — O. Тогда $AO\perp BM$. Пусть $AM=MC=a$. В ΔAMB — AO биссектриса и высота, значит ΔMAB равнобедренный и $AB=AM=a$. Пусть $BC=b$. По неравенству треугольника:

$2a+a>b$; $a+b>2a$; $2a+b>a$

$3a>b$ $\quad$ $b>a$ $\quad$ $b>-a$ — выполняется всегда, т.к. $a>0$

~~Задача 2 (продолжение)~~

Периметр треугольника 1200. Значит: $3a+b=1200$

$b=1200-3a$.

Из неравенства треугольника получаем:

$3a>1200-3a$ и $1200-3a>a$

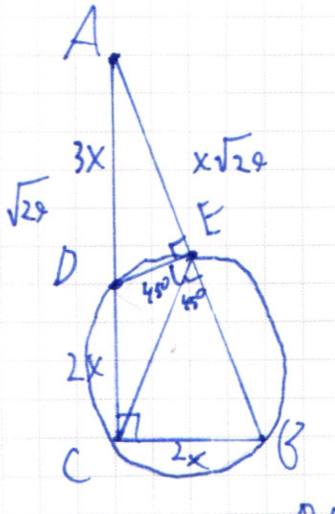
$6a>1200$ $\quad$ $1200>4a$

$a>200$ $\quad$ $300>a$

Получаем $300>a>200$, т.к. стороны целочисленные, то $299\geq a\geq 201$. Значит всего $299-201+1=99$ треугольников

Ответ: 99.

Задача 4



Дано: $\triangle ABC$ $\angle C=90^\circ$ $D\in AC$ $E\in AB$

$AD:AC=3:5$ $\angle CED=45^\circ$ $DE\perp AB$

~~$\angle CED=45^\circ$~~ $AC=\sqrt{29}$

Найти: $tg\angle BAC=?$; $S_{\triangle CED}=?$

Решение:

1. $\angle DEB=180^\circ-\angle DEA=90^\circ$. $\angle DCB=90^\circ$, значит $DEBC$ — вписанный четырёхугольник. $\angle CEB=$ $=\angle DEB-\angle CED=45^\circ$. Значит $\angle DEC=\angle CEB$, это вписанные углы ~~окружности~~ описанной окружности $DEBC$, значит они опираются на равные хорды: $CD=CB$.

2. Пусть $AD=3x$, тогда $AC=5x$, тогда $CD=5x-3x=2x=$ $=CB$. $tg\angle BAC=\frac{BC}{AC}=\frac{2x}{5x}=\frac{2}{5}=0,4$

3. По Т. Пифагора для $\triangle ABC$:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$BC^2 + AC^2 = AB^2$

$AB^2 = 4x^2 + 25x^2$

$AB = x\sqrt{29}$.

4. AC и AB секущие окружности $DEBC$, значит:

$AD \cdot AC = AE \cdot AB$

$3x \cdot 5x = x\sqrt{29} \cdot AE$

$AE = \frac{15x^2}{x\sqrt{29}} = \frac{15x}{\sqrt{29}}$

Знаем, что $AC = \sqrt{29}$, значит $5x = \sqrt{29} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{29}}{5}$, значит

$AE = \frac{15}{\sqrt{29}} \cdot \frac{\sqrt{29}}{5} = 3$.

5. $S_{AEC} = \frac{1}{2} \cdot \sin\angle A \cdot AE \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{BC}{AB} \cdot AE \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{29}} \cdot 3 \cdot \sqrt{29} =$

$= 3$

6. $\triangle AED$ – прямоугольный, $\angle DEA = 90°$. Значит $\frac{DE}{AE} = tg A = \frac{2}{5}$

Значит $DE = tg A \cdot AE = \frac{2}{5} \cdot 3 = 1{,}2$. Значит:

$S_{CED} = S_{AEC} - S_{ADE} = 3 - \frac{1}{2} \cdot DE \cdot AE = 3 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 3 = 3 - 1{,}8 = 1{,}2$

Ответ: а) 0,4 ; б) 1,2

Задача 6.

Рассмотрим пересечение $2x^2 - x - 1$ с осями $x = -\frac{1}{4}$ и $x = \frac{3}{2}$.

Получим: $y_1 = 2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{8}$ и $y_2 = 2 \cdot \frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1 =$

$= 2$. ~~По~~ Найдем минимальное значение $x + |2x-1|$.

При $x \leq \frac{1}{2}$ ~~график~~ $x + |2x-1| = x + 1 - 2x = 1 - x$, график

функции $f(x) = 1 - x$ убывает до точки $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$. При $x \geq \frac{1}{2}$

график функции $f(x) = 3x - 1$ возрастает начиная с точки $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$. Значит её минимальное значение $-\frac{1}{2}$. Получаем:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a + b \le \frac{1}{2}, \\ -\frac{1}{4}a + b \ge -\frac{5}{8}, \\ \frac{3}{2}a + b \ge 2; \end{cases}$$

Вычтем из 3-го 1-е:

$$\frac{3}{2}a + b - (\frac{1}{2}a + b) \ge 2 - \frac{1}{2}$$

$$a \ge 1,5.$$

Вычтем из 2-го 1-е:

$$-\frac{1}{4}a + b - (\frac{1}{2}a + b) \ge -\frac{5}{8} - \frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{4}a \ge -\frac{9}{8}$$

$$a \le 1,5.$$

Т.к. $a \ge 1,5$ и $a \le 1,5$, то $a = 1,5$.

Подставим это значение в 2-е и 1-е неравенство:

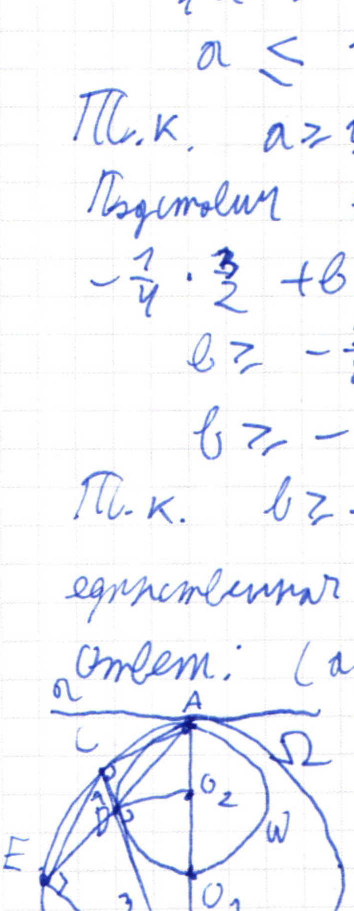
$$-\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} + b \ge -\frac{5}{8} \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + b \le \frac{1}{2}$$

$$b \ge -\frac{5}{8} + \frac{3}{8} \qquad b \le \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$b \ge -\frac{1}{4} \qquad b \le -\frac{1}{4}$$

Т.к. $b \ge -\frac{1}{4}$ и $b \le -\frac{1}{4}$, то $b = -0,25$. Значит единственная пара a и b это $(1,5; -0,25)$

Ответ: $(a; b) = (1,5; -0,25)$



Задача 5

Дано: Ω − большая окружность, ω − меньшая

$\Omega \cap \omega = A$ AB − диаметр Ω. BD − касательная ω и хорда Ω. $AD \cap \Omega = E$. $CD = 7$ $BD = 3$

Найти: $r(\Omega) = ?$ $r(\omega) = ?$ $S_{BACE} = ?$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Решение:

1. ~~Из-за~~ Пусть O_1 и O_2 центры окружностей Ω и ω соответственно. Тогда O_1, O_2 и A лежат на одной прямой, т.к. если провести через A касательную a, то $O_1A \perp a$ и $O_2A \perp a$, ~~значит~~ и эти (O_1A и O_2A) лежат по одну сторону от a.

2. $\angle BDO_2 = 90^\circ$, т.к. BD касательная к ω, а O_2D — радиус ω. $\angle BCA = 90^\circ$, т.к. он ~~вписанный~~ вписанный и опирается на диаметр AB. $\angle B$ общий, значит $\triangle BDO_2 \sim \triangle BCA$. Значит $\frac{BD}{BC} = \frac{BO_2}{BA}$

$$\frac{BD}{BD+CD} = \frac{BO_2}{BO_2+O_2A} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{BO_2}{BO_2+O_2A} \Rightarrow 4BO_2 = 3BO_2 + 3O_2A,$$

$3O_2A = BO_2$. ~~O_2A~~ Пусть $r = r(\omega)$, а $R = r(\Omega)$. Тогда $O_2A = r$, значит $BO_2 = 3r$. Значит $2R = AB = BO_2 + O_2B =$
$= 3r + r \Rightarrow R = 2r$, значит O_1 лежит на ω.

3. BD — касательная к ω, а BA её секущая, значит: $BD^2 = BO_1 \cdot AB$

$9 = R \cdot 2R$

$2R^2 = 9$

$R = 1{,}5\sqrt{2}$, следовательно $r = 0{,}75\sqrt{2}$.

4. ~~Т.к. $BACE$ — вписанный в Ω, то $\triangle ACD \sim \triangle BED$ и $K = \frac{CD}{BD} = \frac{1}{3}$. Значит $\frac{S_{ACD}}{S_{EDB}} = K^2 = \frac{1}{9}$. Аналогично $\frac{S_{ABD}}{S_{CED}}$ ... $\frac{S_{CED}}{S_{ABD}} = \frac{1}{9}$. Значит $S_{CED} + S_{ACD} = \frac{1}{9}(S_{EDB} + S_{ABD}) \Rightarrow S_{ACE} = \frac{1}{9} S_{ABE}$.~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

4. Т.к. BACE вписанный в Ω, то $\Delta CDA \sim \Delta EDB$, при-
-чём $k = \frac{CD}{BD} = \frac{1}{3}$. Значит $\frac{S_{CDA}}{S_{EDB}} = k^2 = \frac{1}{9}$. Аналогично $\frac{S_{EDC}}{S_{ADB}} = \frac{1}{9}$.

5. Аналогично п. 4. $\frac{S_{BDO_2}}{S_{BCA}} = \frac{9}{16}$. $S_{BDO_2} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{9\sqrt{2}}{8}$.
Значит $S_{BCA} = \frac{9\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{16}{9} = 2\sqrt{2}$. ~~Так же~~ ~~Значит~~ Так же
$\frac{AC}{O_2D} = \frac{4}{3} \Rightarrow AC = \frac{4}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$. Значит $S_{CDA} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} =$
$= \frac{\sqrt{2}}{2}$. $S_{BDA} = S_{BCA} - S_{CDA} = \cancel{\frac{9\sqrt{2}}{8}}\ 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = 1{,}5\sqrt{2}$

6. По п. 4: $S_{CED} = \frac{1}{9} S_{ADB} = \frac{1}{9_3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{6}$ и $S_{DEB} = 9 S_{CDA} =$
$= 9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$

7. $S_{BACE} = S_{CDA} + S_{CED} + S_{DEB} + S_{BDA} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{9\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 27\sqrt{2} + 9\sqrt{2}}{6} = \frac{40\sqrt{2}}{6} = \frac{20\sqrt{2}}{3}$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; $\frac{3\sqrt{2}}{4}$; $\frac{20\sqrt{2}}{3}$

Задача 3.

Ответ: $(x; y) = (0; 1)$

Сделаем замену $a = x - 1$ $b = y - 2$, тогда:

$$\begin{cases} b - 2a = \sqrt{ab}, \\ 2a^2 + b^2 = 3; \end{cases}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$a^2+2a+1+b^2+2b+1=0$

$(x-1)(y-2)=xy-2x-y+2$

$2a^2+b^2-a^2+2a+1+2b+1$

$+a^2-2a-1-2b-1$

$a^2-2a-2b-2$

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$

$2x^2-4x+2+y^2-4y+4=3$

$y^2-4xy+4x^2=\sqrt{(x-1)(y-2)}$

$(y-2x)^2=(x-1)(y-2)$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$-1\le a=x-1$

$-1\le b=y-2$

$a=-1$

$b=-1$

$2a-b=2x-2-y+2=$

$=2x-y$

$a-2b=x-1-2y+4=x-2y+3$

$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$

$b-2a=y-2-2x+2=y-2x$

$\begin{cases} b^2-4ab+4a^2=ab \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$

$b^2-3ab+4a^2=0$

$2a^2+b^2=3$

$2(a-1)(a+1)$

$(b-1)(b+1)$

$=0$

$(a+1)^2+(b+1)^2=0$

$a=-1$

$b=-1$

$-2a^2+3ab=3$

$2a^2-3ab+3=0$

$2a^2-3ab+3=0$

$D=9b^2-24\ge 0$

$b^2\ge\frac{24}{9}$

$4\cdot 2a^2-4ab+3=ab$

$2a^2-5ab+3=0$

$2a^2-2+b^2-1=0$

$D=25b^2-24\ge 0$

~~$2(a-1)(a+1)=-(b-1)(b+1)$~~

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №___

(Нумеровать только чистовики)

$a^2-2a-2b-2=0$ $\quad b-2a=\sqrt{ab}$

$2(x^2-2x+1)$ $\quad -2a=\sqrt{ab}-b$

$a^2+\sqrt{ab}-b-2b-2=0$ $\quad a=-\frac{\sqrt{ab}-b}{2}=\frac{b-\sqrt{ab}}{2}$

$\frac{b^2-2b\sqrt{ab}+ab}{4}+\sqrt{ab}-3b-2=0$ $\quad a^2=\frac{b^2-2b\sqrt{ab}+ab}{4}$

$b\geq 2a$ $\quad \frac{(b+\sqrt{ab})^2}{4}-3b-2=0$ $\quad b=\frac{3+2a^2}{5a}$

$2a^2-5ab+3$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=$ $\quad b^2-4ab+4a^2=ab$

$=2x^2-4x+2+y^2-2y+4$ $\quad \frac{(2b-2a)^2}{4}-3b-2=0$ $\quad b^2+4a^2=5ab$

$2a^2b-5ab+4a^5=0$ $\quad (b-a)^2-3b-2=0$ $\quad 6-b^2=5ab$

$b^2-2ab+a^2-3b-2=0$ $\quad b^2+5ab-6=0$

$$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

$D=25a^2+24$

$2(a^2-1)+(b^2-1)=0$

$2(a-1)(a+1)=-(b-1)(b+1)$

$25b^2-24\geq 0$ $\quad a=1\ a=-1$ $\quad \frac{(a-1)(a+1)}{(b-1)(b+1)}=-\frac{1}{2}$

$b=1\ b=-1$

$25b^2\geq 24$

$(b-2a)^2=ab$ $\quad b^2\geq\frac{24}{25}$ $\quad a=\frac{6-b^2}{5b}$

$2a^2-5ab+3=0$

$2b^2+6a^2-5ab-3=0$

$D=25b^2-4(2b^2-3)6$ $\quad =25b^2-48b^2+72$

$=72-23b^2\geq 0$

$72\geq 23b^2$ $\quad (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+2\sqrt{ab}+b=$

$\frac{72}{23}\geq b^2$ $\quad =a+b+2b-2a=3b-a$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)=2a^2+2b^2$ $\quad a^2-2ab=a(a-2b)=$

$2a^2+b^2=3$ $\quad =a(b-2a+3a-3b)=$

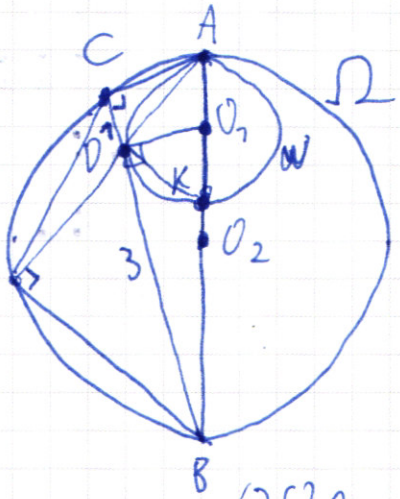
$4a^2+b^2=5ab$

$=a(\sqrt{ab}+3(a-b))$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$r \quad R \quad S_{ACEB}$ $\quad \frac{BO_1}{BA} = \frac{BO_1}{BO_1 + r} =$

$BK \cdot BA = 9 \qquad = \frac{3}{4}$

$(R+r)(2R) = 9 \qquad 3BO_1 + \cancel{r} = 4BO_1$

$\cancel{(2r+r)2r} \qquad 3r = BO_1$

$2R = 4r$

$R = 2r$

$(2r+2r)(2R) = 9$

$2O_1O_2 \cdot 2O_2B = 9$

$BO_2 \cdot BA =$

$= R \cdot 2R =$

$= 2R^2 = 9$

$R^2 = 4{,}5$

$4r^2 = 4{,}5$

$r^2 = 1{,}125$

$R = 3\sqrt{\frac{1}{2}} =$

$= \frac{3}{\sqrt{2}} =$

$= 1{,}5\sqrt{2}$

$R = 1{,}5\sqrt{2}$

$r = 0{,}75\sqrt{2}$

$2x - 1 \geq 0$

$2x \geq 1$

$x \geq \frac{1}{2}$

$x < \frac{1}{2}$

$x \geq \frac{1}{2}$: $3x - 1$

$x < \frac{1}{2}$: $1 - x$

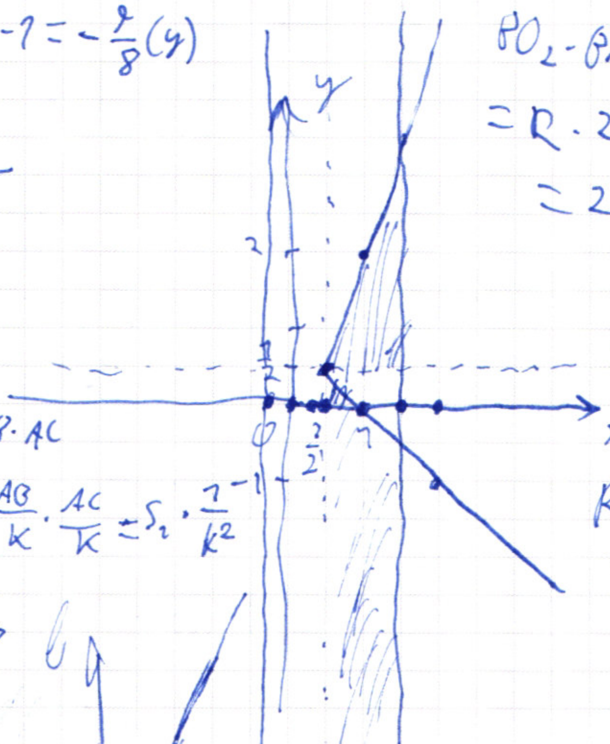
$2x^2 - x - 1\cancel{0}$

$\frac{BO_1}{BA} = \frac{3}{4}$

$-\frac{-1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4} \ (x)$

$2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8} (y)$

$4{,}5 \,|\, 40$
$40 \quad 1{,}1$
50
40
100

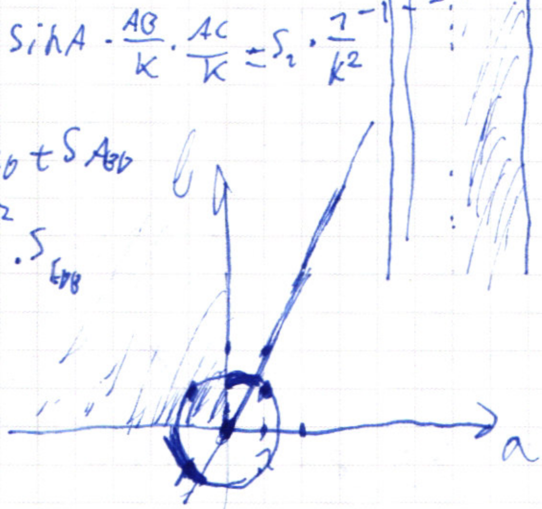


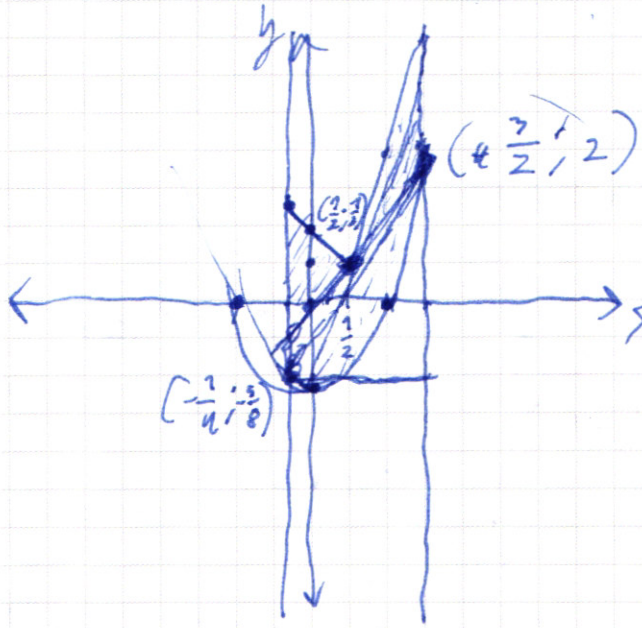
$S_1 > \frac{1}{2} \cdot \sin A \cdot AB \cdot AC$

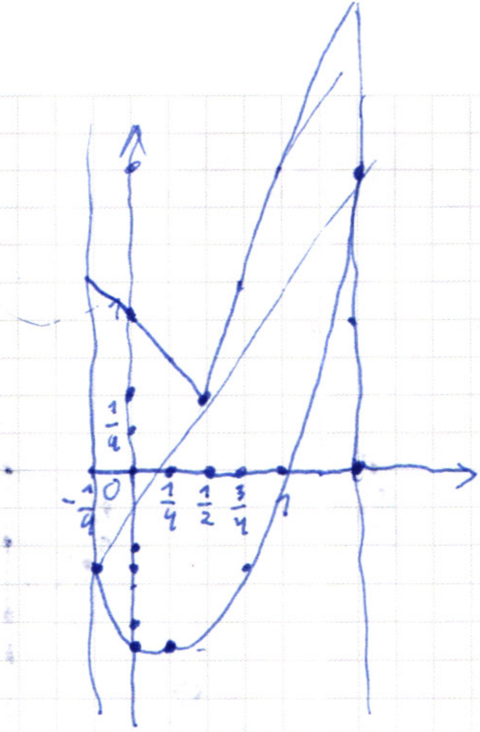
$S_2 = \frac{1}{2} \cdot \sin A \cdot \frac{AB}{k} \cdot \frac{AC}{k} = S_1 \cdot \frac{1}{k^2}$

$S_1 = S_{ACD} + S_{ABD}$

$S_2 = k^2 \cdot S_{EDB}$







$D = 1 + 8 = 9$

$x = \frac{1+3}{4} = 1 \quad x = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2} \quad 2\cdot\frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1 =$

$= 4,5 - 1,5 - 1 = 2$

$2\cdot\frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} - 1 = -\frac{5}{8}$

$\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} + b \geq 2$

$b \geq -\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} + b \leq \frac{1}{2}$

$\frac{3}{4} + b \leq \frac{1}{2}$

$b \leq -\frac{1}{4}$

$-\left(\frac{1}{2}a + b\right) \left(\frac{1}{2}\right)$

$ax + b = y$

$\frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{2}a + b = 2 \qquad \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} + b = 2$

$\begin{cases} -\frac{1}{4}a + b \geq -\frac{5}{8} \\ \frac{3}{2}a + b \geq 2 \end{cases}$

$a = 1,5 \qquad b = 2 - \frac{9}{4} = \frac{8-9}{4} = -\frac{1}{4}$

$b = -\frac{1}{4} \qquad \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = y$

$\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} = -\frac{3}{8} - \frac{2}{8} = -\frac{5}{8}$

$-\frac{-1}{4} = \frac{1}{4} \qquad 2\cdot\frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} - 1 = -\frac{9}{8} = -1\frac{1}{8}$

$a = 1,5$

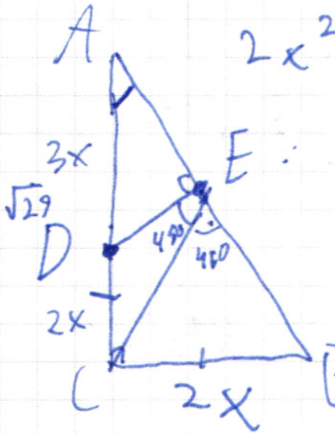
$-\frac{3}{4}a \geq -\frac{9}{8} \qquad \frac{7}{4}a \geq 1,5$

$a \leq -\frac{9}{8}\cdot\left(-\frac{4}{3}\right) \qquad a \leq 1,5$

$y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$

$y^2+4x^2+2x+y-2+5xy=0$

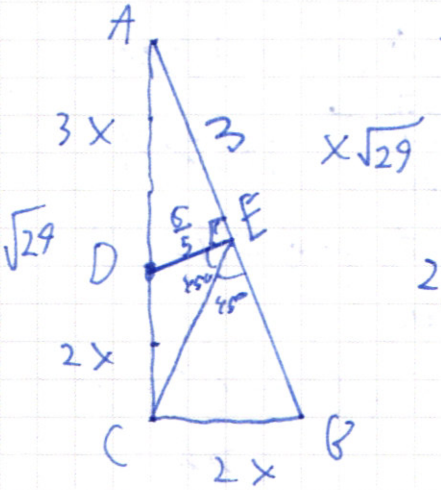
$\cancel{2x\ldots-2x-+3y}$



$2x^2+5x+5y-5+5xy=0$

$tg A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{BC}{AC}$

$\cancel{\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}}$ $\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$



$\frac{AE}{5x}=\frac{3x}{AB}$ $3x\cdot5x=AE\cdot AB$

$x\sqrt{29}$

$\frac{2x}{5x}=\frac{2}{5}=\frac{x}{3}$

$\sigma=5x$

$x=\frac{6}{5}$

$25x^2+4x^2=29x^2=AB^2$

$AB=x\sqrt{29}$

$5x=\sqrt{29}$

$x=\frac{\sqrt{29}}{5}$

$AB=\frac{\sqrt{29}}{5}\cdot\sqrt{29}=\frac{29}{5}$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{5}\cdot3=\frac{9}{5}=1{,}8$

$\cancel{3x}\cdot15x^2=\frac{29}{5}AE$

$\sin A=\frac{2x}{x\sqrt{29}}=\frac{2}{\sqrt{29}}$

$\cancel{AE=}$ $15\cdot\frac{29}{25}=\frac{29}{5}AE$

$S=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{29}}\cdot3\cdot\sqrt{29}=$

$\frac{15\cdot29}{25}\cdot\frac{5}{29}=AE$

$=\frac{1}{2}\cdot2\cdot3=3$

$AE=3$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a \quad qa \quad q^2a \quad q^3a \quad a$

$1197 : 3 = 399$

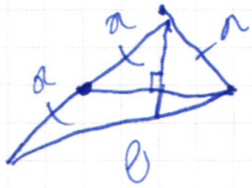
$ax^2 + 2qax + q^2a = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4(qa)^2 - 4a \cdot q^2a = 4q^2a^2 - 4q^2a^2 = 0$

$x = -\frac{2b}{2a} = -\frac{b}{a} = -\frac{qa}{a} = -q$

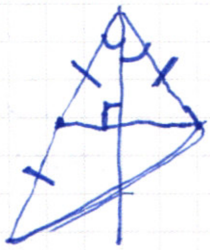
$q^3a = -q$

$q^2a = -1$



$a+b>c$

$3a>b$



$1197 \quad 3$

$3a+b=1200$

$c=3a$

$a+b>2a$

$b>a$

$c+b=1200$

$c>b$

$3a>b$

$3a>b>a$

$601 \quad 599$

$2a+b>a$

$a+b>0$

$b>-a$

$3a+b=1200$

$3a \quad b$

$603 \quad 597$

$b = 1200-3a$

$b = 3(400-a)$

$b \quad a$

$3a > 1200-3a$

$6a>1200$

$a>200$

$1200-3a>a$

$1200>4a$

$300>a$

$2x^2 \cancel{-4x} 7 \quad 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2x^2 - 4x + 2 + y^2 - 4y + 4$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)