МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

© МФТИ, 2022

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

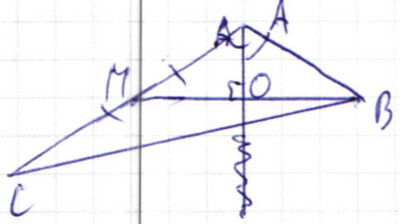
Пусть $b=aq$; $c=aq^2$, тогда 4 член прогрессии будет aq^3, то есть $aq^3 = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2-4ac}}{2a} = \frac{b \pm \sqrt{b^2-ac}}{\cancel{2}a} = \frac{a\cdot q \pm \sqrt{a^2q^2-a\cdot aq^2}}{\cancel{2}a} =$

$= \frac{a\cdot q \pm 0}{a} = q$, то есть $aq^3 = q$, если $q=0$, то все члены прогрессии 0, кроме может быть 1-го, если $q \neq 0$, то $aq^2=1$, то есть 3 член прогрессии равен 1.

$\boxed{\text{Ответ: } 1}$ (или 0, если прогрессия постоянная.)

№2

Биссектриса и медиана не могут выходить из одной вершины, т.к. $\angle \Delta < 180^\circ$ и $\angle$ между биссектрисой и любой из сторон $\leq \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow \angle$ между биссектрисой и медианой $< 90^\circ$.



Пусть вершины ~~B~~ это ABC, биссектриса выходит из A, а медиана из B (см. рис.). Точка пересечения биссектрисы и медианы O, а середина AC – M, тогда $\triangle MAO = \triangle BAO$ по стороне (AO) и 2 углам ($\angle MAO = \angle BAO$ и $\angle MOA = \angle BOA = 90^\circ$). $\Rightarrow MA = AB = MC$, пусть $AB = x$, тогда $AC = 2x$, а BC^2 по теореме косинусов равно $x^2 + (2x)^2 - 2(x)\cdot(2x)\cdot\cos\alpha$, где $\alpha = \angle CAB$; $BC^2 = x^2(5-4\cos\alpha)$, т.к. стороны целочисленные, то $5-4\cos\alpha$ должно быть квадратом, но $\cos\alpha \in (-1;1) \Rightarrow (5-4\cos\alpha) \in (1;9)$, но в этом промежутке лишь 1 квадрат, это 4. Тогда $BC^2 = x^2\cdot 4 \Rightarrow BC = 2x$, неравенство Δ $x+2x>2x$ выполняется, а значит есть лишь 1 Δ со сторонами 180, 360, 360. $\boxed{\text{Ответ: } 1.}$

№1

$a \quad b = aq \quad c = aq^2$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$aq^3 = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a} = \frac{aq}{a} = q$

$a^2q^2 - a \cdot aq^2 = 0$

$aq^2 = 1$ Ответ: 1.

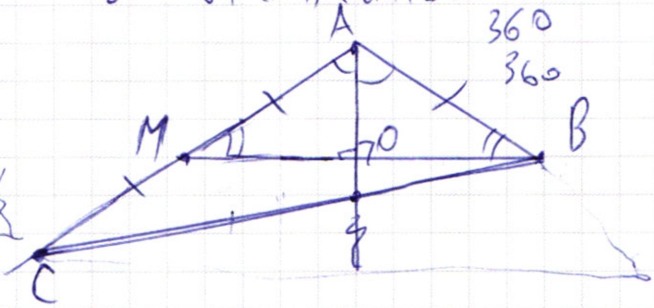
$900 = 5a$

$a = 180$

№2 $8x - 6(2x-1) \le ax + b \le$

$x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}$

$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$



$x - 6y = \sqrt{x(y-1) - 6(y-1)}$

$x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha \quad a^2 - 2ab + b^2$

$x^2 - 12x + k + 2y^2 - 4y + b = 0 \ ; k + b = 20 \quad 2b = n \quad b = 6$

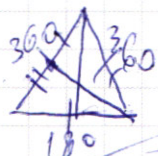
$x^2 - 12x + 36(-16) + 2y^2 - 4y + 2(-2) = 0$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 - 16 - 2$

$AB + BC + AC = 900$

$60°$ $y^2 - 2y + 1$

$2y^2 - 4y + 1$



$\begin{cases} (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18 \\ x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)} \end{cases}$

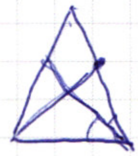
$a^2 = a^2 + a^2 - 2d$

$a = x - 6$

$b = y - 1$

$x - 6y =$

$a - 6b$



2

$c = 2a$

$\begin{cases} a^2 + 2b^2 = 18 \\ a - 6b = \sqrt{ab} \end{cases}$

$c^2 = a^2 \cdot 4$

~~$x - 6 = 6y + 6$~~

$6 \cdot 0 \quad 90 \quad 180°$

$a^2 - 12ab + b^2 \cdot 36 = ab$

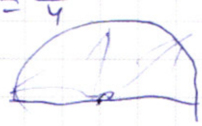
$a^2 = 18 - 2b^2$

4

$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$

$\cos\alpha = \frac{1}{4}$

$c^2 =$



$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$

$a \ ; \ 2a \quad \cos\alpha \in (-1; 1) \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\alpha$

$c \in N$

$\cos 0 = 1$

$c^2 = a^2 + 4a^2 - 2a \cdot 2a \cdot \cos\alpha$

$c^2 \in N$

$\cos 90 = 0$

$c^2 = 5a^2 - 4a^2 \cdot \cos\alpha$

$c^2 \in (a^2 + b^2 ; (a-b)^2)$

$c^2 = a^2(5 - 4 \cdot \cos\alpha)$

$5 - 4\cos\alpha \in (1; 9)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases} \sim \begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18 \end{cases}$, заменим $a=x-6$, $b=y-1$

Тогда $a-6b=x-6-6y+6=x-6y$. $\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$ далее рассмотрим

2 случая: 1) $a,b>0$ и 2) $a,b<0$.

1) $u=\sqrt{a}$; $t=\sqrt{b}$, тогда $\begin{cases} u^2-6t^2-ut=0 \\ u^4+2t^4=18 \end{cases}$, и u и $t>0$!

$u=\frac{t\pm\sqrt{t^2-24t^2}}{2}=3t\,||-2t$, но т.к. $u>0$, то $u=3t$.

$u^4+t^4=81t^4+2t^4=18$; $t=\sqrt[4]{\frac{18}{83}}$, $b=\sqrt{\frac{18}{83}}$; $a=9\sqrt{\frac{18}{83}}$; тогда

$x=a+6=6+9\sqrt{\frac{18}{83}}$; $y=b+1=1+\sqrt{\frac{18}{83}}$

2) Пусть НУО $a,b>0$, но $a-b\cdot6$ заменим на $6b-a$:

$\begin{cases} 6b-a=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$, $u=\sqrt{a}$; $t=\sqrt{b}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} 6t^2-u^2=ut \\ u^4+2t^4=18 \end{cases}$ $u^2-6t^2+ut=0$

$u=\frac{-t\pm\sqrt{t^2+24t}}{2}=2t\,||-3t$

$-3t$ – не подходит.

$u=2t$. $16t^4+\cancel{16}\,2t^4=18\sim 8t^4+t^4=9\Rightarrow t=1\ (t>0!)$

$u=2$; $a=4$; $b=1$, теперь меняем знаки на

противоположные $a=-4$; $b=-1$, $x=6-4=2$; $y=1-1=0$

Ответ: $\left(6+9\sqrt{\frac{18}{83}};\ 1+\sqrt{\frac{18}{83}}\right)$ и $(2;0)$.

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18 \end{cases}$$

$a=x-6$
$b=y-1$ $\Rightarrow$ $a-6b=\sqrt{ab}$
$a^2+2b^2=18$

$t=\sqrt{a}$ $u=\sqrt{b}$

$a-\sqrt{a}\sqrt{b}=6b$ $\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})=6b$

$t^2-tu=6u^2$

$t^2-tu-6u^2=0$

$t=\frac{u\pm\sqrt{u^2+24u^2}}{2}=\frac{u\pm5u}{2}=3u$ или $-2u$

$\cancel{=2u}$ $\Rightarrow$ $t=3u$

$\sqrt{a}=3u$

$\sqrt{b}=u$

$81u^4+2\cdot u^4=18$

$83u^4=18$ $u^4=\frac{18}{83}$ $u=\sqrt[4]{\frac{18}{83}}$ $a=\sqrt[2]{\frac{18}{83}}\cdot 9$ $b=\sqrt{\frac{18}{83}}$

$\cancel{+}a\cancel{+}6b$

$-a+6b$

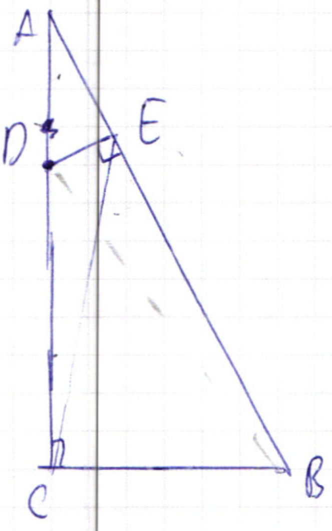
$x=9\sqrt{\frac{18}{83}}+6$

$y=\sqrt{\frac{18}{83}}+1$

черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



а) четырёхугольник CDEB – вписанный, т.к. $BCD + DEB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$
$\angle DBC = \angle CED = 30^\circ$, т.к. опираются на одну дугу, тогда в $\triangle BCD$ углы равны $30^\circ, 60^\circ$ и 90°.
Обозначим $AD = x$, а $DC = 2x$, тогда
$BC = \operatorname{ctg} 30^\circ \cdot DC = \sqrt{3}\cdot 2x$, тогда $\operatorname{tg}\angle BAC =$
$= \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}\cdot 2x}{3x} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Ответ: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

б) $AC = \sqrt{7}$; $\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{7} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$
Из т. Пифагора: $AB^2 = 7 + \frac{4\cdot 21}{9} = 7 + \frac{28}{3} = \frac{49}{3} \Rightarrow AB = \frac{7\sqrt{3}}{3}$
$\triangle AED$ подобен $\triangle ACB$ с коэффициентом: $\frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{7}/3}{7\sqrt{3}/3} =$
$= \frac{\sqrt{7}}{7\sqrt{3}}$, так же $\frac{DE}{BC} = \frac{\sqrt{7}}{7\sqrt{3}} \Rightarrow DE = \frac{\sqrt{7}}{7\sqrt{3}}\cdot\frac{2\sqrt{21}}{3} = \frac{2\cdot 7\cdot\sqrt{3}}{7\cdot 3\cdot\sqrt{3}} =$
$= \frac{2}{3}$, $S_{\triangle CED} = DE\cdot DC\cdot \sin\angle CDE/2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{7}\cdot 2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin\angle CDE$
$\sin\angle CDE = \sin(\angle CAB + 90^\circ) = \cos(90^\circ - \angle CAB - 90^\circ) = +\cos\angle CAB =$
$= +\frac{AC}{AB} = +\frac{\sqrt{7}}{7\sqrt{3}/3} = +\frac{\sqrt{7}\cdot 3}{7\sqrt{3}} = +\frac{\sqrt{21}}{7}$
$S_{\triangle CED} = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{7}\cdot 2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(+\frac{\sqrt{21}}{7}\right) = \frac{4\sqrt{7}}{18}\cdot\left(+\frac{\sqrt{21}}{7}\right) = +\frac{7\cdot 4\cdot\sqrt{3}}{18\cdot 7} =$
$= \frac{4\sqrt{3}}{18} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

Ответ: $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

$$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$$

$a-6b=\sqrt{ab}$

$\sqrt{ab}\geq 0$

$a-6b>0$

$a>6b$

$\sqrt{ab}>0$

$a=x-6$

$b=y-1$

1) $a=\sqrt{18-2b^2}$

2) $a=-\sqrt{18-2b^2}$

$\sqrt{18-2b^2}-6b=\sqrt{ab}$

$2(y^2-2y+1)$

$18-2y^2+4y-2=\cancel{-2y^2+4y+16}$

№4

$8x-6|2x-1|\leq ax+b\leq -3x^2+6x+2$

$180=120+\alpha+$

$x\in[-\frac{1}{2};1]$

$?=60-\alpha$

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=[\frac{p}{2}]$

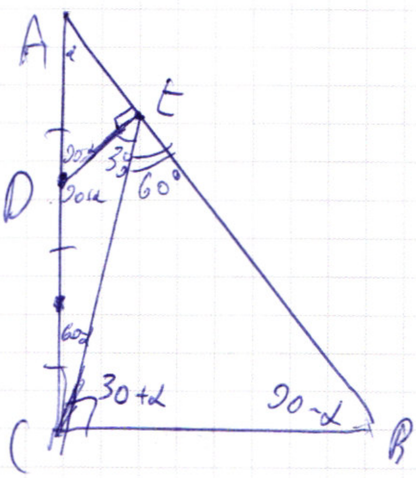
$90-60+\alpha=30+\alpha$

$f(b)=f(1)+f(b)\Rightarrow f(1)=0$

$f(\frac{x}{4})<0$

$f(2)=1$

$f(2b)=1+f(b)$



$\tan\angle BAC=\frac{BC}{AC}$

$\tan=\frac{BE}{AE}$

$a-6b=\sqrt{ab}$

$a^2+2b^2=18$

$\cancel{a=\sqrt{18-2b^2}}$

$\frac{AC}{3AB}=\cancel{\tan(90-\alpha)}$

$\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$

$\frac{\sin(90-\alpha)}{3}=\frac{\cos\alpha}{3}$

$BC=\sin\alpha\cdot AB$

$\cancel{\sqrt{18-2b^2}-6b=\sqrt{\sqrt{18-2b^2}\,b}}$

$\frac{AD}{AB}=k=\frac{\cos\alpha}{3}=\frac{AE}{3AD}$

$a^2-12ab+36b^2=ab$

$\sqrt{18-2b^2}-6b=\sqrt[4]{18b^2-2b^4}$

$$\begin{cases} a^2-13ab+36b^2=0 \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

Заметим, что по основной теореме арифметики f от любого натурального числа будет просто суммой функций от ~~его~~ чисел в его разложении, ~~например~~ то есть $f(p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot\ldots\cdot p_n^{\alpha_n}) = \alpha_1 f(p_1)+\ldots+\alpha_n f(p_n)$ (т.к. $f(abc)=f(a)+f(bc)=f(a)+f(b)+f(c)$). Поэтому, т.к. $f(p)=[\frac{p}{2}]>0$, то $f(n)$, где $n\in\mathbb{N}$, тоже >0.

$f(\frac{x}{y})+f(y)=f(x) \Rightarrow f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$, то есть нужно узнать количество пар чисел от 2 до 22, таких, что $f(x)<f(y)$

Выпишем значение функции для всех чисел от 2 до 22:

$f(2)=[\frac{2}{2}]=1$	$f(7)=[\frac{7}{2}]=3$	$f(12)=f(2)+f(6)=3$	$f(17)=[\frac{17}{2}]=8$
$f(3)=[\frac{3}{2}]=1$	$f(8)=3\cdot f(2)=3$	$f(13)=[\frac{13}{2}]=6$	$f(18)=f(2)+f(9)=3$
$f(4)=2\cdot f(2)=2$	$f(9)=2\cdot f(3)=2$	$f(14)=f(2)+f(7)=4$	$f(19)=[\frac{19}{2}]=9$
$f(5)=[\frac{5}{2}]=2$	$f(10)=f(2)+f(5)=3$	$f(15)=f(3)+f(5)=3$	$f(20)=f(2)+f(10)=4$
$f(6)=f(2)+f(3)=2$	$f(11)=[\frac{11}{2}]=5$	$f(16)=4\cdot f(2)=4$	$f(21)=f(3)+f(7)=4$

$f(22)=f(2)+f(11)=6$, перепишем значения в порядке возрастания: (1, 1), (2, 2, 2, 2), (3, 3, 3, 3, 3, 3), (4, 4, 4, 4), (5), (6, 6), (8), (9), среди этих чисел нужно выбрать любые 2 с разными значениями (тогда одно будет больше другого). Будем складывать способы когда 1-е число ~~выбрано~~ (наименьшее) выбрано из каждой группы: $2\cdot 19+4\cdot 15+6\cdot 9+4\cdot 5+1\cdot 4+2\cdot 2+1\cdot 1=38+60+54+20+4+4+1=181$

Ответ: 181 пара чисел.

$f(ab) = f(a) + f(b)$; $f(p) = \lfloor \frac{p}{2} \rfloor$, p-прост.

$f(a \cdot 1) = f(a) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$ $2 \le x \le 22$

$f(\frac{x}{y}) < 0$

$f(a \cdot \frac{1}{a}) = f(a) + f(\frac{1}{a}) = 0$ $2 \le y \le 22$

сколько (x, y)

$f(a) = -f(\frac{1}{a})$ $f(pq) = f(p) + f(q)$

Заметим, что если n - нат. и n - составное, то $f(p_1 \cdot p_2 \cdot ... \cdot p_n) = f(p_1) + f(p_2) + ... f(p_n)$

$= \lfloor \frac{p_1}{2} \rfloor + \lfloor \frac{p_2}{2} \rfloor + ... + \lfloor \frac{p_n}{2} \rfloor$

~~$\lg(ab) = \lg(a) + \lg(b)$~~

$12 = 2 + f(6)$

$0 = f(1) = f(a) + f(\frac{1}{a})$, $f(a) > 0 \Rightarrow f(\frac{1}{a}) < 0$ $5 \cdot 2 = 2 + 1$

$1 = f(2) = f(2a) + f(\frac{2}{a})$, если $a > 3$, то $f(\frac{2}{a}) < 0$ $2 + f(7)$

$1 = f(3) = f(a) + f(\frac{3}{a})$, если $a > 1$, то $f(\frac{3}{a}) < 0$

$f(\frac{p}{q}) + f(q) = f(p)$

$p > q$

$\cancel{2}; \cancel{3}; \underset{4}{\overset{2}{4}}; \cancel{5}; \overset{2}{6}; \cancel{7}; \overset{3}{8}; \overset{2}{9}; \overset{3}{10}; \cancel{11}; \overset{3}{12}; \cancel{13};$

$\overset{4}{14}; \overset{3}{15}; \overset{4}{16}; \cancel{17}; \overset{3}{18}; \cancel{19}; \overset{4}{20}; \overset{4}{21}; \overset{?}{22}$

$f(\frac{9}{8}) + f(\underset{3}{8}) = f(\underset{2}{9})$

$2 \cdot 2 \cdot 5 = 1 + 1 + 2$

$3 \cdot 3 = 1 + 3$

$2 \cdot 11 = 1 + 7$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$8x-6|2x-1| \le ax+b \le -8x^2+6x+7$$

$$-8x^2+6x-ax+7-b \ge 0 \sim 8x^2+(a-6)x+(b-7) \le 0;$$

$$x_1=\frac{6-a+\sqrt{(a-6)^2-4\cdot 8\cdot(b-7)}}{16} \ge 1 \quad \| \quad x_2=\frac{6-a-\sqrt{(a-6)^2-4\cdot 8\cdot(b-7)}}{16} \le -\frac{1}{2}$$

$$6-a+\sqrt{(a-6)^2-32(b-7)} \ge 16 \qquad 6-a-\sqrt{(a-6)^2-32(b-7)} \le -8$$

$$a+10 \le \sqrt{(a-6)^2-32(b-7)} \qquad 14-a \le \sqrt{(a-6)^2-32(b-7)}$$

$$\left[\begin{array}{l}(a+10)^2 \le (a-6)^2-32(b-7)\\ \begin{cases} a \le -10\\ (a-6)^2-32(b-7) \ge 0\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}(14-a)^2 \le (a-6)^2-32(b-7)\\ \begin{cases} a \ge 14\\ (a-6)^2-32(b-7) \ge 0\end{cases}\end{array}\right.$$

$$ax+b \ge 8x-6|2x-1|$$

$$ax+b \ge 8x-6\cdot 1x+6 \qquad ax+b \ge 8x-6+12x$$

$$(a-8)x+12x+b-6 \ge 0 \qquad (a-20)x+b+6 \ge 0$$

$$(a+4)x+b \ge 6$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №5

(Нумеровать только чистовики)

$x-6y=\sqrt{(y-1)(x-6)}$

$x^2+2y^2-12x-4y+20=0$

$x^2-12x+2y^2-4y+20=0$

$x^2-12+36-16+2(y^2-2y+1)-2=0$

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18$

$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$

$18=9+9$ $\quad 13a^2-13ab+66b^2=18\cdot 12$

$38+60=98$, $+54$, 152, 172, 181

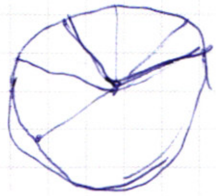
$a^2-13ab+b^2-36=0$

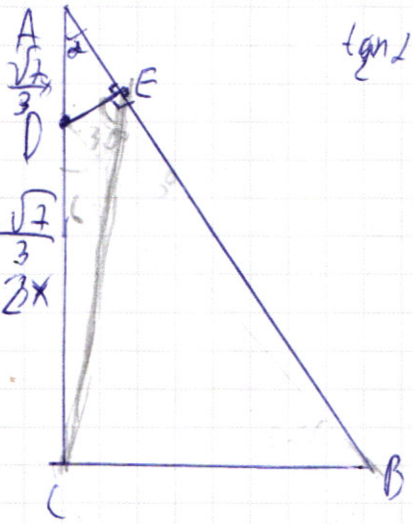
$a^2+2b^2=18$

$34b^2-13ab=-18$

$b(34b-13a)=-18$

N5





$\tan\alpha - !$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2}$

$BC=6x\cdot\sin 60°$

$BC=3x\cdot\sqrt{3}$

$180-90+\alpha=90+\alpha$

$\sin\alpha=\cos(90-\alpha)$

$\cos(180-\beta)=-\cos(\beta)$

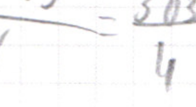
$\sin(90+\alpha)=-\sin(\alpha)$

$8x-6|2x-1|\le ax+b\le -8x^2+6x+7$

$\operatorname{tg}\alpha=\frac{BC}{AC}=\frac{BC}{4AD}=\frac{3\cdot x\cdot\sqrt{3}}{4x}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$

$-8x^2+6x+7\geqslant ax+b$ для $x\in(-\frac{1}{2};1)$ $\quad \cos(90-\alpha)=\sin(\alpha)$

$AD=\frac{\sqrt{7}}{4}$



$-8x^2+6x+7-ax-b\geqslant 0$ $\quad \sin(90+\alpha)=$

$-8x^2-x(a-6)-(b-7)\geqslant 0$ $\quad =$

$8x^2+(a-6)x+(b-7)\le 0$

$S=\frac{ab\cdot\sin\alpha}{2}$

$\sin\alpha=\cos($

$\sin(90+\alpha)=\sin\alpha \quad \cos(-\alpha)=-\cos\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик $\qquad$ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) $\qquad$ (Нумеровать только чистовики)