



# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

### 10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР \_\_\_\_\_

Заполняется ответственным секретарём

- [2 балла] Числа  $a, b, c$  являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа  $a, b, c$  не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения  $ax^2 + 2bx + c = 0$ . Найдите третий член прогрессии.
- [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

- [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AC$  и гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно, такие что  $AD : AC = 3 : 5$  и  $DE \perp AB$ . Найдите тангенс угла  $BAC$ , если известно, что  $\angle CED = 45^\circ$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $AC = \sqrt{29}$ . Найдите площадь треугольника  $CED$ .
- [5 баллов] Окружности  $\Omega$  и  $\omega$  касаются в точке  $A$  внутренним образом. Отрезок  $AB$  – диаметр большей окружности  $\Omega$ , а хорда  $BC$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $D$ . Луч  $AD$  повторно пересекает  $\Omega$  в точке  $E$ . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника  $BACE$ , если известно, что  $CD = 1, BD = 3$ .
- [5 баллов] Найдите все пары чисел  $(a; b)$  такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$

выполнено для всех  $x$  на промежутке  $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ .

- [5 баллов] Функция  $f$  определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел  $a$  и  $b$  из этого множества выполнено равенство  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , и при этом  $f(p) = [p/2]$  для любого простого числа  $p$  ( $[x]$  обозначает наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ ). Найдите количество пар натуральных чисел  $(x; y)$  таких, что  $1 \leq x \leq 21, 1 \leq y \leq 21$  и  $f(x/y) < 0$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Дано:

$\triangle ABC$  - прямоугольн.

$D \in AC, E \in AB$

$AC$  - катет,

$AB$  - гипотенуза

$AD:AC = 3:5$

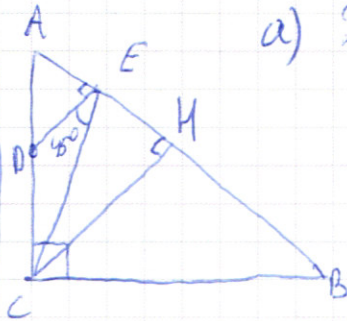
$DE \perp AB$

$\angle CED = 45^\circ$

а)  $\operatorname{tg}(\angle BAC)$ ?

б)  $AC = \sqrt{29}$

$S_{CED}$ ?



а) Проведем  $CH \perp AB \Rightarrow CH \parallel DE$ , т.к.

$\angle CHE + \angle DEH = 180^\circ \Rightarrow$  как смежные углы равны  $\Rightarrow$

$\angle CED = \angle ECH = 45^\circ$ ,

Кроме того,  $\triangle ADE \sim \triangle ACH$ , т.к.

$\angle A$  - общий,  $\angle AED = \angle AHC \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EH}$

Обозначим  $AD = 3x \Rightarrow AC = 5x$  (по усл.)  $\Rightarrow DC = 2x$

$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EH} = \frac{3}{2}$ . Обозначим  $AE = 3y, EH = 2y$ .

$\triangle CEH$  - прямоугольный  $\Rightarrow \angle CEH = 45^\circ$ , т.к.

$\angle ECH = 45^\circ \Rightarrow EH = HC$  - катетов  $\Rightarrow HC = EH = 2y$ .

Вспользуемся формулой для нахождения

высоты из прямого угла:  $CH^2 = AH \cdot HB$

$\Rightarrow HB = \frac{CH^2}{AH} = \frac{(2y)^2}{5y} = \frac{4}{5}y$ .

$\triangle CHB$  - п/у  $\Rightarrow$  по т. Пифагора:  $CH^2 + HB^2 = BC^2$

$\Rightarrow BC^2 = (2y)^2 + (\frac{4}{5}y)^2 = 4y^2 + \frac{16}{25}y^2$

$\triangle ABC$  - п/у  $\Rightarrow AC^2 + BC^2 = AB^2 \Rightarrow AC^2 = AB^2 - BC^2 =$

$= (5y + \frac{4}{5}y)^2 - 4y^2 - \frac{16}{25}y^2 = 25y^2 + 8y^2 + \frac{16}{25}y^2 - 4y^2 -$

$-\frac{16}{25}y^2 = 29y^2 \Rightarrow \operatorname{tg}(\angle BAC) = \frac{BC}{AC} =$

$= \frac{\sqrt{4y^2 + \frac{16}{25}y^2}}{\sqrt{29y^2}} = \frac{\sqrt{116}}{\sqrt{25 \cdot 29}} = \frac{4\sqrt{29}}{5\sqrt{29}} = \frac{4}{5}$

б)  $AC = \sqrt{29}$  (по усл.);  $AC = \sqrt{29y^2} \Rightarrow \sqrt{29} = \sqrt{29} \cdot y \Rightarrow y = 1$

$\Rightarrow BC = 4 + \frac{16}{25}$  см. страница 2

N 4

$$f(ab) = f(a) + f(b), \quad f(p) = \left[ \frac{p}{2} \right]$$

↓

$$\cancel{f(b \cdot 0 \cdot a = 1 \Rightarrow f(1 \cdot b) = f(1) + f(b) \Rightarrow f(1) = 1}$$

$$\text{Пусть } a = 1 \Rightarrow f(1 \cdot b) = f(1) + f(b) \Rightarrow f(1) = 0$$

$$f\left(b \cdot \frac{1}{b}\right) = f(b) + f\left(\frac{1}{b}\right) \Rightarrow f(b) + f\left(\frac{1}{b}\right) = f(1) \Rightarrow f(b) + f\left(\frac{1}{b}\right) = 0$$

$$f(b) = -f\left(\frac{1}{b}\right)$$

↓

$$\text{т.к. } f(p) = \left[ \frac{p}{2} \right] \Rightarrow f(b) = \left[ \frac{b}{2} \right] \Rightarrow f\left(\frac{1}{b}\right) = -\left[ \frac{b}{2} \right]$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = \left[ \frac{x}{2} \right] - \left[ \frac{y}{2} \right]$$

Условия:

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 21 \\ 1 \leq y \leq 21 \\ f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \end{cases} \quad (\text{Решить}) \begin{cases} 1 \leq x \leq 21, x \in \mathbb{N} \\ 1 \leq y \leq 21, y \in \mathbb{N} \\ \left[ \frac{x}{2} \right] - \left[ \frac{y}{2} \right] < 0 \end{cases}$$

$$\text{При } x=1 \quad \left[ \frac{x}{2} \right] = 0 \Rightarrow -\left[ \frac{y}{2} \right] < 0 \Rightarrow \left[ \frac{y}{2} \right] > 0 \Rightarrow y \in [2; 21]$$

$$\text{При } x=2 \text{ и } x=3 \quad \left[ \frac{x}{2} \right] = 1 \Rightarrow -\left[ \frac{y}{2} \right] < -1 \Rightarrow \left[ \frac{y}{2} \right] > 1 \Rightarrow y \in [4; 21]$$

$$\text{При } x=4 \text{ и } x=5 \quad \left[ \frac{x}{2} \right] = 2 \Rightarrow -\left[ \frac{y}{2} \right] < -2 \Rightarrow \left[ \frac{y}{2} \right] > 2 \Rightarrow y \in [6; 21]$$

⋮

$$\text{При } x=20 \text{ и } x=21 \quad \left[ \frac{x}{2} \right] = 10 \Rightarrow -\left[ \frac{y}{2} \right] < -10 \Rightarrow \left[ \frac{y}{2} \right] > 10 \Rightarrow \text{нет}$$

решений как промежуточные  $y \in [1; 21]$

Заметим, что при  $x=1$  кол-во пар - 20,

при  $x=2$  и  $x=3$  - 18, при  $x=4$  - 16,  $x=5$  - 16

Пусть  $S$  - количество пар, тогда  $S = S_{x=1} + S_{x=2} + \dots + S_{x=20} +$

$$+ S_{x=21} = \underbrace{(S_{x=1} + S_{x=2} + S_{x=4} + \dots + S_{x=20})}_{S_1} + \underbrace{(S_{x=3} + S_{x=5} + \dots + S_{x=21})}_{S_2}$$

$S_1$  и  $S_2$  - арифметические прогрессии. См. стр. N 5

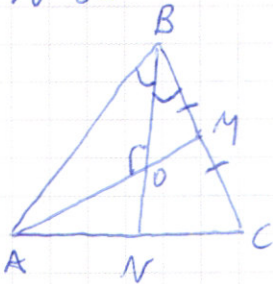
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4 (продолжение)

$$\begin{aligned} \text{т.к. } y=1 &\Rightarrow CH=2y=2 \Rightarrow \text{т.к. } \triangle ADE \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{DE}{CH} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \\ \Rightarrow DE &= \frac{3}{5} CH = \frac{6}{5} \Rightarrow S_{CED} = \frac{1}{2} DE \cdot EC \cdot \sin(\angle CED) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= \frac{6\sqrt{2}}{5} \end{aligned}$$

Ответ: а)  $\frac{4}{5}$ ; б)  $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

N2



без ограничения общности AM - медиана

BN - биссектриса. По усл.  $BN \perp AM \Rightarrow$

$\Rightarrow$  ~~(BO=O)~~  $\triangle ABM$  - равнобедренный, т.к.

BO - высота и биссектриса.  $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = BM$ . Пусть  $AB = x \Rightarrow BM = x \Rightarrow MC = x \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = BM + MC = 2x \Rightarrow AC = P - AB - BC = 1200 - 3x$

(P - периметр ABC,  $P = 1200$  (по усл.))

Из теоремы о неравенстве треугольника следует:

$$\begin{cases} AB + BC > AC \\ AB + AC > BC \\ BC + AC > AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > 1200 - 3x \\ x + 1200 - 3x > 2x \\ 2x + 1200 - 3x > x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x > 1200 \\ 4x < 1200 \\ 2x < 1200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 200 \\ x < 300 \\ x < 600 \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} x > 200 \\ x < 300 \end{cases} \Rightarrow$  целых "интервалов" в этом промежутке 99,  $\Rightarrow$  вариантов тоже 99

Ответ: 99

$$S_1 = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, n = 11, a_1 = 20, a_n = 0$$

$$S_1 = \frac{20+0}{2} \cdot 11 = 110$$

$$S_2 = \frac{a'_1 + a'_n}{2} \cdot n', n' = 10, a'_1 = 18, a'_n = 0$$

$$S_2 = \frac{18+0}{2} \cdot 10 = 90 \Rightarrow S = S_1 + S_2 = 200$$

Ответ: 200

№5

Дано:

$\Omega$  и  $\omega$  — окружности

$\Omega \cap \omega = A$

AB — диаметр  $\Omega$

BC — хорда  $\Omega$

$BC \cap \omega = D$

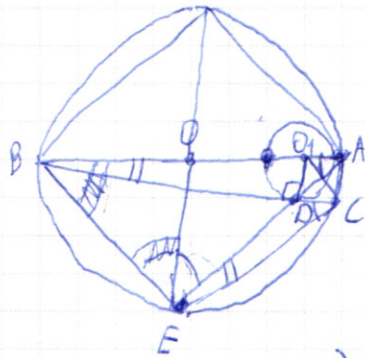
$AD \cap \omega = E$

$CD = 1, BD = 3$

Найти: радиус

окружности

$S_{BACE}$  — ?



Пусть  $O_1$  — центр

$\omega$ ,  $O$  — центр  $\Omega$

т.к. BC и AE — хорды

$$\Rightarrow BD \cdot DC = AD \cdot DE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AD \cdot ED = 3$$

BC касается  $\omega$  в D  $\Rightarrow O_1D \perp BC$ .

обозначим  $R$  — радиус  $\Omega$ ,  $r$  —

радиус  $\omega \Rightarrow O_1B = 2R - r, O_1D = r$

$$\Rightarrow (2R - r)^2 = r^2 + 3^2 \text{ (по т. Пифагора)}$$

$\angle BEA$  опирается на диаметр  $\Rightarrow \angle BEA = 90^\circ$

$$\Rightarrow OB = OE = OA = R, \triangle DEC \sim \triangle DAB, \text{ т.к.}$$

$$\angle DCE = \angle BAD, \angle DEC = \angle ABE, \text{ т.к.}$$

$$\text{они опир. на 1 дугу} \Rightarrow \frac{BD}{ED} = \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{EC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{EC} = AB \cdot ED$$

$$S_{EC} = 2R \cdot ED$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$a, b, c$  — 1, 2, 3 членов арифметической прогрессии.  $\Rightarrow b = q \cdot a, c = aq^2$

Подставим эти значения в квадратное уравнение  $ax^2 + 2bx + c = 0$ , где одним из корней явл. четвертый член арифметической прогрессии  $d = aq^3$ .

$ax^2 + 2 \cdot aq \cdot x + aq^2 = 0, c \neq 0$ , т.к. это член арифметической

1 случай:  $a = 0 \Rightarrow$  тогда это уравнение имеет бесконечное множество корней, в том случае  $d = aq^3 \Rightarrow$  третий член арифметической прогрессии равен  $c = 0$  — противоречие

2 случай  $a \neq 0 \Rightarrow$  поделим уравнение на него и получим  $x^2 + 2qx + q^2 = 0 \Rightarrow (x+q)^2 = 0 \Rightarrow x = -q \Rightarrow -q = aq^3$  (по усл.)

$$aq^3 + q = 0 \Rightarrow (aq^2 + 1)q = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = 0 \\ aq^2 + 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} q = 0 \text{ ①} \\ aq^2 = -1 \text{ ②} \end{cases}$$

① Если  $q = 0 \Rightarrow c = 0$  — противоречие

②  $aq^2 = -1$ , но  $aq^2 = c \Rightarrow c = -1$

Ответ: (любое)  $-1$



N3 (продолжение)

$\sqrt{2}(x-1) + 2(y-x-1) \neq 0$  и  $x > 1 \Rightarrow$  необходимо, чтобы

$$f(y) > 0 \quad x = \frac{2y - \sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} - 2} > 1$$

$$y > 2 \quad 2y - \sqrt{2} - 2 > \sqrt{2} - 2 \Rightarrow 2y > 2\sqrt{2} \Rightarrow y > \sqrt{2} \Rightarrow y > 2$$

Проверяем:  $\sqrt{2}x - x(\sqrt{2} - 2) + 2y - \sqrt{2} - 2 > 0$

$$x(\sqrt{2} - 2) < \sqrt{2} - 2, \text{ т.к. } x > 1$$

$$2y - \sqrt{2} - 2 > 2 - \sqrt{2}, \text{ т.к. } y > 2$$

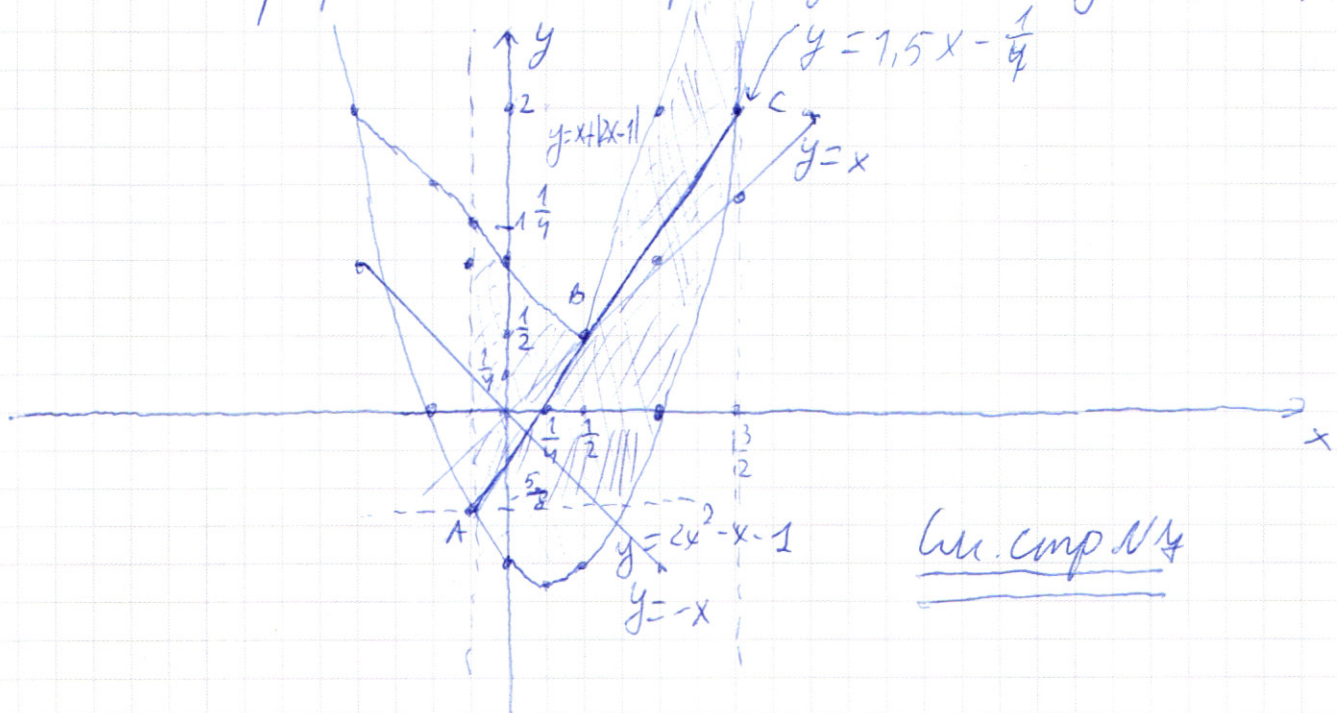
$$2 \text{ т.к. } x < 1 \Rightarrow f(y) < 0 \quad \frac{2y - \sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} - 2} < 1 \Rightarrow y < \sqrt{2} \Rightarrow y < 2$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$

Решим графически: построим  $y = 2x^2 - x - 1$  и  $y = x + |2x - 1|$



Наша прямая  $y = ax + b$  должна проходить только через заштрированную область.  $b$  точно больше чем  $-\frac{5}{8}$ , т.е. если  $b < -\frac{5}{8}$ , то неравенство не будет выполнено на данном промежутке. Аналогично  $b \leq \frac{1}{2}$

Докажем, что  $A, B, C$  лежат на одной прямой

$$A\left(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8}\right), B\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), C\left(\frac{3}{2}; 2\right)$$

$$\begin{cases} -\frac{5}{8} = -\frac{1}{4}k + b \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2}k + b \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4}k = \frac{9}{8} \Rightarrow k = 1.5 \Rightarrow b = -\frac{1}{4} \quad \text{для } C: \begin{cases} 2 = \frac{3}{2} \cdot 1.5 + b \\ 2 = \frac{3}{2} \cdot 1.5 + b \end{cases} \Rightarrow 2 = 2.25 + b \Rightarrow b = -0.25$$

$\Rightarrow$  Все три точки лежат на одной прямой

N6 (продолжение)

Если докажем, что это единственный вариант.

Если мы уменьшим  $a$  и  $b \Rightarrow$  значение при  $\frac{3}{2}$  может не войти в заштрированную область. Тогда мы увеличим  $b$ , но прямая войдет за границу допустимого. Аналогично, если мы увеличим  $a$ , тогда прямая окажется вне области (будет под параболой)  $\Rightarrow$  Ответ:  $a=1,5, b=-\frac{1}{4}$

N3

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y-2x = \sqrt{(y-2)(x-1)} \quad (1) \Rightarrow y > 2x \quad (5) \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Из } (1) \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} y > 2 \\ x > 1 \end{cases} \text{ т.к. } (y-2)(x-1) > 0 \\ \Rightarrow (y-2x)^2 = (y-2)(x-1) \\ \begin{cases} y < 2 \\ x < 1 \end{cases} \quad 2\sqrt{2}(y-2x)^2 = 2\sqrt{2}(y-2)(x-1) \quad (3) \end{cases}$$

$$\text{Сложим } (2) \text{ и } (3) \Rightarrow 2(x-1)^2 + (y-2)^2 + 2\sqrt{2}(y-2)(x-1) = 3 + (y-2x)^2$$

$$(\sqrt{2}(x-1) + y-2)^2 = 3 + (y-2x)^2$$

$$(\sqrt{2}(x-1) + y-2)^2 - (y-2x)^2 = 3$$

$$(\sqrt{2}x - \sqrt{2} + y - 2 + y - 2x)(\sqrt{2}x - \sqrt{2} + y - 2 - y + 2x) = 3$$

$$(x(\sqrt{2}-2) + 2y - \sqrt{2} - 2)(\sqrt{2}x - 1 + (\sqrt{2}+2)x) = 3$$

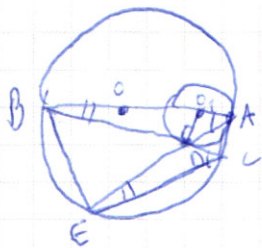
$$(\sqrt{2}+2)(x-1)(x(\sqrt{2}-2) + 2y - \sqrt{2} - 2) = 3$$

$$(\sqrt{2}+2)(x-1)(\sqrt{2}(x-1) + 2(y-x) - 2) = 3$$

$$(\sqrt{2}+2)(x-1)(\sqrt{2}(x-1) + 2(y-x-1)) = 3$$

Рассмотрим (4)

См. стр N8



$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} & \textcircled{1} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$2(x^2-2x+1)-2+(y-4y+4)-4+3=0$$

$$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$$

$$\textcircled{1} \sqrt{y(x-1)-2(x-1)}=y-2x \Rightarrow \sqrt{(y-2)(x-1)}=y-2x$$

либо  $y > 2$  и  $x > 1$  либо  $y < 2$ ,  $x < 1$

$$(y-2)(x-1) = (y-2x)^2$$

$$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 2 = -\frac{5}{8}$$

$$2(x-1)^2 + 2\sqrt{2} \cdot (x-1)(y-2) + (y-2)^2 + 2\sqrt{2}(x-1)(y-2) = 3$$

$$(\sqrt{2}(x-1) - y + 2) + 2\sqrt{2}(y-2x) = 3$$

$$(\sqrt{2}x - y + 1) + 2\sqrt{2}(y-2x) = 3$$

$$f(0) = f(1) + f(1) - f(1) = 0$$

$$f(b) = f(1) + f(1) - f(1) = 0$$

$$f(b \cdot \frac{1}{b}) = f(1) = f(b) + f(\frac{1}{b}) = 0$$

$$\Rightarrow f(b) = -f(\frac{1}{b}) = -[\frac{b}{2}]$$

$$f(\frac{1}{b}) = -[\frac{1}{2}]$$

$$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) =$$

$$= [\frac{x}{2}] - [\frac{1}{2}] \in \mathbb{C}$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} = 1, -\frac{1}{2}$$

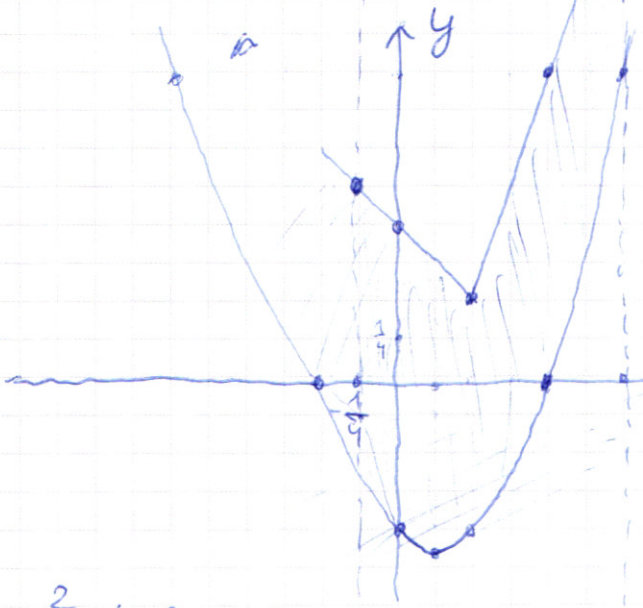
$$x_0 = \frac{1}{4} \Rightarrow y_0 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{1}{8} - 1 = -\frac{9}{8}$$

$$2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 1$$

$$\begin{cases} y = x + 1 - 2x, \text{ при } x > \frac{1}{2} \\ y = x + 1 - 2x, \text{ при } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{8}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{5}{8}$$



$$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2$$

$$y^2 - 5xy + 4x^2 = (y-2x)(y-2x) = (y-2)(x-1)$$

$$\sqrt{ab} = c \Rightarrow c^2 = ab$$

$$2a^2 + 2\sqrt{2} \cdot a \cdot b + b^2 + 2\sqrt{2}ab = 3$$

$$2a^2 + b^2 = 3$$

$$(\sqrt{2}a - b)^2 + 2\sqrt{2}ab = 3$$

$$2a^2 + 2\sqrt{2}ab + b^2 - 2\sqrt{2}ab = 3$$

$$(\sqrt{2}a + b)^2 = 3$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \quad b^2 = a \cdot c \Rightarrow a = b = a \cdot q, c = aq^2, d = aq^3$$

$$ax^2 + 2aqx + aq^2 = 0, \text{ т.к. } a = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow c = 0$$

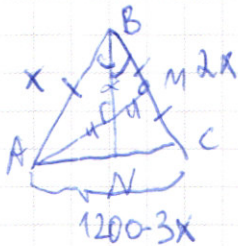
$$x^2 + 2qx + q^2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -2q \quad \text{б.о.о. } x_1 = aq^3 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = -2aq^3 \\ x_2 = \frac{q^2}{aq^3} \end{cases}$$

$$x_1 \cdot x_2 = q^2$$

$$\frac{q^2}{aq^3} = -2q - aq^3 \Rightarrow \begin{cases} q \neq 0 \\ \frac{1}{aq} = -2q - aq^3 \Rightarrow -2aq^2 - a^2q^4 = 1 \end{cases}$$

$$2aq^2 + a^2q^4 = -1 \Rightarrow a^2q^4 + 2aq^2 + 1 = 0 \Rightarrow a^2q^4 = t$$

$$t^2 + 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow a^2q^4 = -1 \text{ - нет корней}$$



$$(1200 - 3x)^2 = x^2 + 4x^2 - 4x^2 \cos \alpha$$

$$1440000 - 7200x + 9x^2 = x^2 + 4x^2 - 4x^2 \cos \alpha$$

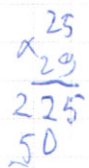
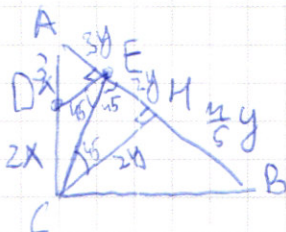
$$1440000 - 7200x + 4x^2 = -4x^2 \cos \alpha$$

$$2y = \sqrt{5y \cdot z} \Rightarrow 4y^2 = 5y \cdot z \Rightarrow z = \frac{4}{5}y$$

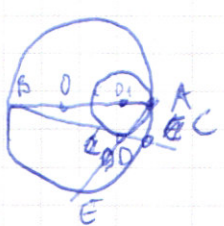
$$4y^2 + \frac{16}{25}y^2 = BC^2 \Rightarrow BC^2 = 4y^2 + \frac{16}{25}y^2$$

$$AC^2 = (5y + \frac{4}{5}y)^2 - 4y^2 - \frac{16}{25}y^2 = 25y^2 + 8y^2 + \frac{16}{25}y^2 - 4y^2 - \frac{16}{25}y^2 = 29y^2$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}(\angle BAE) = \frac{BC}{AC} = \frac{4 + \frac{16}{25}}{29} = \frac{116}{725} \quad z = \frac{1 - \frac{13}{25}}{2} = \frac{1}{4}$$



$$\begin{cases} 1200 - 3x < 3x \\ x < 1200 - x \\ 2x < 1200 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x > 1200 \quad x > 200 \\ 2x < 1200 \\ 3x < 1200 \quad x < 400 \end{cases} \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$$



$$(x + q)^2 = 0 \Rightarrow x = -q = aq^3 \Rightarrow aq^3 + q = 0 \Rightarrow (aq^2 + 1)q = 0$$

$$aq^2 = -1 \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2}k + b \quad \frac{-5}{8} - \frac{3}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \Rightarrow k = 1,5, b = -\frac{5}{4}$$