МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

q - зн-ль геом-ой прогрессии; тогда $b=aq$, $c=aq^2$

$ax^2+2bx+c=0$

$ax^2+2aqx+aq^2=0$

$a(x^2+2qx+q^2)=0$

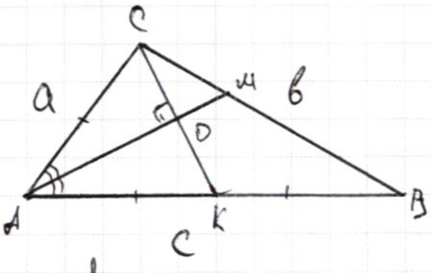
Т.к. $a\neq 0$, то $(x+q)^2=0$; $x=-q$

Также x - четвёртый член, зн., $x=aq^3$, $aq^3=-q$ $|:q\neq 0$

$aq^2=-1$, $c=-1$

Отв: -1

№2



4 ΔACK: AO - бисс. и выс., зн., ΔACK - р/б по призн.

$\left.\begin{matrix} \text{и } AC=AK \\ AK=BK \text{ т.к. } CK\text{ - мед.}\end{matrix}\right\} \Rightarrow AB=2AC$; $c=2a$

$P_{ABC}=a+b+c=3a+b=1200$

$\{a;b\}\in N$, зн., $b \vdots 3$; $b=3d$

$a+d=400$; решение $a_0=\cancel{250}\,150$, $d_0=\cancel{250}\,250$ $\begin{cases} a=150+t \\ d=250-t;\ b=750-3t \end{cases}$

Из нер-ва Δ-а: $a+b>c$; $a+b>2a$; $b>a$

$a+c>b$; $3a>b$

$b+c>a$; $2a+b>a$ − верно при $\{a;b\}\in N$

Получаем: $\begin{cases} 750-3t>150+t, \\ 450+3t>750-3t; \end{cases}$ $\begin{cases} t<150, \\ t>50; \end{cases}$ $t\in(50;150)$

Всего 99 натуральных значений t, а зн., 99 Δ-ов Отв: 99

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№3

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}, \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0; \end{cases} \quad \begin{cases} y-2-2(x-1)=\sqrt{(x-1)(y-2)}, \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3; \end{cases}$$

Замена: $(x-1)=a$ и $(y-2)=b$

$$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab}, \\ 2a^2+b^2=3; \end{cases} \begin{cases} 4a^2-4ab+b^2=ab, \\ 2a^2+b^2=3; \end{cases} \begin{cases} 2a^2+b^2=3, \\ 2a^2-5ab+3=0; \text{ I} \end{cases}$$

I) $5ab=2a^2+3 \mid :(5a)\neq 0$

$a=0$: $\begin{cases} b^2=3 \\ 3=0 \end{cases}$ нет решений; зн., $a\neq 0$

$b=\dfrac{2a^2+3}{5a}$

(*) Условия для a и b

$b-2a\geq 0$

$\begin{cases} b\geq 2a \\ ab\geq 0 \end{cases}$

II $2a^2+\dfrac{(2a^2+3)^2}{25a^2}-3=0 \mid \cdot(25a^2)\neq 0$

$50a^4+4a^4+12a^2+9-75a^2=0$

$54a^4-63a^2+9=0 \mid :9$

$6a^4-7a^2+1=0$

$6a^2(a^2-1)-(a^2-1)=0$

$(a^2-1)(6a^2-1)=0$

$a=\pm 1$ или $a=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

$b^2=3-2a^2$

1) $a=1$: $b^2=1$; $\left[\begin{array}{l} b=1, \text{ но } 1<2; \text{ не явл. реш., не уд. (*)} \\ b=-1, \text{ но } -1<2; \text{ не явл. реш., не уд. (*)} \end{array}\right.$

2) $a=-1$; $b^2=1$; $\left[\begin{array}{l} b=1, \text{ но } ab<0; \text{ не явл. реш., т.к. не уд. (*)} \\ b=-1 \end{array}\right.$

3) $a=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$; $b^2=\dfrac{8}{3}$ $\left[\begin{array}{l} b=2\sqrt{\frac{2}{3}} \\ b=-2\sqrt{\frac{2}{3}}, \text{ но } ab<0; \text{ не явл. реш., т.к. не уд. (*)} \end{array}\right.$

4) $a=-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$; $b^2=\dfrac{8}{3}$ $\left[\begin{array}{l} b=2\sqrt{\frac{2}{3}}, \text{ но } ab<0; \text{ не явл. реш., т.к. не уд. (*)} \\ b=-2\sqrt{\frac{2}{3}}, \text{ но } b<2a; \text{ не явл. реш., т.к. не уд. (*)} \end{array}\right.$

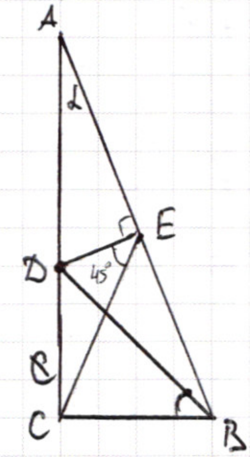
$\begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \begin{cases} x=0, \\ y=1; \end{cases}$ или $\begin{cases} a=\frac{\sqrt{6}}{6}; \\ b=\sqrt{\frac{8}{3}}; \end{cases} \begin{cases} x=\frac{\sqrt{6}}{6}+1 \\ y=\sqrt{\frac{8}{3}}+2 \end{cases}$

Ответ: $(0; 1)$; $\left(\dfrac{\sqrt{6}}{6}+1; \sqrt{\dfrac{8}{3}}+2\right)$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$\angle DEB + \angle DCB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, зн., чет-к $BCDE$ - впис.

(т. о чет-ке, впис. в окр-ть)

Тогда $\angle CED$ и $\angle CBD$ - впис., опир. на дугу CD

зн., $\angle CBD = \angle CED = 45^\circ$

4 ΔBCD: прямоуг., $\angle CBD = 45^\circ$, зн., ΔCBD - р/б, $BC = CD$;

$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$ по усл. $\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{5}{2}$; $\frac{BC}{AC} = \frac{2}{5}$; $tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = 0,4$

$AD = 0,6\,AC = \frac{3\sqrt{29}}{5}$; $\angle BAC = \alpha$

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha = \frac{1}{1+tg^2\alpha} = \frac{25}{29}$; т. к. $\alpha < 90^\circ$, $\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = tg\alpha\cos\alpha = \frac{2}{5}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}} = \frac{2}{\sqrt{29}}$

$\cos\alpha = \frac{AE}{AD} \Rightarrow AE = AD\cos\alpha = \frac{3\sqrt{29}}{5}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}} = 3$

$\sin\alpha = \frac{DE}{AD} \Rightarrow DE = AD\sin\alpha = \frac{3\sqrt{29}}{5}\cdot\frac{2}{\sqrt{29}} = 1,2$

$S_{\Delta ADE} = \frac{1}{2}AE\cdot DE = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1,2 = 1,8$

По т. об отн. S-ей Δ-ов с равной высотой

$\frac{S_{\Delta CED}}{S_{\Delta AED}} = \frac{CD}{AD} = \frac{2}{3}$; $S_{\Delta CED} = \frac{2}{3}S_{\Delta AED} = \frac{2}{3}\cdot 1,8 = 1,2$

Отв: $tg\angle BAC = 0,4$; $S_{\Delta CED} = 1,2$

Б6

$$\begin{cases} 2x^2 - x - 1 \le ax + b \\ ax + b \le |x| + |2x - 1| \end{cases}$$

$\sphericalangle$ $f(x) = 2x^2 - x - 1$: ф-ция квадр., гр-к - парабола, „ветви“ вверх

вершина: $x_0 = \frac{1}{4}$; $y_0 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$ $\left(\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right)$

Корни: $x_1 = 1$; $x_2 = -0,5$

Пересекает прямую

$x = \frac{3}{2}$: $f\left(\frac{3}{2}\right) = 2$ в т. $(1,5; 2)$

$x = -\frac{1}{4}$: $f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{5}{8}$ в т. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8}\right)$

$\sphericalangle$ $f(x) = |x| + |2x - 1|$

При $x \ge 0,5$: $f(x) = 3x - 1$

$x < 0,5$: $f(x) = -x + 1$

Пересекает прямую:

$x = \frac{3}{2}$: $f\left(\frac{3}{2}\right) = 3,5$ в т. $\left(\frac{3}{2}; 3,5\right)$

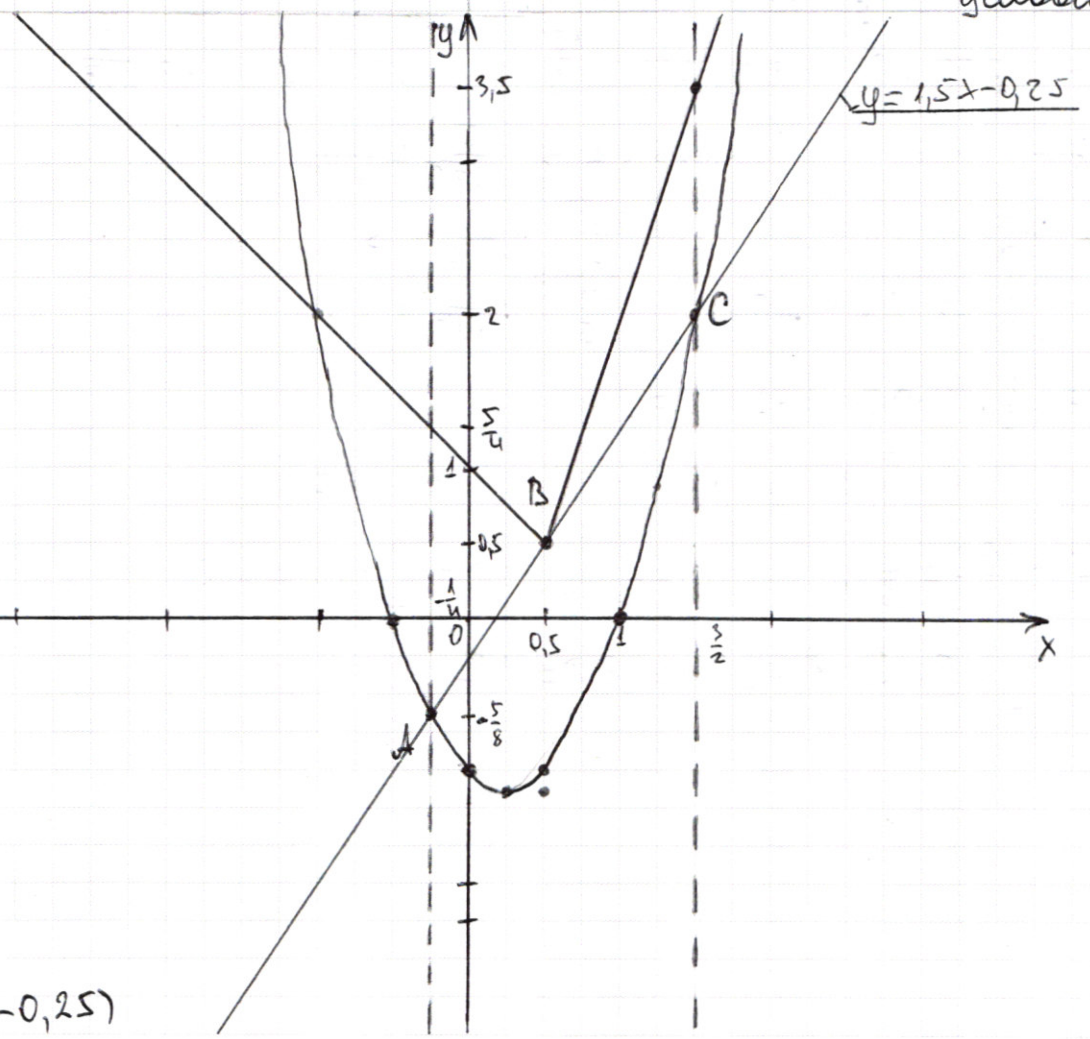
$x = -\frac{1}{4}$: $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4}$ в т. $\left(-\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right)$

$\sphericalangle$ т. A, B и C: они лежат на прямой $y = 1,5x - 0,25$

т.к. их координаты $B(0,5; 0,5)$, $A\left(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8}\right)$, $C(1,5; 2)$ удовлетворяют ур-ю

Это единственное положение прямой $ax + b$, при котором выполняется условие

т.к. при любом изменении наклона или высоты над Ox прямая начинает пересекать уголь выше т. B или параболу ниже т. A и C



Ответ: $(1,5; -0,25)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$\triangleleft\ m, n\ ;\ \{m; n\} \in \mathbb{N}:\ f(n) = f\left(\frac{mn}{m}\right) = f(mn) + f\left(\frac{1}{m}\right) = f(m) + f(n) + f\left(\frac{1}{m}\right)$

$f(m) = -f\left(\frac{1}{m}\right)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$ при $\{x; y\} \in \mathbb{N}$

Зн., $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$, если $f(x) < f(y)$

Т.к. $f(1) = f(1) + f(1)$, то $f(1) = 0$

Найдём значения $f(x)$ для чисел от 1 до 21, используя $f(p) = [0{,}5p]$

$f(1) = 0$	$f(8) = 3$	$f(15) = 3$
$f(2) = 1$	$f(9) = 2$	$f(16) = 4$
$f(3) = 1$	$f(10) = 3$	$f(17) = 8$
$f(4) = 2$	$f(11) = 5$	$f(18) = 3$
$f(5) = 2$	$f(12) = 3$	$f(19) = 9$
$f(6) = 2$	$f(13) = 6$	$f(20) = 4$
$f(7) = 3$	$f(14) = \cancel{7}\ 4$	$f(21) = 4$

Получим одно значение „0", два „1", пять „2", шесть „3", три „4", одно „5", одно „6", одно „8" и одно „9". Для $\forall$ значения найдём кол-во знач-ий $f(x)$ для которых $\exists\ f(y) > f(x)$

При $f(y) = 1$: $2 \cdot 1 = 2$ значения

$f(y) = 2$: $5 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 15$

$f(y) = 3$: $6 \cdot 5 + 6 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 48$

$f(y) = 4$: $3 \cdot 6 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 42$

$f(y) = 5$: $3 + 6 + 5 + 2 + 1 = 17$

$f(y) = 6$: $1 + 3 + 6 + 5 + 2 + 1 = 18$

$f(y) = 8$: $1 + 1 + 3 + 6 + 5 + 2 + 1 = 19$

$f(y) = 9$: $1 + 1 + 1 + 3 + 6 + 5 + 2 + 1 = 20$

Итого: $48 + 42 + 15 + 17 + 18 + 19 + 20 = 179$

Отв: 179

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

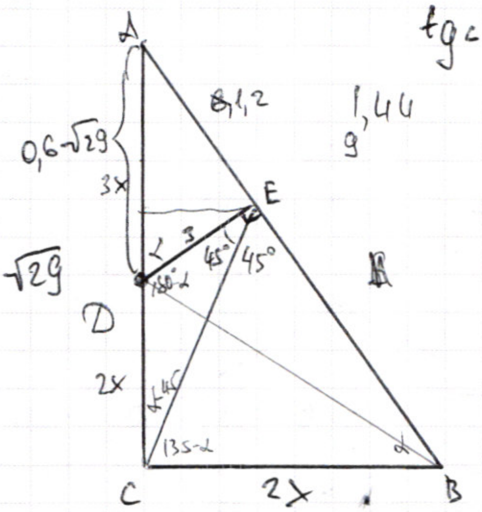
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = 0{,}4$

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$

$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$

$90 - 135 + \alpha = \alpha - 45$

$90 - \alpha + 45$

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$1 + 0{,}16 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\frac{29}{25} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{29}} = \frac{DE}{AD}$

$DE = \frac{0{,}6\sqrt{29}\cdot 5}{\sqrt{29}} = 3$

$\sin^2\alpha = \sqrt{1-\frac{25}{29}} = \frac{2}{\sqrt{29}}$

$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle CDE}} = \frac{\frac{1}{2}AD\cdot DE\cdot \sin\alpha}{\frac{1}{2}CD\cdot DE\cdot \sin(180°-\alpha)} = \frac{AD}{CD} = \frac{3}{2}$

$AE = \frac{2}{\sqrt{29}}\, 0{,}6\sqrt{29} = 1{,}2$

$1{,}44$

$\frac{29\cdot 9}{25} = \frac{87}{25} =$

$\frac{1{,}2\cdot 3}{2} = 1{,}8$ $S_{CDE} = \frac{2}{3}\cdot 1{,}8 = 1{,}2$

$y = -x+1$

$y = 3x-1$

$x_0 = \frac{1}{4}$; $y_0 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$

$2x^2 - x - 1 \le ax + b \le x + |2x-1|$

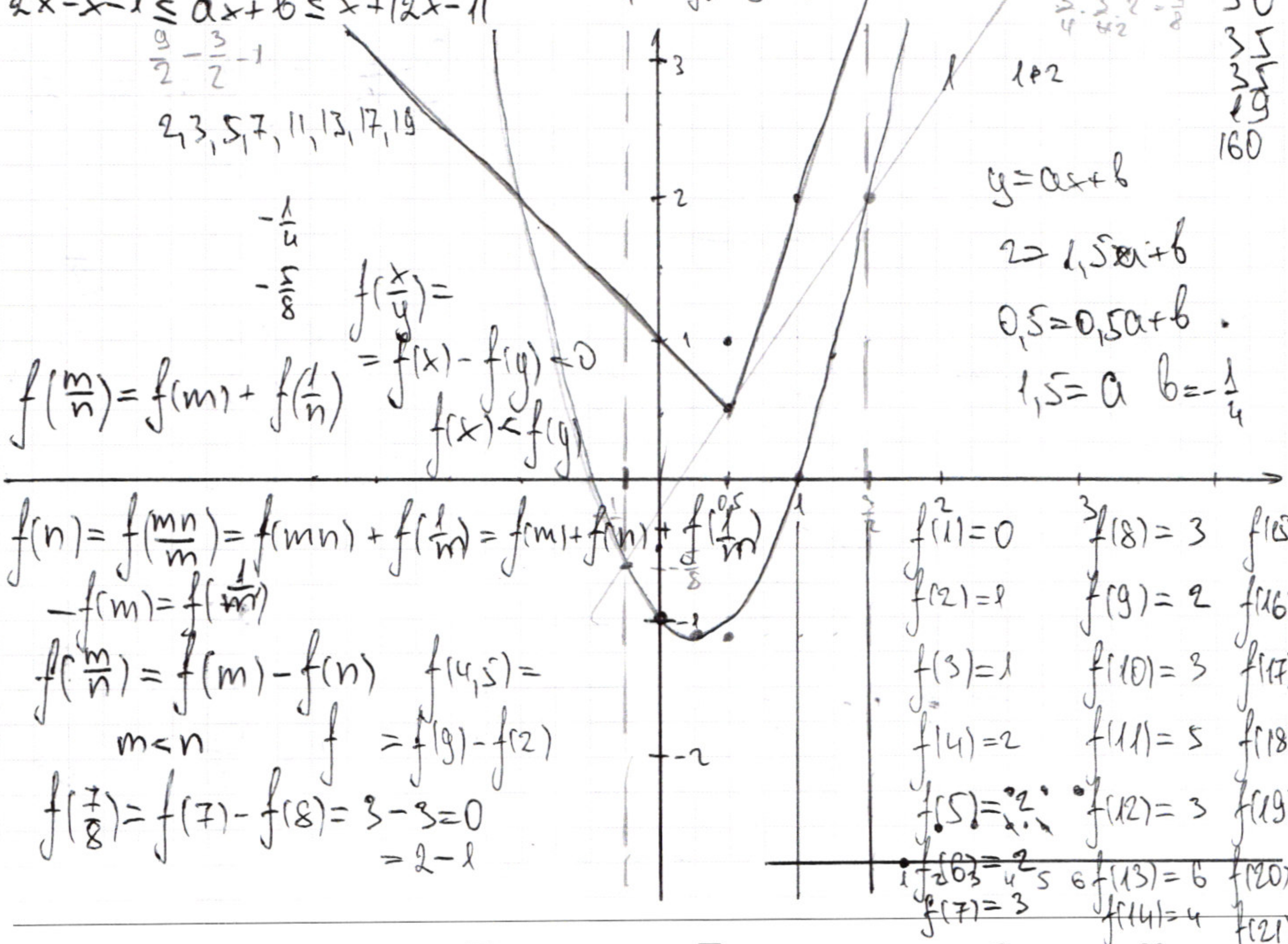
$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1$

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

$\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{2}\cdot 2 = \frac{9}{8}$

90
35
35
19
160

$1+2$



$-\frac{1}{4}$

$-\frac{5}{8}$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y) < 0$

$f(x) < f(y)$

$y = ax + b$

$2 = 1{,}5a + b$

$0{,}5 = 0{,}5a + b$

$1{,}5 = a$ $b = -\frac{1}{4}$

$f\left(\frac{m}{n}\right) = f(m) + f\left(\frac{1}{n}\right)$

$f(n) = f\left(\frac{mn}{m}\right) = f(mn) + f\left(\frac{1}{m}\right) = f(m) + f(n) + f\left(\frac{1}{m}\right)$

$-f(m) = f\left(\frac{1}{m}\right)$

$f\left(\frac{m}{n}\right) = f(m) - f(n)$

$m < n$

$f(4{,}5) = f(9) - f(2)$

$= 2 - 1$

$f\left(\frac{7}{8}\right) = f(7) - f(8) = 3 - 3 = 0$

$f(1) = 0$
$f(2) = 1$
$f(3) = 1$
$f(4) = 2$
$f(5) = 2$
$f(6) = 2$
$f(7) = 3$

$f(8) = 3$
$f(9) = 2$
$f(10) = 3$
$f(11) = 5$
$f(12) = 3$
$f(13) = 6$
$f(14) = 4$

$f(15) = 3$
$f(16) = 4$
$f(17) = 8$
$f(18) = 3$
$f(19) = 9$
$f(20) = 4$
$f(21) = 4$

1 2 3 4 5 6

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

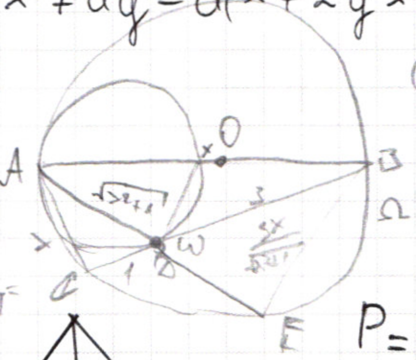
$a,\ aq,\ aq^2$

$ax^2+2aqx+aq^2=a(x^2+2qx+q^2)=a(x+q)^2$

$aq^3=-q$

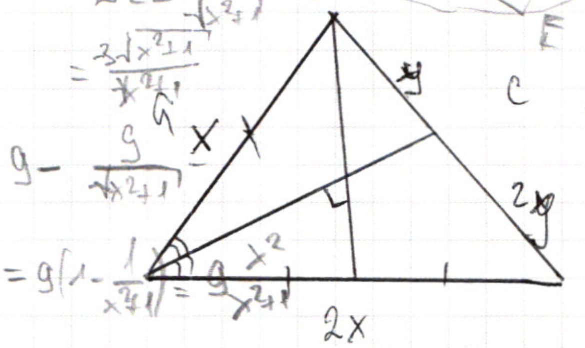
$aq^2=-1$

$\frac{x}{q}=-q$



$\Delta E=\frac{3}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{3\sqrt{x^2+1}}{x^2+1}$

$g-\frac{g}{\sqrt{x^2+1}}=g\left(1-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)=g\frac{x^2}{x^2+1}$



$R+R-2r=2(R-r)-2R=$

$2a^2+\frac{(2a^2+3)^2}{25a^2}=3$

$\cancel{50a^4}+4a^4+12a^2+9=75a^2$

$54a^4-63a^2+9=0$

$18a^4-21a^2+3=0$

$D=289-12\cdot18$

216

73

$a^2=1$

$a=$

$P=ab+c=3a+c=1200$

$6a^4-7a^2+1=0$

$a^2=1 \quad a^2=\frac{1}{6}$

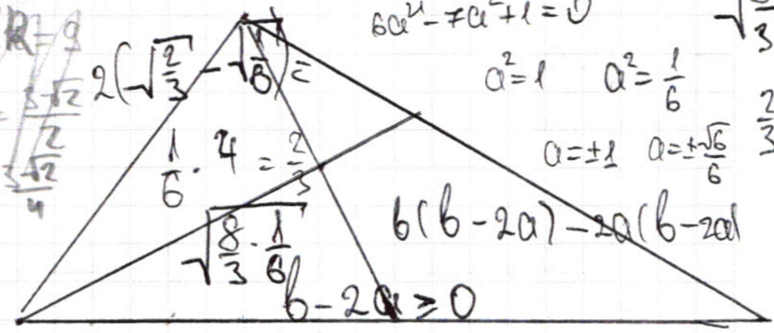
$a=\pm1 \quad a=\pm\frac{\sqrt6}{6}$

$\sqrt{\frac{8}{3}}$, $\frac{1}{\sqrt6}$, $\sqrt{\frac{84}{3\cdot6}}$, $\frac{2}{3}$

$2\left(\sqrt{\frac{2}{3}}-\frac{1}{\sqrt6}\right)$

$\frac{1}{6}\cdot4=\frac{2}{3}$

$\sqrt{\frac{8}{3}\cdot\frac{1}{6}}$



$b(b-2a)-2a(b-2a)$

$b-2a\geq0$

$a+c=400 \quad b\geq2a$

$-1\geq-2$

$f(1)=2f(1)$

$f(1)=0$

$f(4)=f(1)+f(4)=f(2)+f(2)=2$

$f(24)=f(2)+f(2)+f(2)+f(3)=3+1=4$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$2(x^2-2x+1)+y^2-4y+4=3$

$$\begin{cases} 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \\ (y-2)-2(x-1)=\sqrt{(x-1)(y-2)} \end{cases}$$

$(y-2)^2=3$

$-2(x-\frac{\sqrt6}{6})+y(x-1)=(x-1)(y-2)$

$2\sqrt{\frac{2}{3}}-\frac{2}{\sqrt6}=-5(x-1)(1-y)$

$2(x^2-2x+1)-5(xy-2x-y+2)+3=0$

$2x^2-\cancel{4x}+2-5xy+10x+5y-10+3=0$

$2x^2+6x+5y-5xy$

$-5xy+5y+5x-5$

$-5y(x-1)+5(x-1)$

$-2\sqrt{\frac{2}{3}}\vee-\frac{2}{\sqrt6}$

$$\begin{cases} 2a^2+b^2=3 \\ b-2a=\sqrt{ab} \end{cases}$$

$a=150+t$

$c=150-t \quad b=750-3t$

$4a^2+b^2-4ab-ab$

$150+t<750-3t$

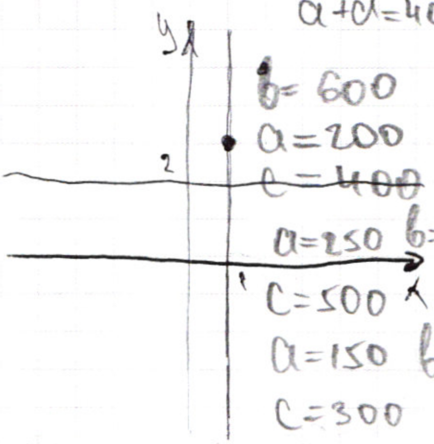
$750-3t<450+3t$

$a+c=400 \quad 2a^2+3-5ab=0$

$2a^2-5ab+3=0$

$D=25b^2-4\cdot2\cdot3=25b^2-24$

$2a(a-b)-3(ab-1)=0$



$b=600$

$a=200$

$c=400$

$a=250 \quad b=150$

$c=500$

$a=150$

$c=300$

$a=\frac{5b\pm\sqrt{25b^2-24}}{4}$

$4a-5b=\pm\sqrt{25b^2-24}$

$25b^2+16a^2-40ab=25b^2-24$

$3a^2-5ab+3=0$

$5(x-1)(y-2)-$

$2(x-1)^2+3$

$b=\frac{2a^2+3}{5a}$

$\frac{2}{3}>\frac{1}{6}$

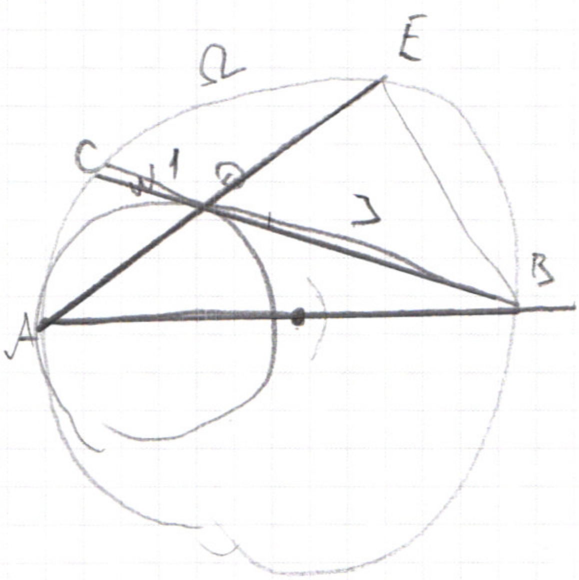
$a<b<3a$

$c<2a+b$

$2a<a+b \quad a<b$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



$R; r$

$9 = (2R - (R - 2r)) \cdot 2R = (R + 2r) 2R = 2R(R + 2r)$

$9 = R \cdot 2R = 2R^2$

$9 = (2R - 2r) \cdot 2R) = 4R(R - r)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА