МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) a, b, c - геометр. прогрессия => по свойству геом. прогрессии $b^2 = ac$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4(\underbrace{b^2 - ac}_{0}) = 0$

уравнение имеет один корень $x = \frac{2b}{2a} = \frac{b}{a}$

2) $a, b, c, \frac{b}{a}$ - геометр. прогрессия

тогда $b = a\cdot q$ $\quad q \neq 0$, $a \neq 0$

$c = a\cdot q^2$

$\frac{b}{a} = a\cdot q^3$

$b = aq$

$\frac{b}{a} = aq^3$ => $bq^2 = aq^3$

$\frac{b}{a} = b\cdot q^2$

$q^2 = \frac{1}{a}$

$c = aq^2 = a\cdot\frac{1}{a} = \underline{1}$

$\boxed{\text{Ответ: } 1}$

№3

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} & (1) \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) $x - 6 - 6y + 6 = \sqrt{y(x-6) - (x-6)}$

$\underbrace{(x-6) - 6(y-1)}_{\geq 0} = \sqrt{\underbrace{(y-1)(x-6)}_{\geq 0}}$

(2) $x^2 - 12x + 36 - 36 + 2y^2 - 4y + 2 - 2 + 20 = 0$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 - 18 = 0$

замена $t = x - 6$

$p = y - 1$

$$\begin{cases} t - 6p = \sqrt{tp} & (1) \\ t^2 + 2p^2 - 18 = 0 & (2) \end{cases}$$

продолжение

№3 (продолжение)

(1) $\overbrace{t-6p}^{\geq 0} = \sqrt{\underbrace{tp}_{\geq 0}}$

$$\begin{cases} tp \geq 0 \\ t \geq 6p \\ t^2 - 12tp + 36p^2 = tp \ * \end{cases}$$

$*$ $t^2 - 13tp + 36p^2 = 0$

$t^2 - 9tp - 4tp + 36p^2 = 0$

$t(t-9p) - 4p(t-9p) = 0$

$(t-4p)(t-9p) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} t = 4p \\ t = 9p \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} tp \geq 0 \\ t \geq 6p \\ \left[\begin{array}{l} t = 4p \\ t = 9p \end{array}\right. \end{cases}$$

(2) $t^2 + 2p^2 - 18 = 0$

$t = 4p$

$16p^2 + 2p^2 = 18$

$18p^2 = 18$

$p^2 = 1$

$\begin{cases} p = 1 \\ t = 4 \end{cases}$

$tp \geq 0$

но $t < 6p$

$4 < 6$

не подходит

$\begin{cases} p = -1 \\ t = -4 \end{cases}$

$tp \geq 0$

и $t > 6p$

$-4 > -6$

подходит

$\begin{cases} x - 6 = -4 \\ y - 1 = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

$t = 9p$

$81p^2 + 2p^2 = 18$

$p^2 = \frac{18}{83}$

$\begin{cases} p = 3\sqrt{\frac{2}{83}} \\ t = 27\sqrt{\frac{2}{83}} \end{cases}$

$tp \geq 0$

и $t > 6p$

$27\sqrt{\frac{2}{83}} > 18\sqrt{\frac{2}{83}}$

подходит

$x - 6 = 27\sqrt{\frac{2}{83}}$

$y - 1 = 3\sqrt{\frac{2}{83}}$

$\begin{cases} y = 1 + 3\sqrt{\frac{2}{83}} \\ x = 6 + 27\sqrt{\frac{2}{83}} \end{cases}$

$\begin{cases} p = -3\sqrt{\frac{2}{83}} \\ t = -27\sqrt{\frac{2}{83}} \end{cases}$

$tp \geq 0$

но $t < 6p$

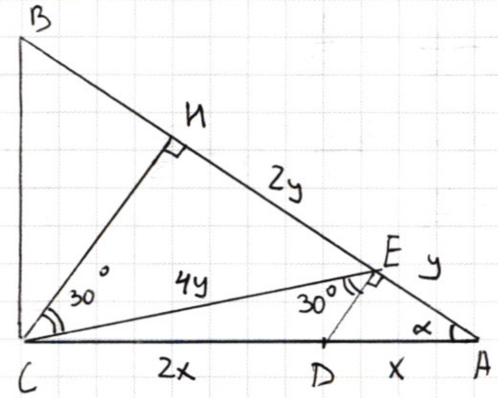
$-27\sqrt{\frac{2}{83}} < -18\sqrt{\frac{2}{83}}$

не подходит

$\boxed{\text{Ответ: } (2; 0) \quad \left(6 + 27\sqrt{\frac{2}{83}}; 1 + 3\sqrt{\frac{2}{83}}\right)}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



Дано:

$\triangle ABC$ - прям

($\angle C = 90°$)

$D \in [AC]$

$E \in [AB]$

$AD : AC = 1 : 3$

$DE \perp AB$

$\angle CED = 30°$

a) $tg \angle BAC$ - ?

б) $AC = \sqrt{7}$, $S_{\triangle CED}$ - ?

Решение:

а)

1) $AD : AC = 1 : 3$

пусть $AD = x$, тогда $AC = 3x$

$CD = AC - AD = 2x$

2) Доп. постр. $CH \perp AB$

$\left.\begin{matrix} CH \perp AB \\ DE \perp AB \end{matrix}\right| \Rightarrow CH \parallel DE$, тогда по т. Фалеса для прямых AC и AB

$AE : EH = AD : DC = 1 : 2$

пусть $AE = y$, тогда $EH = 2y$

3) $DE \parallel CH \Rightarrow$

$\angle CED = \angle HCE = 30°$

как накрест леж.

4) $\left.\begin{matrix} \triangle CHE \text{ - прям. } (CH \perp AB) \\ EH = 2y \\ \angle HCE = 30° \end{matrix}\right| \Rightarrow$ по св. прям тр.

$CE = 2HE = 4y$

тогда по т. Пифагора $HC^2 = CE^2 - HE^2 = 16y^2 - 4y^2 =$

$= 12y^2$

$HC = 2\sqrt{3}y$

5)

$\left.\begin{matrix} \angle BAC \text{ - общий} \\ \angle CHE = \angle DEA = 90° \end{matrix}\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ACH \sim \triangle AED$

по двум углам

$\frac{ED}{HC} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

$ED = \frac{1}{3} HC = \frac{2\sqrt{3}}{3} y$

6) $\triangle AED$:

$tg \angle BAC = \frac{ED}{EA} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

б) 7) $\triangle AED$:

по т. Пифагора

$AD^2 = ED^2 + AE^2$

$x^2 = \frac{12}{9} y^2 + y^2 = \frac{21}{9} y^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{21}{9}} y = \frac{\sqrt{21}}{3} y$ продолжение

№4 (продолжение)

8) $x = AD = \frac{1}{3}AC = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$\frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{\sqrt{21}}{3}y$

$y = \frac{\sqrt{7}\cdot 3}{3\cdot\sqrt{21}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$ED = \frac{2\sqrt{3}}{3}y = \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$

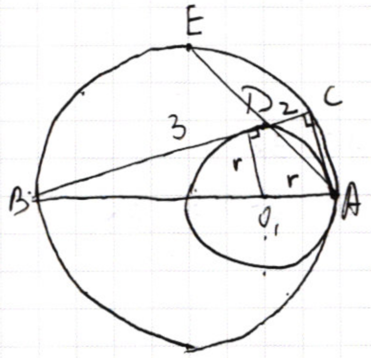
$CE = 4y = \frac{4}{\sqrt{3}}$

9) $S_{\triangle CED} = \frac{1}{2}\underbrace{\sin\angle CED}_{\frac{1}{2}}\cdot CE\cdot ED =$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{\sqrt{3}}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ //

$\boxed{\begin{array}{l}\text{Ответ: а) } \operatorname{tg}\angle BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}\\ \text{б) } S_{CED} = \frac{2\sqrt{3}}{9}\end{array}}$

№5



Дано:

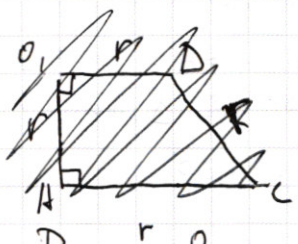
Ω и ω кас. в A

AB - диаметр

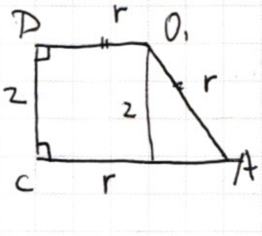
BC - хорда, BC кас ω в D

$DA \cap \Omega = E$

R, r, S_{BACE} - ?



$\angle C$ - впис. опир на диаметр => $\angle C = 90°$



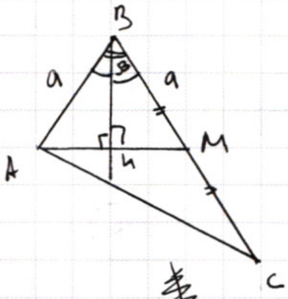
$AC = r + \sqrt{r^2-4}$, либо $AC = \sqrt{4R^2-25}$

$r + \sqrt{r^2-4} = \sqrt{4R^2-25}$

$r^2 - 4 + r^2 + 2r\sqrt{r^2-4} = 4R^2 - 25$

№2

эти биссектриса и медиана не могут быть из одного угла



1) $\triangle ABH = \triangle BHM$ по катету (BH - общ. стор.) и остр. углу ($\angle ABH = \angle HBM = \frac{\beta}{2}$)

$\Downarrow$

$AB = BM = a$

AM - медиана $\Rightarrow MC = BM = a$

$BC = 2a$

2) тогда по т. косинусов

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\cdot AB\cdot BC\cdot \cos\beta$$

$$AC^2 = a^2 + 4a^2 - 4a^2\cos\beta = 5a^2 - 4a^2\cos\beta = a^2(5 - 4\cos\beta)$$

(т.к. β - угол треугольника)

$-1 < \cos\beta < 1$

$-4 < 4\cos\beta < 4$

$1 < 5 - 4\cos\beta < 9$

$AC^2 = a^2(5-4\cos\beta)$, $AC = \sqrt{a^2(5-4\cos\beta)} = a\sqrt{5-4\cos\beta}$

т.к. по усл. стороны треугольника - целочисленные, $5-4\cos\beta$ - квадрат

и при этом

$a < a\sqrt{5-4\cos\beta} < 3a$ по неравенству треугольника

тогда периметр треугольника будет от $4a$ до $6a$ не включительно значит

$\sqrt{5-4\cos\beta} = 2$

$AC = 2a$

$P = 900$

$4a < 900 < 6a$

$\begin{cases} a < 225 \\ a > 150 \end{cases}$

$\downarrow$

таких a $225 - 150 - 1 = 74$

74 таких треугольника

$\boxed{\text{Ответ: } 74}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

(a, b) : $8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$

верно для всех $x \in [-\frac{1}{2}, 1]$

1) верно для $x = 0$

$\underline{-6 \le b \le 7}$

2) верно для $x = 1$

$8 - 6 \le a + b \le -8 + 6 + 7$

$\underline{2 \le a + b \le 5}$

3) верно для $x = \frac{1}{2}$

$4 \le \frac{1}{2}a + b \le -2 + 3 + 7$

$\underline{4 \le \frac{1}{2}a + b \le 8}$

$-8 \le -\frac{1}{2}a - b \le -4$

$-6 \le \frac{1}{2}a \le 1$

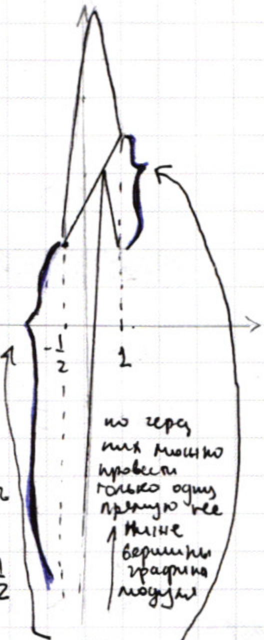
$-12 \le a \le 2$

$\underline{-5 \le a \le 2}$

$2 \le a + b \le 5$

$-7 \le -b \le 6$

$-5 \le a \le 11$



наша прямая может пересекать прямые $x = 1$ и $x = -\frac{1}{2}$ только в каких-то из точек (т.к. для концов отрезка условие тоже верно)

по граф. нам можно провести только одну прямую не ниже вершины графика модуля

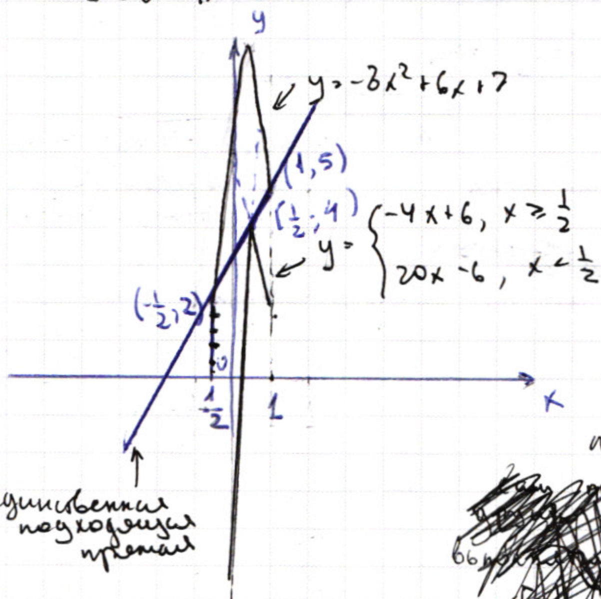
концы параболы на расстояни. отрезке

вершина „галочки" модуля

точки $(1; 5)$, $(\frac{1}{2}; 4)$ и $(-\frac{1}{2}; 2)$ лежат на одной прямой, и это прямая

$y = 2x + 3$,

из графика видно, что данная прямая удовлетворяет условию задачи => пара $(2; 3)$ подходит



к тому же, такая прямая единственная (*)

$\boxed{\text{Ответ: } (2; 3)}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$2 \le x \le 22$ $\quad x \in \mathbb{N}$

$2 \le y \le 22$ $\quad y \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow \frac{1}{11} \le \frac{x}{y} \le 11$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

1) если $\frac{x}{y}$ - простое

$f\left(\frac{x}{y}\right) = \left[\frac{x}{y}\right]$

т.к. наименьшее простое число – 2, наименьшее возможное значение f в данном случае:

$f(2) = \left[\frac{2}{2}\right] = [1] = 1 > 0$

2) если $\frac{x}{y}$ - не простое, то

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(p_1) + f(p_2) + \ldots + f\left(\frac{1}{y}\right) =$

x можно представить как $p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n$

$= \underbrace{\left[\frac{p_1}{2}\right] + \left[\frac{p_2}{2}\right]}_{>0} + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$\Downarrow$ должно быть меньше 0

$f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$

$\frac{1}{22} \le \frac{1}{y} \le \frac{1}{2}$

$\underbrace{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots \frac{1}{22}\right)}_{\text{здесь 21 такое число}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

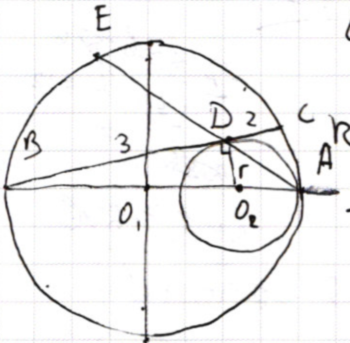
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$8x - 6|2x-1| \le ax+b \le -8x^2+6x+7$

верно для $x \in [-\frac{1}{2}, 1]$ => верно для $x=0$



$CD = 2$
$BD = 3$

(a,b)-? $(3,45)$ $x=1$
$5-3+1=3$ $x=-\frac{1}{2}$

$-6|-1| \le b \le 7$

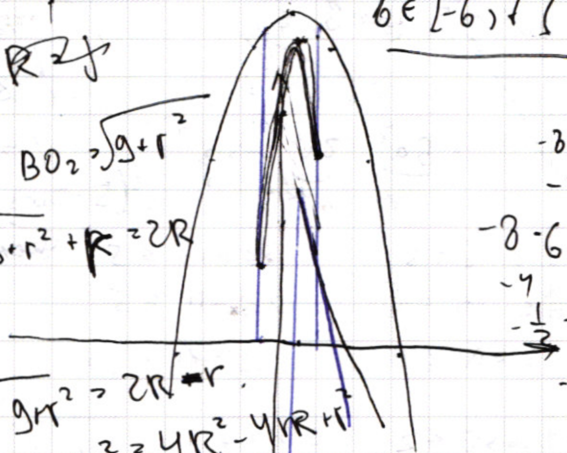
$\cancel{-6 \le 7}$

$b \in [-6, 7]$

$R = ?$

$BO_2 = \sqrt{9+r^2}$

$\sqrt{9+r^2} + R = 2R$



$\sqrt{9+r^2} = 2R - r$

$9 + r^2 = 4R^2 - 4rR + r^2$

$9 = 4R(R-r)$

$x = -\frac{1}{2}$

$-4 - 6|-1-1| \le -\frac{1}{2}a + b \le$

$-2-3+7$

$-16 \le -\frac{1}{2}a + b \le 2$

$\cancel{2 \le a + b \le 5}$

$\cancel{\le -a - b \le}$

$-7 \le -b \le 6$

$-23 \le -\frac{1}{2}a \le 8$

$-8 \le \frac{1}{2}a \le 23$

$-16 \le a \le 46$

$(d) + [\frac{p}{2}] + [\frac{p}{2}] + [\frac{p}{..}] + [\frac{p}{15}]$

$900 | 4$
$\underline{-8}$ 225
10
$\underline{-8}$
20

$900 | 6$
30 150

$8+1 \quad +1=2$

$8-6 \le a+b \le -8+6+7$

$2 \le a+b \le 5$

$-6 \le b \le 7$

225
$\underline{-150}$
75

$-8+6$
$-2+7=$

$-8-6+7$
-4
$-\frac{1}{2}=$

$-2-3+7$

$2 \le a+b \le 5$ $\quad -7 \le -b \le 6$

$0 \le b \le 7$ $\quad + \quad 2 \le a+b \le 5$

$\boxed{-5 \le a \le 4}$

$\boxed{-6 \le b \le 7}$

225

$-8x^2+6x+7$

$x_b = \frac{-6}{-16} = \frac{3}{8}$ $\quad y_b = -8 \cdot \frac{9}{64} + 6 \cdot \frac{3}{8} + 7 = -\frac{9}{8} + \frac{24}{8} = \frac{15}{8} + 7 = 8\frac{7}{8}$

$-8x^2+6x+7=0$

$D = 36 + 28 \cdot 8 = 260$

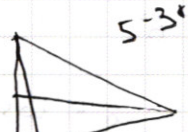
28
$\times 8$
224
$+ 36$
260

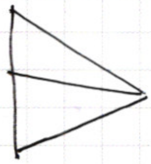
$8x - 6|2x-1|$

$2x-1 \ge 0$
$2x \ge 1$
$x \ge \frac{1}{2}$

$y = \begin{cases} -4x+6, & x \ge \frac{1}{2} \\ 20x-6, & x \le \frac{1}{2} \end{cases}$

$8x - 12x + 6 =$
$= -4x + 6$
$8x + 12x - 6$

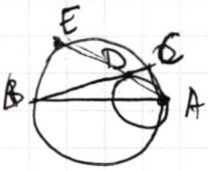


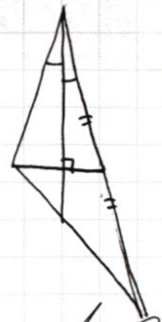


☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$ax+b \leq -8x^2+6x+7$





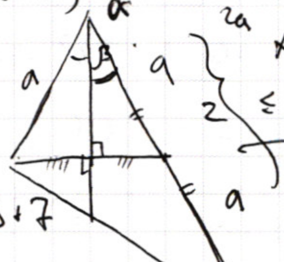
$\cancel{-8x^2+6}$

$8x^2+(a-6)x+b-7 \leq 0$

$x=0$

$-6 \leq b \leq 7$

$D=(a-6)^2 - 32(b-7)$



$x=1$

$2 \leq a+b \leq 5$

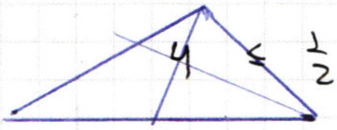
$\cancel{a+4 \geq -1}$

$\cancel{a \geq -5}$

$\cancel{-2 \leq -b \leq 6}$

$-1 \leq 2b-6 \leq 12$

$x=\frac{1}{2}$



$4 \leq \frac{1}{2}a+b \leq -4+3+7$

$4 \leq \frac{1}{2}a+b \leq 6$

$2 \leq b \leq 6$

$\cancel{a+4 \geq 6-b}$

по т. cos

$f(a)=f(a)+f(b)$

$7 \leq -b \leq 6$

$= a^2+4a^2-2a^2\cos\beta$

$\cancel{2 \leq a+b \leq 5}$

$-12 \leq 2a+4 \leq 4$

$f(p)=[\frac{p}{2}]$

$-3 \leq \frac{1}{2}a \leq 0$

$\cancel{2 \leq b \leq 11}$

$6-b \leq 4$

$\cancel{2 \leq b \leq 7}$

$\cancel{b \leq 2}$

$f(x)+f(\frac{1}{y})$

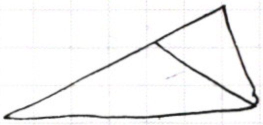
$-6 \leq a \leq 0$

$= \underbrace{5a^2}_{цел} - \underbrace{2a^2\cos\beta}_{цел} \Rightarrow$

$b \geq -2$

$0 \leq -a \leq 6$

$a^2(\underbrace{5-2\cos\beta}_{цел})$



$2 \leq a+b \leq 5$

$-7 \leq -b \leq 6$

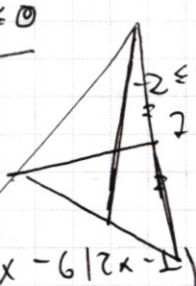
$-5 \leq a \leq 11$

$2 \leq a+b \leq 5$

$0 \leq -a \leq 5$

$2 \leq b \leq 10$

$-5 \leq a \leq 0$



$-2 \leq 2\cos\beta \leq 2$

$7 \leq 5-2\cos\beta \leq$

$2 \leq b \leq 7$

$\boxed{4 \leq b \leq 7}$

$x=-\frac{1}{2}$

$x=\frac{1}{4}$

$4 \leq -2b \leq 14$

$ax+b \geq 8x-6|2x-1|$

$4 \leq 8-2b \leq$

$\frac{p}{2}=$

$-6 \leq 8-2b \leq 4$

$x \geq \frac{1}{2}$

$a+b \geq 8x-12x+6$

$-14 \leq -2b \leq -4$

$f(\frac{1}{p}) =$

$a_x+b \geq -4x+6$

$= f(-1)+f(\frac{-1}{p})$

$(a+4)x+(b-6) \geq 0$

$0 \geq a \geq 8-2b$

$8-2b \leq 0$

a

$a \leq 0$

$(a+4)x \geq 6-b$

$8-2b \leq 0$

$f(\underbrace{1}_{0})+f(\frac{1}{p})$

$\boxed{a=-4}$

$x \geq \frac{6-b}{a+4}$

$f(p)=f(\frac{p}{2})+f(\frac{p}{2})$

$2b \geq 8$

$f(p)=[\frac{p}{2}]$

$b \geq 4$

$0 \geq 6-b$

$f(\frac{1}{p})=f(p^{\frac{1}{2}})$ $b \geq 6$?

$\underline{+f(p)}$

при $x=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \geq \frac{6-b}{a+4}$

$a+4 \geq 12-2b$

при $x=1$

$1 \geq \frac{6-b}{a+4}$

$a+4 \geq 6-b$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

a, b, c, x

$c - ?$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4(b^2 - ac)$

$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{b^2-ac}}{2a} = \frac{1+\sqrt{b^2-ac}}{a}$

$x_2 = \frac{1-\sqrt{b^2-ac}}{a}$

$\cos\gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

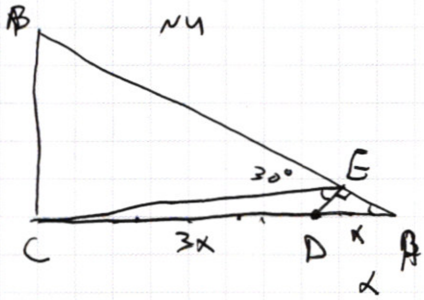
$2ab\cos\gamma = a^2+b^2-c^2$

$c^2 = a^2+b^2 - 2ab\cos\gamma$

$c, \frac{b-\sqrt{b^2-ac}}{a}$

$a, b, c, \frac{b+\sqrt{b^2-ac}}{a}$

№4



$\operatorname{tg}\alpha - ?$

b

по

$a = \frac{b}{q}$

$c = bq$

$\Rightarrow b^2 = ac$

$D = 0$

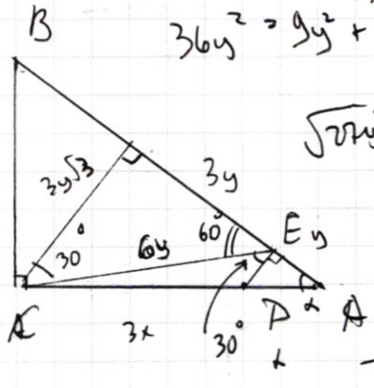
$16x^2 = 27y^2 + 16y^2$

$16x^2 = 43y^2$

$x^2 = \frac{43}{16}y^2$

$a, b, c, \frac{b}{a}$

$36y^2 = 9y^2 + 27y^2$



$\sqrt{27y^2} = 3y\sqrt{3}$

a, aq, aq^2, aq^3

$b \quad c \quad \frac{b}{a}$

$\frac{1}{4}$

$bq^2 = aq^3$

$\boxed{x = \frac{\sqrt{43}}{4}y}$

$bq^2 = \frac{b}{a}$

$\frac{3y\sqrt{3}}{4}$

$27y^2 +$

$aq^3 = \frac{b}{a}$

aq

$q^2 = \frac{1}{a}$

$x^2 =$

$\cancel{16y^2}$

$b = a^2q^3 = aq$

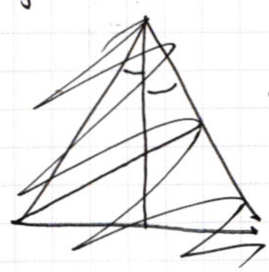
$x^2 = 4y^2$

$\frac{3y\sqrt{3}}{4}$

$a, b, 1, aq^3$

$x = 2y$

$\cancel{27y^2} + 36y^2 =$



$P = 900$

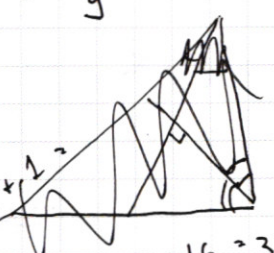
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}y}{y} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60°$

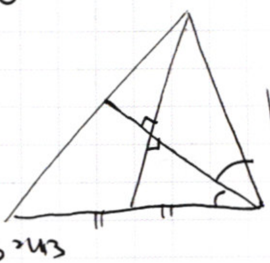
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{3y\sqrt{3}}{4}}{y}$

$\frac{3\sqrt{3}}{4}$

1

$\frac{\sqrt{43}}{4}$





$\boxed{\frac{3\sqrt{3}}{4}}$

$\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{27}{16} + 1 =$

$27 + 16 = 30 + 13 = 43$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№3

$$\begin{cases} x-6y = \sqrt{xy-6y-x+6} \quad (1) \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \quad (2) \end{cases}$$

$x-6y = \sqrt{y(x-6)-(x-6)}$

(1) $x-6y = \sqrt{(y-1)(x-6)}$

$x^2-12x+36-36$ $\cancel{+2y^2-2y+1-1+y^2}$

$+2y^2-4y+2-2+20=0$

(2) $(x-6)^2+2(y-1)^2-38+20=0$

$\cancel{(x-6)^2}+2(y-1)^2-18=0$

$\cancel{(x-6)^2+2((y-1)^2-9)=0}$

$\cancel{(x-6)^2+2(y-4)(y+2)=0}$

$$\begin{cases} (x-6)^2+2(y-1)^2-18=0 \\ (x-6)-6(y-1)=\sqrt{(y-1)(x-6)} \end{cases}$$

$\dfrac{27^2\cdot 2+2\cdot 9\cdot 2}{83} = 18\left(\dfrac{\overset{81}{\cancel{27}}+2}{}\right)$

$16+2-18=0$

$\underbrace{-4+6}_{2} = \sqrt{-1\cdot(-4)}$

$\cancel{(6,1)}$

$\boxed{(2,0)}$

$x-6y = x-6-6y+6 = (x-6)-6(y-1)$

$16^2+2=18$

$4-6=\sqrt{1\cdot 4}$ X

замена $x-6=t$

$y-1=p$

(10, 2)

$y-1=-1$

$y=0$

$x-6=-4$

$x=2$

$p=\pm1$

$t=\pm4$

$p=-1$

$t=-4$

$p=1$

$t=4$

$$\begin{cases} t^2+2p^2-18=0 \\ t-6p=\sqrt{tp} \end{cases}$$

$tp \geq 0 \Rightarrow$ одного знака

$t \geq 6p$

$36 \cdot 4 = 144$

$169-144=25$

$y-1=1$

$y=2$

$x-6=4$

$x=10$

$18p^2=18$

$p^2=1$

$(t-6p)^2 = t^2-12tp+36p^2 = tp$

$t^2-13tp+36p^2=0$

$\cancel{D=169p^2-36\cdot4p^2}$

$81p^2+2p^2-18=0$

$83p^2=18$

$p^2=\dfrac{18}{83}$

$(t-9p)(t-4p)=0$

$t=9p \quad t=4p$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)