МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

Найдём $\sin \angle CDE$

$\sin \angle CDE = \cancel{(180-x}\cdot \sin(180 - \angle DEC - \angle DCE) =$

$= \sin(\angle DEC + \angle DCE) = \sin(45^\circ + \angle DBE) =$

$= \sin 45^\circ \cdot \cos \angle DBE + \cos 45^\circ \cdot \sin \angle DBE =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{7}{\sqrt{58}} + \frac{3}{\sqrt{58}}\right) = \frac{7}{2\sqrt{29}} + \frac{3}{2\sqrt{29}}$

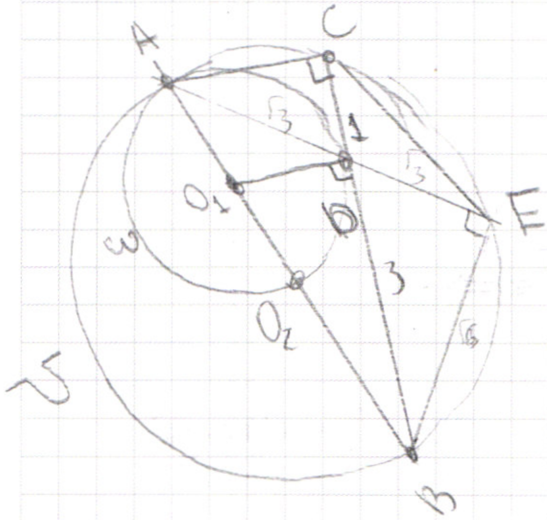
найдём $S_\Delta CDE$:

$S_\Delta = \frac{CD \cdot DE \cdot \sin\angle CDE}{2} = \frac{1{,}2 \cdot 0{,}6 \cdot \sqrt{29}}{2}\left(\frac{7}{2\sqrt{29}} + \frac{3}{2\sqrt{29}}\right) =$

$= 1{,}2 \cdot 0{,}3 \cdot \cancel{\sqrt{29}} \cdot \frac{10}{2\cancel{\sqrt{29}}} = \frac{1{,}2 \cdot 3}{2} = \frac{3{,}6}{2} = 1{,}8.$

Ответ: $\frac{2}{5}$; $1{,}8$.

№5.



Дано:

A – точка касания

AB – диаметр

BC кас. ω в D

$CD = 1$

$BD = 3$.

Найти:

r, R, $S_\Delta BACE = ?$

Решение:

1) Т.к окружности касаются внешним образом, то центр ω будет лежать на диаметре AB

пусть O_1 – центр ω

2) Рассмотрим ΔBO_1D и ΔBAC

т.к $\angle ACB$ лежит на диаметре, то $\angle ACB = 90^\circ$

т.к D – точка касания, то $\angle O_1DB = 90^\circ$

☐ черновик ☑ чистовик Страница №5

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AC^2+BC^2=AB^2$

$(\sqrt{29})^2+(0,4\sqrt{29})^2=AB^2$

$AB=29(1+0,16)=29\cdot 29\cdot 0,04=$

$=\frac{29}{5}$

$tg\angle BAC=tg\angle DAE=\frac{2}{5}\Rightarrow$

$\frac{DE}{AE}=\frac{2}{5}$

пусть $DE=2y$, $AE=5y$.

По теореме Пифагора

$DE^2+AE^2=AD^2$

$29y^2=29\cdot 0,36$

$y=0,6. \Rightarrow DE=1,2;\ AE=3.$

$EB=AD-AE=5,8-3=2,8$

$BD^2=DC^2+BC^2=2BC^2$ (по теор. Пифагора)

$BD=BC\cdot\sqrt{2}=\sqrt{29}\cdot 0,4\cdot\sqrt{2}.$

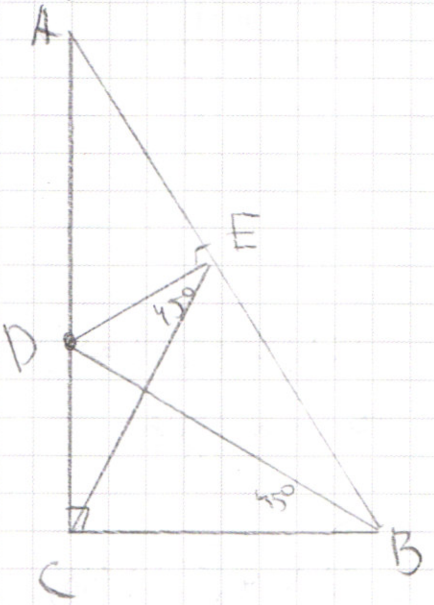
Найдём $\sin\angle EBD$ и $\cos\angle EDB$

$\cos\angle EBD=\frac{EB}{BD}=\frac{2,8}{\sqrt{58}\cdot 0,4}=\frac{7}{\sqrt{58}}$

$\sin\angle EBD=\frac{ED}{BD}=\frac{1,2}{\sqrt{58}\cdot 0,4}=\frac{3}{\sqrt{58}}$

т.к. $\angle DCE$ и $\angle DBE$ лежат на 1 дуге, то они равны

№4



Дано:

$\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$

$DE \perp AD$

$\angle C = 90^\circ$

$\angle CED = 45^\circ$

Найти:

а) $tg \angle BAC$

б) $S_{\triangle CED}$ при $AC = \sqrt{29}$

Решение:

а) 1) $\angle DEB = \angle DCB = 90^\circ \Rightarrow \angle DEB + \angle DCB = 180^\circ$ и $CDEB$ – вписанный

2) т.к $CDEB$ – вписанный, то $\angle CED = \angle DBC$ (т.к лежат на 1 дуге CD)

3) т.к $AD : AC = 3:5$, то пусть $AD = 3x$, $AC = 5x$ тогда $CD = AC - AD = 5x - 3x = 2x$.

4) $BC = CD$, т.к $\angle CBD = \angle CDB = 45^\circ$ ($\angle CDB =$ $= 180^\circ - \angle DCB - \angle CBD =$ $= 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$)

Значит, $BC = CD = 2x$.

5) $tg \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = 0,4$.

б) ~~По теореме Пифагора~~

~~$BC^2 + AC^2 = AB^2 = 29$~~

1) $AD = AC \cdot \frac{3}{5} = \sqrt{29} \cdot 0,6$

$CD = BC = AC \cdot \frac{2}{5} = \sqrt{29} \cdot 0,4$

По теореме Пифагора

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

будет $4 \cdot 12 = 48$ пар.

Для $y = 11$ подходят x, равные 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; ~~11~~ 12; 14; 15; 16; 18; 20; 21. Для таких значений будет ~~16~~ 17 пар

Для $y = 13$ подходят x, равные 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 14; 15; 16; 18; 20; 21. Для такого значения будет 17 пар

Для $y = 17$ подходят x, равные 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 18; 20; 21. Для такого значения будет 18 пар

Для $y = 19$ подходят x, равные 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 20; 21. Для такого значения будет 19 пар.

Заметим, что при $x = 1$ нам подходят все y, не равные 1 и с $x = 1$ будет 20 пар.

Общее количество $= 8 + 36 + 48 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 =$
$= 182$ пары.

Ответ: 182.

$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) - f(y)$

Заметим, что $f(\frac{x}{y}) < 0$ при $f(y) > f(x)$

Найдём все $f(a)$ при $1 \le a \le 21$.

$f(2) = [\frac{2}{2}] = 1$ $f(3) = [\frac{3}{2}] = 1$

$f(4) = f(2) + f(2) = 1 + 1 = 2$ $f(5) = [\frac{5}{2}] = 2$.

$f(6) = f(3) + f(2) = 1 + 1 = 2$ $f(7) = [\frac{7}{2}] = 3$

$f(8) = f(4) + f(2) = 2 + 1 = 3$ $f(9) = f(3) + f(3) = 1 + 1 = 2$

$f(10) = f(2) + f(5) = 2 + 1 = 3$ $f(11) = [\frac{11}{2}] = 5$

$f(12) = f(3) + f(4) = 1 + 2 = 3$ $f(13) = [\frac{13}{2}] = 6$

$f(14) = f(2) + f(7) = 1 + 3 = 4$ $f(15) = f(3) + f(5) = 1 + 2 = 3$

$f(16) = f(4) + f(4) = 2 + 2 = 4$ $f(17) = [\frac{17}{2}] = 8$

$f(18) = f(2) + f(9) = 1 + 2 = 3$ $f(19) = [\frac{19}{2}] = 9$

$f(20) = f(2) + f(10) = 1 + 3 = 4$ $f(21) = f(3) + f(7) = 1 + 3 = 4$

Нам нужны такие пары $(x; y)$, что

$f(y) > f(x)$.

Для $y = 2$ и $y = 3$ таких пар нет, т.к. $f(y) = 1$

Для $y = 4; 5; 6; 9$ $f(y) = 2$ и подходит $x = 2$ и $x = 3$

Для таких значений будет $2 \cdot 4 = 8$ пар

Для $y = 7; 8; 10; 12; 15; 18;$ подходит x, равные $2, 3, 4, 5, 6, 9$. Для таких значений будет $6 \cdot 6 = 36$ пар.

Для $y = 14; 16; 20; 21$ подходит x, равные $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 18$. Для таких значений

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Пусть k – знаменатель геометрической прогрессии

Тогда $b = a \cdot k$; $c = a \cdot k^2$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$ax^2 + 2ak \cdot x + ak^2 = 0$

$a(x^2 + 2kx + k^2) = 0$

$a(x+k)^2 = 0$

Тогда $x = -k$ ← четвёртый член прогрессии

Т.к числа находятся в геометрической прогрессии, то $x = c \cdot k$

Т.к $x = -k$, то $-k = c \cdot k$

Следовательно, $c = \frac{k}{-k} = -1$

Ответ: -1.

№7.

Найдём $f(1)$:

$f(1 \cdot a) = f(a) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$.

Найдём $f(\frac{1}{k})$:

$f(1) = f(k \cdot \frac{1}{k}) \Rightarrow$

$0 = f(k) + f(\frac{1}{k})$

$-f(k) = f(\frac{1}{k})$ при целых k.

Найдём $f(\frac{x}{y})$:

$S_\triangle DEB = \frac{DE \cdot BE}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$S_\triangle ACD = \frac{AC \cdot CD}{2} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2}$

$S_\triangle ADB = \frac{AD \cdot BD \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 1,5.$

$S\ ACEB = S_\triangle ACD + S_\triangle CDE + S_\triangle DEB + S_\triangle ADB = 1,5 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{4} =$

$= 2,25 + 2\sqrt{2}.$

Ответ: $\sqrt{4,5}$; $\frac{\sqrt{4,5}}{2}$; $2,25 + 2\sqrt{2}$

№3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases} \Rightarrow 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3.$$

$(y-2x)^2 = \left(\sqrt{xy - 2x - y + 2}\right)^2 \Rightarrow$

$\underline{y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2} \Rightarrow (x-2y)^2 = (x-1)(y-2)$

$$\begin{cases} \cancel{y^2 - 5xy + 4x^2} + 2x + y - 2 = 0. \\ \cancel{-2x^2 + y^2 + 4x + 4y - 3 = 0} \end{cases} \Rightarrow \cancel{2x^2 - 5xy + 6x + 5y - 3 = 0}$$

Пусть $x - 1 = a$, $y - 2 = b$.

тогда $\begin{cases} b - 2a = \sqrt{ab} \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases}$

$b - 2a = \sqrt{ab} \Rightarrow b^2 - 5ab + 4a^2 = 0.$

$(b - 4a)(b - a) = 0.$

1 сл: $b = a$

$2a^2 + a^2 = 3$

$a^2 = 1$ т.к $b - 2a = \sqrt{ab} \geq 0$, то $a = -1$.

$x_1 = a + 1 = 0$; $y_1 = a + 2 = 1$.

2 сл: $b = 4a$.

$(4a)^2 + 2a^2 = 3 \Rightarrow 18a^2 = 3 = a = \pm\sqrt{\frac{1}{6}}$

при $a = \sqrt{\frac{1}{6}}$ корн не будет, а при $a = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ $x_2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{6}}$; $y_2 = -4\sqrt{\frac{1}{6}} + 2$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит, $\triangle BO_1D \sim \triangle BAC$ по углу ABC и углам ACB и O_1DB

Тогда $\frac{BO_1}{AB} = \frac{3}{4}$

$BO_1 = 2R - r$

$AB = 2R$, т.к. это диаметр

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{3}{4} \Rightarrow 8R - 4r = 6R$

$R = 2r$, значит точка O_2, которая является центром Ω ~~является~~ лежит на ω

По теореме о секущей и касательной:

$BD^2 = BO_2 \cdot AB \Rightarrow 3^2 = R \cdot 2R \Rightarrow R = \sqrt{4{,}5}$, $r = \frac{\sqrt{4{,}5}}{2}$

По теор. Пифагора: $AB^2 = BC^2 + AC^2 \Rightarrow$

$AC^2 = (2\sqrt{4{,}5})^2 - 16 = 18 - 16 = 2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}$

По теор Пифагора: $AC^2 + DC^2 = AD^2 \Rightarrow$

$AD^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 = 3 \Rightarrow AD = \sqrt{3}$.

Рассмотрим степень точки D отн Ω

$AD \cdot DE = CD \cdot BD \Rightarrow \sqrt{3} \cdot DE = 3 \cdot 1$; $DE = \sqrt{3}$.

По теор. Пифагора $BE = \sqrt{6}$

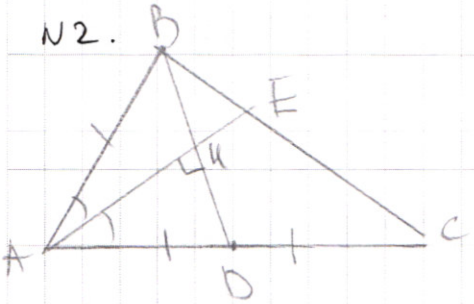
Найдём $\sin \angle EDB$: $\sin EDB = \frac{BE}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Т.к. $\sin(180 - \alpha) = \sin\alpha$, то $\sin \angle ADB = \sin \angle CDE = \sin \angle EDB$

$S_{\triangle CDE} = \frac{CD \cdot DE \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.



Дано:
AE – биссектриса
BD – медиана
$AE \perp BD$

Рассмотрим произвольный $\triangle ABC$, в котором биссектриса перпендикулярна медиане:
в $\triangle ABD$ есть AH, которая ~~медиана~~ биссектриса и высота одновременно, значит $\triangle ABD$ равнобедренный и
$AB = AD = CD$.
Мы видим, что в любом таком треугольнике отношение 2-х каких-либо сторон равно двум.
Пусть мы выберем такую сторону треугольника x, тогда у него будет сторона, равная $2x$. Пусть y – оставшаяся сторона.
Рассмотрим, как мы можем выбрать третью сторону. Вспомним неравенство треугольника:
$y > x$ и $y < 3x$
Т.к. x – целый, то $y \geq x+1$ и $y \leq 3x-1$
$p = x + 2x + y = 1200 \Rightarrow$
$3x + y = 1200$
самое минимальное значение y относитель-

но x y принимает при $y=x+1$.

$3x+x+1=1200$.

т.к x должен быть целым, то y не может быть равным $x+1$. Самое минимальное значение y отн. x – $y=x+4$, чтобы x был целым

$4x+4=1200$

$x=299$. Заметим, что это – максимальное значение x, т.к если мы возьмём y больше относительно значения x, то x будет падать.

Возьмём максимальный y относительно x, чтобы найти минимальное значение x

$y=3x-1$.

$3x+3x-1=1200$.

т.к x должен быть целым, то y должен быть $y=3x-6$, чтобы решения были целые.

$3x+3x-6=1200$

$6x=1194$

$x=199$.

Тогда x может принимать все целые значения от 199 до 299 и найдется такой y, чтобы $P=1200$. Тогда x принимает 107 значений.

Ответ: 107

-7.

1 V 5 V 2 V
4 V. 7 V.

200

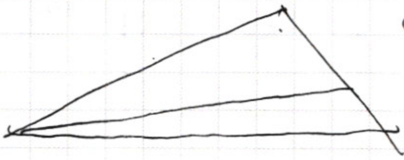
P = 1200

$ax^2 + 2bx + c = 0.$

$ax^2 + a\,2kx + a\cdot k^2 = a(x+k)^2$

$f_4 = -k$ $-ak^2-$

$b^2 = ac.$



c = ? 1 ч. 5 мин.

$C(-k) = -k$

$C \cdot k = -k.$

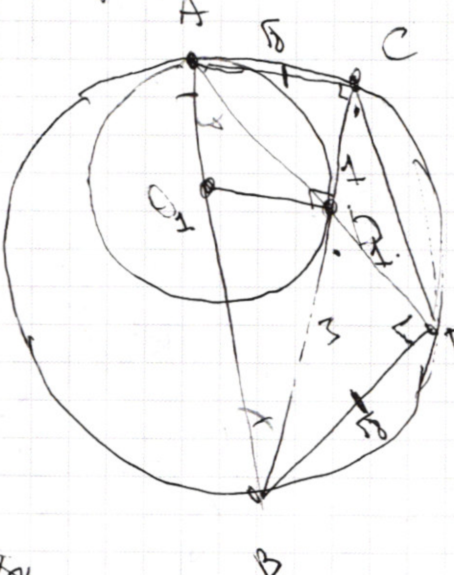
$C = -1.$

$C \cdot (-k)$

v5.

$3k + 4r = 1200$

1200



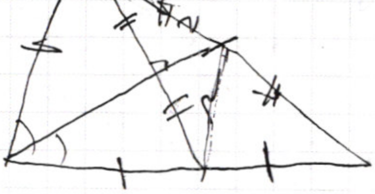
Ω - больш.

ω - меньш.

$\cancel{16-8} = \frac{\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}.$

$16 + 8 = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$R = \sqrt{6}.$



$\frac{\sqrt{8}}{3}$ $\sin\alpha = \sin(180-\alpha)$

$= 5\frac{1}{3}\sqrt{2}$

$\sqrt{8}$

$(k; 2k)$

$\frac{1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{8}}{3}}{2} = \frac{8\sqrt{2}}{6}$

1 стор. $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3} + 2 \cdot 2\sqrt{2} =$

$\frac{\sqrt{2}}{3}.$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2-5xy+4x^2 \\ 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y^2-10xy+8x^2-2x-2y+2 \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0. \end{cases}$$

$-2x-y+2$

$10x^2+9y^2-10xy-6y+2=0$

$y^2-4xy+4x^2=x(y-2)-(y-2)$

$y^2-4xy+4y^2=(x-1)(y-2)$

$4x^2-5xy+y^2+2x+2y-2=0$

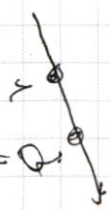
$x^2-4x+4+$

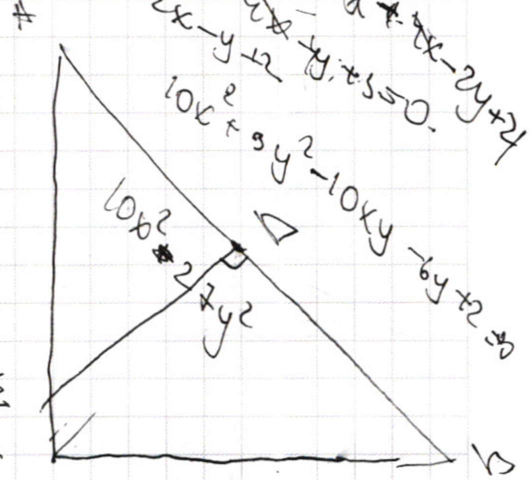
$(4x-y)(x-y)+2(x+y)=0$

$ax^2+2a\cdot kx+a\cdot k^2=0$

$a(x^2+2kx+k^2)=0.$

$a=0$ или $k=-x.$





$y-2x$

$(x-1)(y-2)$

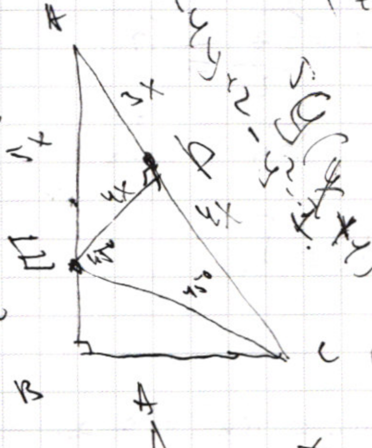
$\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha+\cos\alpha).$

2

$2y^2+2x^2-4x-4y+2$

$2((x-1)^2+(y-1)^2)$

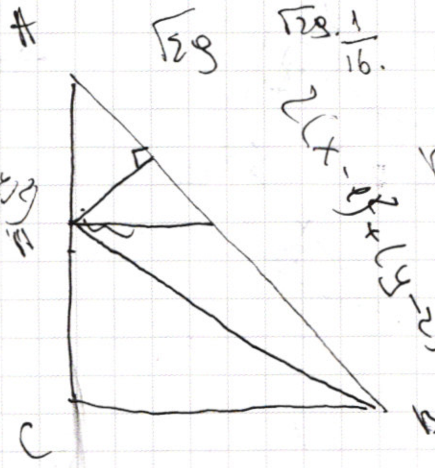
$\sqrt{(y-x)(x+y)}$



$4x^2-5xy+y^2+2x+2y-2=0$

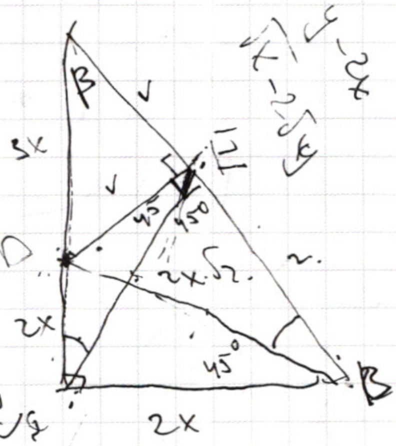
$-4x^2-2y^2+4x+4y-3=0$

$-y^2+5xy+6x^2-5y-3=0$



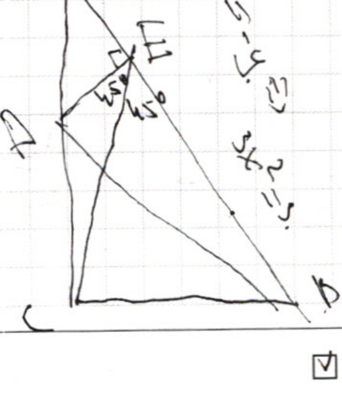
$\sqrt{29}$ $\quad \sqrt{29}\cdot\frac{1}{16}.$

$2(x-1)^2+(y-2)^2$



$x-2y$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\sin\beta\cdot\cos\alpha.$



$x=5y$

$3x^2=5$

$$\boxed{\operatorname{tg}B=\frac{2}{5}}$$

$\cos B=\frac{2}{\sqrt{29}}.$

$\sin B=$

$0{,}16+1$

$\frac{5}{\sqrt{29}}=1{,}16\cdot 29$ $\quad x=1.$

$29\cdot 29\cdot 0{,}04.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$y-2x=\sqrt{xy-2x}$ $y\geq 2x.$

y^2 y

$2(x-1)^2+(y-2)^2=4.$

$(x-2)^2+(y-2)^2+x^2-5=0.$

$-(x-1)(y+\cancel{2})$

$(2x^2-4x+4)=2(x-2)^2+2.$

$\frac{(x-2y)^2}{x-7.}=\cdot(y-2)$

$2t^2+b^2=4.$

$t+b=(y-2x)^2$

и оформ.

$0,5$ $1,5$ $1,5$ $2.$

$2x^2-x-1$ $(x-1)(2x+1)=dx+b=x+(2x-1)$

$D=1+9$

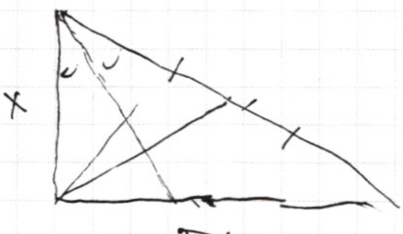
$x=\frac{1\pm 3}{4}$

$x+2x+t$

$AK\cdot B\cancel{K}=3$

$b-$

$4x+$



$x+4.$ $b^2-4ab+4d=ab$

$6k\cdot$

все цел. числа.

$k\in[1;x-1]$

$(x;3x)$ $3x+1>$

$k\in(0;x)$

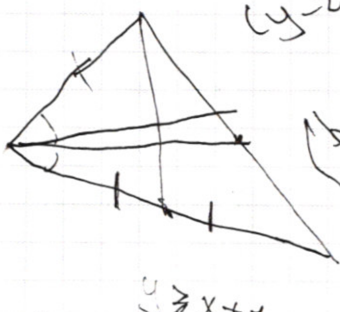
$(x-1)^2=a$

$(y-2)^2=b$ $3x+k=1200.$ $4x$ $3x-1\leq 1200.$

$6k-1\leq$

$b-2a=\sqrt{ab}$

$b^2+2a^2=3.$ $\leq x\leq 399$



$6k+1.$

$\cancel{x\leq 399}$

$599\geq x\geq 399$

$y\geq x+1$

$y\leq 3x-1.$

200 чисел.

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(y-2x)^2 = xy-2x-y+2.$

$y^2-4xy+4x^2 = xy-2x-y+2.$

$2x^2+y^2 = 4x+4y-3$

$y^2-4y+(2x^2-4x+1)=0.$

$2x^2-4x+1=0.$

нет. р.

$y=13$

$y=17$

$y=19$

$f(18)=9.$

$f(17)=8.$

$f(13)=6.$

$f(11)=5.$

$f(20)=$

$f(2)+f(2)+f(5)$

$f(a)^2+f(b)=$

$f(3)=1.$

$f(5)=2.$

$f(7)=3.$

$f\left(\frac{x}{y}\right)<0 \Rightarrow f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)<0.$

$f(1)=0.$

$f(k)$

$f\left(\frac{1}{6}\right)=$

$f\left(\frac{1}{7}\right)$

$f\left(\frac{1}{k}\right)=?$

$f(1)=f(k)+f\left(\frac{1}{k}\right)=0.$

$f\left(\frac{1}{k}\cdot 1\right)=$

$f\left(\frac{1}{k}\right)=-f(k).$

$f\left(\frac{a}{k^n}\right)=f\left(\frac{a}{k}\right)$

$f\left(\frac{a}{b}\right)=f(a)-f(b)$

$f(a)+f$

$162+20$

$108+17=125$

$125+18=143$

$143+19=162$

$92+16=108$

$8+36=44$

$44+48=92$

$2(2x^2+y^2)-(4x+4y)=-2x-y+2.$

$4x+4y-3-2x-y=$

$2x^2+y^2+4x+y$

$2x^2+y^2-2x-y+2=$

$2x^2+y^2-y$