

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.
2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC , если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.
б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED .
5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2, BD = 3$.
6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{1}{2}; 1]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leq x \leq 22, 2 \leq y \leq 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Если $a \neq 0$

Тогда $b \neq 0 \rightarrow$ уравнение имеет вид $2bx - c = 0$. Это уравнение имеет корни $x_0 = \frac{c}{2b}$. $x_0 = 1$.

Из условия прогрессии $c = 2b \Rightarrow$ Тогда из прогрессии $a = \frac{x_0 - a}{x_0 - a} = \frac{1}{3}$

$$c = a + 2d = 0 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Если $a = 0$

$m \neq 0$

Пусть c - 3-й член арифметической прогрессии, m - её шаг. Тогда $a = \frac{c}{m^2}$, $b = \frac{c}{m}$, $d = cm$, где d - 4-й член прогрессии. Данные условия удовлетворяют уравнению:

$$ad^2 - 2bcd + c = 0$$

$$\frac{c}{m^2} \cdot c^2 m^2 - 2 \cdot \frac{c}{m} \cdot cm + c = 0$$

$$c^3 - 2c^2 + c = 0$$

$$c(c^2 - 2c + 1) = 0$$

$$c(c-1)^2 = 0$$

$$c = 0 - \text{не уф.}$$

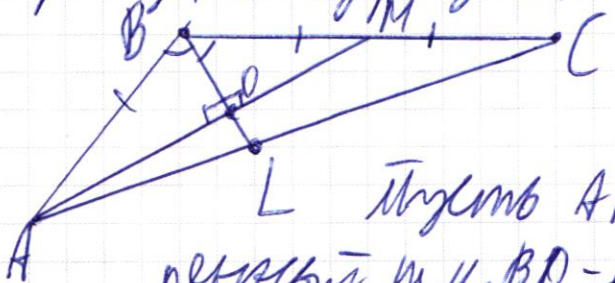
$$c = 1$$

Ответ: $c = 1$.

№2.

Заметим, что биссектриса и медиана, проведенные из одной вершины, не могут быть перпендикулярны.

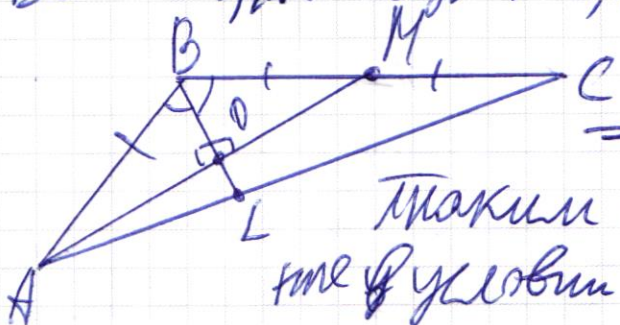
нотом (т.к. они же являются медианами, а медиана
 разит угол на 2 равных отрезка). Значит, они
 проведены из разных вершин.



Пусть AM - медиана ΔABC ,
 BL - выс.-са, причем $AM \perp BL$
 Пусть $AM \cap BL = O$. Тогда ΔAOM равноуг-
 лый, т.к. BO - его высота и выс.-са $\Rightarrow AB = BO = OM$

$\Rightarrow BC = 2AB$.

Докажем обратное утверждение: Пусть в ΔABC
 $BC = 2AB$, AM - медиана, BL - выс.-са, $AM \cap BL = O$.



BO - выс.-са в равноуг. ΔAOM
 $\Rightarrow BO \perp AM$, и $BL \perp AM$.

Таким образом, последнее утвержде-
 ние в условии можно заметить на следую-
 щее: одна сторона в 2 раза длиннее другой

Пусть a и $2a$ - какие-то 2 стороны Δ -ка, уг. условия
 выше. Тогда 3-я сторона = $900 - 3a$. Далее выписали кер-
 в треугольника:

$$\begin{cases} a < (900 - 3a) + 2a \\ 2a < (900 - 3a) + a \\ 900 - 3a < a + 2a \end{cases} \begin{cases} 2a < 900 \\ 4a < 900 \\ 6a > 900 \end{cases} \begin{cases} a < 450 \\ a < 225 \\ a > 150 \end{cases}$$

Значит $a \in \mathbb{N}$, $151 \leq a \leq 224$ - 74 варианта для a .

Но $a < 225 \Rightarrow 4a < 900 \Rightarrow a < 900 - 3a$, $a < 2a \Rightarrow a$ -
 наименьшая сторона Δ -ка \Rightarrow все 74 Δ -ка различны

Ответ: 74.

№3.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{(x-6)y - (x-6)} \\ [(x^2 - 12x + 36) + (2y^2 - 4y + 2)] = 18 \\ \begin{cases} (x-6) - 6(y-2) = \sqrt{(x-6)(y-2)} \\ (x-6)^2 + 2(y-2)^2 = 18 \end{cases} \end{cases}$$

Замена: $\begin{cases} x-6 = a \\ y-2 = b \end{cases}$

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} & (1) \\ 2a^2 + 2b^2 = 18 & (2) \end{cases} \quad \text{О.Д.З.: } ab \geq 0$$

~~Сделаем~~ Сделаем неравенческое преобразование ~~уравнения~~ ~~(1)~~, возведя его в квадрат:

$$a^2 - 12ab + 36b^2 = ab$$

$$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$$

$$(a-4b)(a-9b) = 0$$

$$\begin{cases} a = 4b \\ a = 9b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 4b \\ a = 9b \end{cases}$$

I сл. $a = 4b$

Подставим в (2): $16a^2 + 2b^2 = 18$

$$\begin{cases} b = -1 & 1) b = -1: a = -1 \\ b = 1 & \end{cases}$$

Проверим подстановкой в (2):

$$-1 + 6 = \sqrt{(-1)(-1)}$$

$$2 = 2 - \text{суть}$$

$$2) b = 1 \Rightarrow a = 4$$

Подставим в (1): $4 - 6 = \sqrt{4} - \text{не суж}$

II сл. $a = 9b$

Подставим в (2): $82b^2 + 2b^2 = 18$

$$\begin{cases} b = -\sqrt{\frac{18}{83}} \\ b = +\sqrt{\frac{18}{83}} \end{cases}$$

Заметим, что $a - 6b = 9b - 6b = 3b$

1) $b = -\sqrt{\frac{18}{83}}$: $a - 6b = -3\sqrt{\frac{18}{83}} < 0$ — не ур.

2) $b = \sqrt{\frac{18}{83}}$: $a - 6b = 3\sqrt{\frac{18}{83}} = 9\sqrt{\frac{2}{83}}$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{9b^2} = 3|b| = 3b = 3\sqrt{\frac{18}{83}} \text{ — ур.}$$

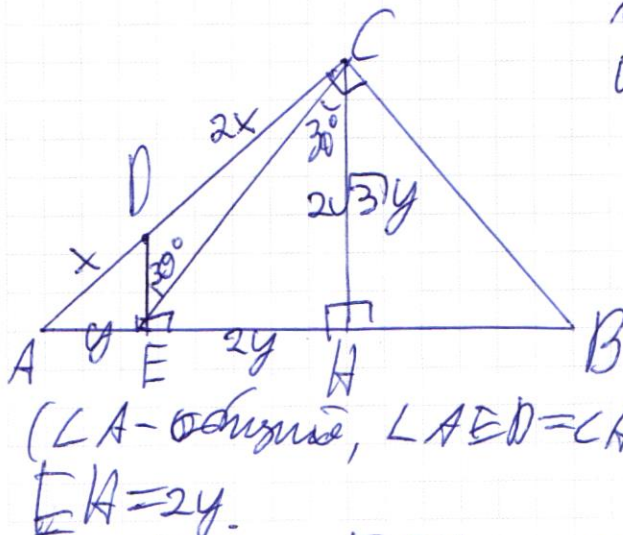
Итого получаем:

$$\begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \\ a = 27\sqrt{\frac{2}{83}} \\ b = 3\sqrt{\frac{2}{83}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ x = 6 + 27\sqrt{\frac{2}{83}} \\ y = 3\sqrt{\frac{2}{83}} + 1 \end{cases}$$

Ответ: $\{(2; 0); (6 + 27\sqrt{\frac{2}{83}}; 3\sqrt{\frac{2}{83}} + 1)\}$

н.ч.

а) $AD:AC = 1:3 \Rightarrow AD:DC = 1:2$
 Пусть $AD = x$, тогда $CD = 2x$,
 и $AE = y$.



Вспомогательная высота CH в $\triangle ABC$
 $\triangle AED \sim \triangle AHC$ по 2-м углам
 ($\angle A$ — общий, $\angle AED = \angle AHC = 90^\circ$) $\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH} = \frac{1}{3} \Rightarrow$
 $EH = 2y$.

$DE \parallel CH \Rightarrow \angle ECH = \angle DEC = 30^\circ$ или покр. alternate \Rightarrow

$$CH = EH \cdot \cot 30^\circ = \sqrt{3} EH = 2\sqrt{3}y$$

Из подобия $\triangle AED \sim \triangle AHC$ $\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CH} = \frac{1}{3} \Rightarrow DE = \frac{1}{3} CH = \frac{2\sqrt{3}}{3}y$
 тогда $\angle BAC = \frac{DE}{AE} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}y}{y} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$d) \sqrt{7} = AC = 3x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\text{Из } \triangle AED \quad x = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{y^2 + \frac{1 \cdot 3}{9} y^2} = y \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{12}{9}} =$$

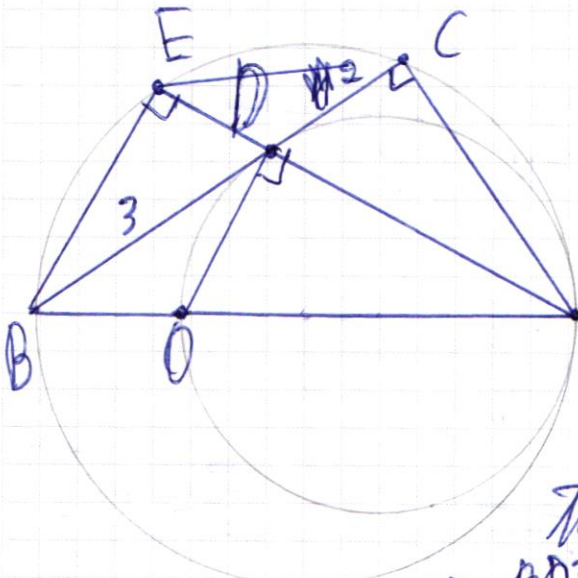
$$= y \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4y}{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{7}}{3} \Rightarrow y \sqrt{21} = \sqrt{7} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} DE \cdot CE \cdot \sin \angle CED = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} y \cdot 2EA =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} y \cdot 2y = \frac{2\sqrt{3}}{3} y^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

Ответ: а) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$



№5 R - радиус Ω , r - радиус ω

т.к. ω касательна Ω симметрична
относительно AB , AO и OB радиусы,
привести касательную к ω по O

А "сверху" или "снизу"

Пусть O - точка пересечения
 AB и ω .

По теореме о вписанной касательной
или $OD^2 = BO \cdot AB \Rightarrow 9^2 = (2R - 2r) \cdot 2R \Rightarrow$

$$4R(R - r) = 9 \quad (1)$$

Заметим, что $\angle AEB = \angle BCA = \angle ADO = 90^\circ$ - как отрезки
касательных на диаметр в окр-тиях Ω и ω .

по м. Тупого угла $\angle AOD = AC^2 + CD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 = 4R^2 - 25 + 4 = 4R^2 - 21$

$\triangle ADO \sim \triangle AEO$ (по 2-м углам) $\Rightarrow \frac{AE}{AO} = \frac{AB}{AO} \Rightarrow \frac{EO}{AO} = \frac{BO}{AO}$
 $\frac{EO}{AO} = \frac{BO}{AO} = \frac{2R-2r}{2r} = \frac{R-r}{r}$, а $AD \cdot ED = BO \cdot CD =$

6 (так как изменить маркировку можно по \perp) $\Rightarrow \frac{ED}{AO} = \frac{6}{AO^2} \Rightarrow$

$\frac{6}{AO^2} = \frac{R-r}{r} \Rightarrow (4R^2 - 21) \cdot (R-r) = 6r$

или 2):
 $4R^2(R-r) - 22R + 22r = 6r \Rightarrow 9R - 22R + 22r = 6r \Rightarrow$
 $15r = 22R \Rightarrow R = \frac{5}{11}r$

по теореме Пифагора в (2): $\frac{5}{11}r \cdot (\frac{5}{11}r - r) = 9$

$5r \cdot \frac{7}{11}r = 9$

$r^2 = 17,2$

$r = \sqrt{\frac{367}{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ $R = \frac{5}{11} \cdot \frac{6\sqrt{5}}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

$S_{BACE} = S_{ABC} + S_{EBC}$

$S_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{BC \cdot \sqrt{4R^2 - 25}}{2} = 2,5\sqrt{45 - 25} =$

$= 2,5\sqrt{20} = 5\sqrt{5}$

$S_{EBC} = \frac{1}{2} BE \cdot BC \cdot \sin \angle EBC = \frac{1}{2} BE \cdot 5 \cdot \frac{DE}{BD} = \frac{5}{6} BE \cdot DE$

$DE = \frac{6}{AO} = \frac{6}{\sqrt{4R^2 - 21}} = \frac{6}{\sqrt{45 - 21}} = \frac{6}{\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

$BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{9 - 2,25} = \sqrt{6,75} = 2,5\sqrt{3}$

$S_{EBC} = \frac{5}{6} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 2,5\sqrt{3} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 3}{6 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{15}{2\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{4}$

$S_{BACE} = \frac{15\sqrt{2}}{4} + 5\sqrt{5}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\text{Объем: } r = \frac{6\sqrt{5}}{5}; R = \frac{3\sqrt{5}}{2}; S_{\text{BASE}} = 5\sqrt{5} + \frac{25\sqrt{2}}{8}$$

№6.

$$\begin{aligned} 8x - 6 \mid 2x - 1 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7 \\ \int -8x^2 + (6 - a)x + 7 - b \geq 0 \quad (2) \\ \int 8x - 6 \mid 2x - 1 - ax - b \leq 0 \end{aligned}$$

$$(2): -8x^2 + (6 - a)x + (7 - b) = 0$$

$$D = (6 - a)^2 + 32(7 - b)$$

№7.

подставим в формулу \sin :

$$f(1) = f(1) + f(1)$$

$$f(1) = 0$$

подставим a и $\frac{1}{a}$ ($a \in \mathbb{N}$):

$$f(1) = f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right)$$

$$f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right) = 0$$

$$f\left(\frac{1}{a}\right) = -f(a)$$

подставим x и $\frac{1}{y}$ ($x, y \in \mathbb{N}$):

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$$

Рассмотрим значение $f(x)$ для первых 2-х формульных чисел:

$$\begin{aligned} f(1) = 0 \quad f(2) = \left\lceil \frac{2}{2} \right\rceil = 1 \quad f(3) = \left\lceil \frac{3}{2} \right\rceil = 2 \quad f(4) = f(2) + f(2) = 2 \\ f(5) = \left\lceil \frac{5}{2} \right\rceil = 3 \quad f(6) = f(2) + f(3) = 3 \quad f(7) = \left\lceil \frac{7}{2} \right\rceil = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(8) &= f(2) + f(4) = 3 & f(9) &= f(3) + f(3) = 2 & f(20) &= f(4) + f(16) = 3 \\
 f(22) &= \left\lfloor \frac{22}{2} \right\rfloor = 11 & f(72) &= f(3) + f(47) = 3 & f(23) &= \left\lfloor \frac{23}{2} \right\rfloor = 11 \\
 f(24) &= f(2) + f(24) = 4 & f(25) &= f(3) + f(22) = 3 & f(26) &= f(2) + f(26) = 4 \\
 f(28) &= \left\lfloor \frac{28}{2} \right\rfloor = 14 & f(28) &= f(2) + f(26) = 3 & f(29) &= \left\lfloor \frac{29}{2} \right\rfloor = 14 \\
 f(20) &= f(11) + f(9) = 4 & f(21) &= f(3) + f(18) = 4 & f(22) &= f(11) + f(11) = 6
 \end{aligned}$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Leftrightarrow f(x) - f(y) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f(y)$$

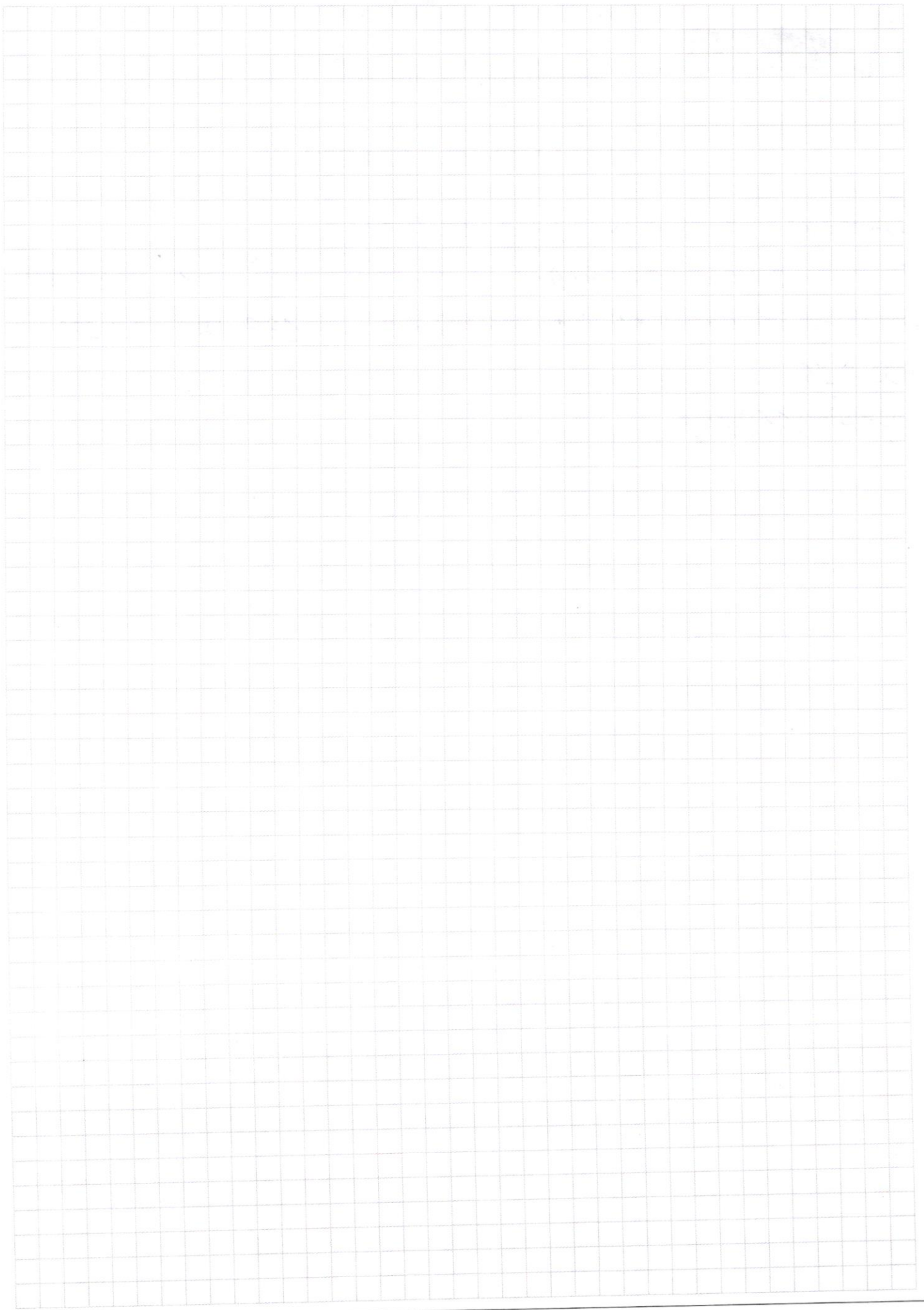
- $x=2$: $f(x)=1$ - $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$, ..., $f(22)$ больше (29 чисел)
 $x=3$: $f(x)=1$ - $f(1)$, $f(3)$, ..., $f(22)$ больше (29 чисел)
 $x=4$: $f(x)=2$ - $f(2)$, $f(4)$, $f(20)$, $f(22)$, ..., $f(22)$ больше (25 чисел)
 $x=5$: $f(x)=2$ - больше 25 чисел
 $x=6$: $f(x)=2$ - 25 чисел
 $x=7$: $f(x)=3$ - $f(11)$, $f(13)$, $f(17)$, $f(16)$, $f(12)$, $f(29)$ - $f(22)$
 $x=8$: $f(x)=3$ - 9 чисел
 $x=9$: $f(x)=2$ - 15 чисел
 $x=20$: $f(x)=3$ - 9 чисел
 $x=11$: $f(x)=5$ - $f(23)$, $f(12)$, $f(10)$, $f(22)$ - 4 числа
 $x=12$: $f(x)=3$ - 9 чисел
 $x=23$: $f(x)=6$ - $f(28)$, $f(19)$ - 2 числа
 $x=14$: $f(x)=4$ - $f(17)$, $f(13)$, $f(12)$, $f(10)$, $f(22)$ - 5 чисел
 $x=15$: $f(x)=3$ - 9 чисел
 $x=16$: $f(x)=4$ - 5 чисел
 $x=17$: $f(x)=8$ - $f(19)$ - 2 числа
 $x=28$: $f(x)=3$ - 9 чисел
 $x=19$: $f(x)=9$ - наиб. число
 $x=20$: $f(x)=4$ - 5 чисел

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Итого же. в пар $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению:

$$18x + 29y = 215$$
$$25x + 2 = 38 + 45 + 54 + 15 + 11 + 7 + 105 = 137 + 26 + 6 = 169$$
$$x = 32 = 169$$

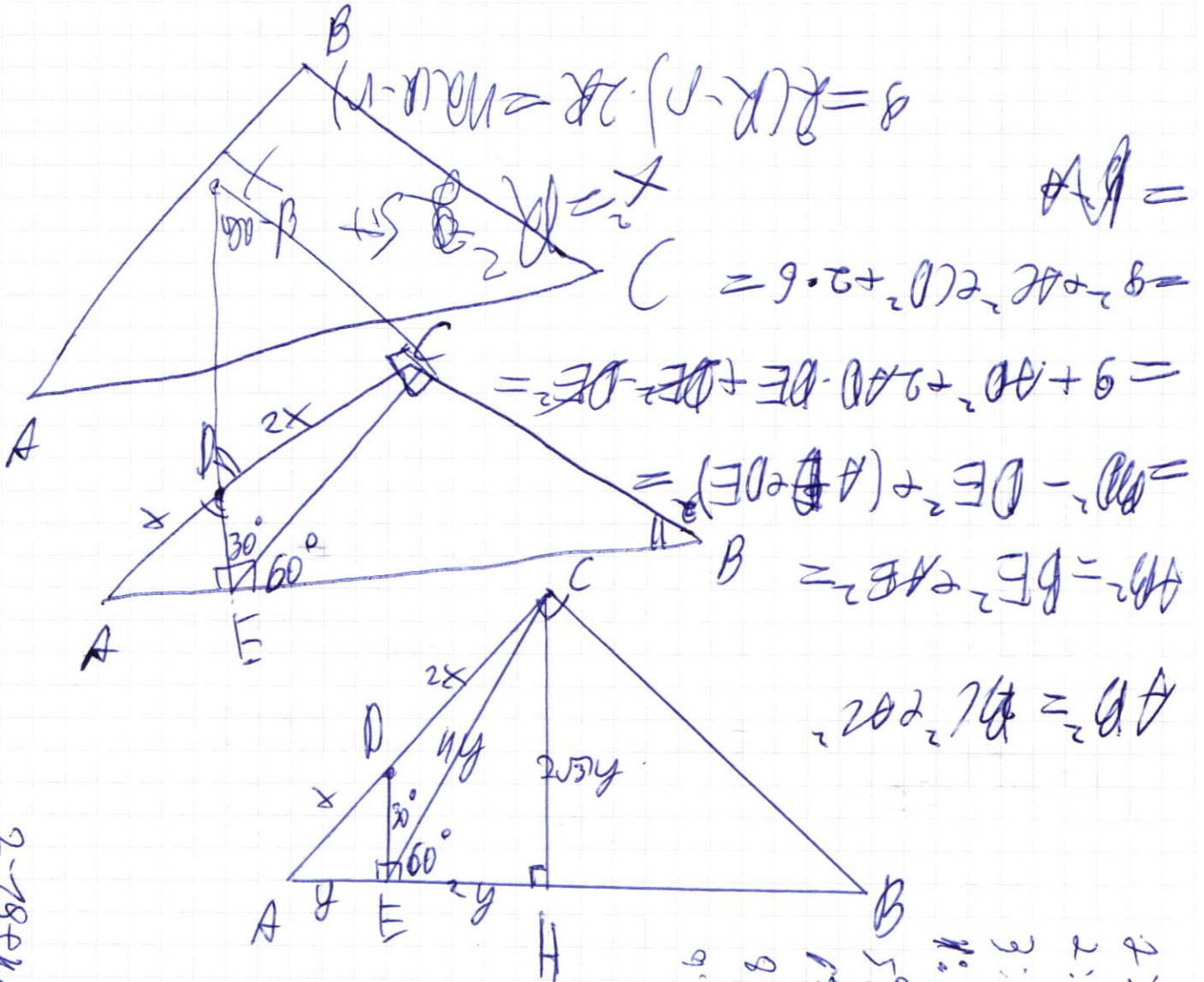
Ответ: 169 пар



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$2 \cdot 18 + 1 \cdot 15 + 6 \cdot 9 + 11 \cdot 0$

$$g = 2(R-r) \cdot 2R$$

$$(2R-r)^2 + r^2$$

$$(2R-r)^2 = 1^2 + g$$

$$AD \cdot DE$$

$$g = 1R$$

- 1: 2, 3
- 2: 4, 5, 6, 7, 8, 9
- 3: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
- 4: 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26
- 5: 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

$f(x) = f(x) + f(y) = f(x) + f(y)$
 $f(2) = 2$
 $f(2) = 0$
 $f(2) = f(2) + f(2)$
 $f(x) = f(x) + f(y)$
 $x \cdot \frac{y}{2}$
 $f(\frac{2}{2}) = f(1) = 1$
 $f(1) = f(1) + f(1) = 2$
 $f(\frac{3}{2}) = f(\frac{3}{2}) + f(1) = 2 + 1 = 3$
 $f(\frac{3}{2}) = f(\frac{3}{2}) + f(1) = 3 + 1 = 4$
 $f(\frac{4}{2}) = f(\frac{4}{2}) + f(1) = 4 + 1 = 5$
 $f(\frac{5}{2}) = f(\frac{5}{2}) + f(1) = 5 + 1 = 6$
 $f(\frac{6}{2}) = f(\frac{6}{2}) + f(1) = 6 + 1 = 7$
 $f(\frac{7}{2}) = f(\frac{7}{2}) + f(1) = 7 + 1 = 8$
 $f(\frac{8}{2}) = f(\frac{8}{2}) + f(1) = 8 + 1 = 9$
 $f(\frac{9}{2}) = f(\frac{9}{2}) + f(1) = 9 + 1 = 10$
 $f(\frac{10}{2}) = f(\frac{10}{2}) + f(1) = 10 + 1 = 11$
 $f(\frac{11}{2}) = f(\frac{11}{2}) + f(1) = 11 + 1 = 12$
 $f(\frac{12}{2}) = f(\frac{12}{2}) + f(1) = 12 + 1 = 13$
 $f(\frac{13}{2}) = f(\frac{13}{2}) + f(1) = 13 + 1 = 14$
 $f(\frac{14}{2}) = f(\frac{14}{2}) + f(1) = 14 + 1 = 15$
 $f(\frac{15}{2}) = f(\frac{15}{2}) + f(1) = 15 + 1 = 16$
 $f(\frac{16}{2}) = f(\frac{16}{2}) + f(1) = 16 + 1 = 17$
 $f(\frac{17}{2}) = f(\frac{17}{2}) + f(1) = 17 + 1 = 18$
 $f(\frac{18}{2}) = f(\frac{18}{2}) + f(1) = 18 + 1 = 19$
 $f(\frac{19}{2}) = f(\frac{19}{2}) + f(1) = 19 + 1 = 20$
 $f(\frac{20}{2}) = f(\frac{20}{2}) + f(1) = 20 + 1 = 21$
 $f(\frac{21}{2}) = f(\frac{21}{2}) + f(1) = 21 + 1 = 22$
 $f(\frac{22}{2}) = f(\frac{22}{2}) + f(1) = 22 + 1 = 23$
 $f(\frac{23}{2}) = f(\frac{23}{2}) + f(1) = 23 + 1 = 24$
 $f(\frac{24}{2}) = f(\frac{24}{2}) + f(1) = 24 + 1 = 25$
 $f(\frac{25}{2}) = f(\frac{25}{2}) + f(1) = 25 + 1 = 26$
 $f(\frac{26}{2}) = f(\frac{26}{2}) + f(1) = 26 + 1 = 27$
 $f(\frac{27}{2}) = f(\frac{27}{2}) + f(1) = 27 + 1 = 28$
 $f(\frac{28}{2}) = f(\frac{28}{2}) + f(1) = 28 + 1 = 29$
 $f(\frac{29}{2}) = f(\frac{29}{2}) + f(1) = 29 + 1 = 30$
 $f(\frac{30}{2}) = f(\frac{30}{2}) + f(1) = 30 + 1 = 31$
 $f(\frac{31}{2}) = f(\frac{31}{2}) + f(1) = 31 + 1 = 32$
 $f(\frac{32}{2}) = f(\frac{32}{2}) + f(1) = 32 + 1 = 33$
 $f(\frac{33}{2}) = f(\frac{33}{2}) + f(1) = 33 + 1 = 34$
 $f(\frac{34}{2}) = f(\frac{34}{2}) + f(1) = 34 + 1 = 35$
 $f(\frac{35}{2}) = f(\frac{35}{2}) + f(1) = 35 + 1 = 36$
 $f(\frac{36}{2}) = f(\frac{36}{2}) + f(1) = 36 + 1 = 37$
 $f(\frac{37}{2}) = f(\frac{37}{2}) + f(1) = 37 + 1 = 38$
 $f(\frac{38}{2}) = f(\frac{38}{2}) + f(1) = 38 + 1 = 39$
 $f(\frac{39}{2}) = f(\frac{39}{2}) + f(1) = 39 + 1 = 40$
 $f(\frac{40}{2}) = f(\frac{40}{2}) + f(1) = 40 + 1 = 41$
 $f(\frac{41}{2}) = f(\frac{41}{2}) + f(1) = 41 + 1 = 42$
 $f(\frac{42}{2}) = f(\frac{42}{2}) + f(1) = 42 + 1 = 43$
 $f(\frac{43}{2}) = f(\frac{43}{2}) + f(1) = 43 + 1 = 44$
 $f(\frac{44}{2}) = f(\frac{44}{2}) + f(1) = 44 + 1 = 45$
 $f(\frac{45}{2}) = f(\frac{45}{2}) + f(1) = 45 + 1 = 46$
 $f(\frac{46}{2}) = f(\frac{46}{2}) + f(1) = 46 + 1 = 47$
 $f(\frac{47}{2}) = f(\frac{47}{2}) + f(1) = 47 + 1 = 48$
 $f(\frac{48}{2}) = f(\frac{48}{2}) + f(1) = 48 + 1 = 49$
 $f(\frac{49}{2}) = f(\frac{49}{2}) + f(1) = 49 + 1 = 50$
 $f(\frac{50}{2}) = f(\frac{50}{2}) + f(1) = 50 + 1 = 51$
 $f(\frac{51}{2}) = f(\frac{51}{2}) + f(1) = 51 + 1 = 52$
 $f(\frac{52}{2}) = f(\frac{52}{2}) + f(1) = 52 + 1 = 53$
 $f(\frac{53}{2}) = f(\frac{53}{2}) + f(1) = 53 + 1 = 54$
 $f(\frac{54}{2}) = f(\frac{54}{2}) + f(1) = 54 + 1 = 55$
 $f(\frac{55}{2}) = f(\frac{55}{2}) + f(1) = 55 + 1 = 56$
 $f(\frac{56}{2}) = f(\frac{56}{2}) + f(1) = 56 + 1 = 57$
 $f(\frac{57}{2}) = f(\frac{57}{2}) + f(1) = 57 + 1 = 58$
 $f(\frac{58}{2}) = f(\frac{58}{2}) + f(1) = 58 + 1 = 59$
 $f(\frac{59}{2}) = f(\frac{59}{2}) + f(1) = 59 + 1 = 60$
 $f(\frac{60}{2}) = f(\frac{60}{2}) + f(1) = 60 + 1 = 61$
 $f(\frac{61}{2}) = f(\frac{61}{2}) + f(1) = 61 + 1 = 62$
 $f(\frac{62}{2}) = f(\frac{62}{2}) + f(1) = 62 + 1 = 63$
 $f(\frac{63}{2}) = f(\frac{63}{2}) + f(1) = 63 + 1 = 64$
 $f(\frac{64}{2}) = f(\frac{64}{2}) + f(1) = 64 + 1 = 65$
 $f(\frac{65}{2}) = f(\frac{65}{2}) + f(1) = 65 + 1 = 66$
 $f(\frac{66}{2}) = f(\frac{66}{2}) + f(1) = 66 + 1 = 67$
 $f(\frac{67}{2}) = f(\frac{67}{2}) + f(1) = 67 + 1 = 68$
 $f(\frac{68}{2}) = f(\frac{68}{2}) + f(1) = 68 + 1 = 69$
 $f(\frac{69}{2}) = f(\frac{69}{2}) + f(1) = 69 + 1 = 70$
 $f(\frac{70}{2}) = f(\frac{70}{2}) + f(1) = 70 + 1 = 71$
 $f(\frac{71}{2}) = f(\frac{71}{2}) + f(1) = 71 + 1 = 72$
 $f(\frac{72}{2}) = f(\frac{72}{2}) + f(1) = 72 + 1 = 73$
 $f(\frac{73}{2}) = f(\frac{73}{2}) + f(1) = 73 + 1 = 74$
 $f(\frac{74}{2}) = f(\frac{74}{2}) + f(1) = 74 + 1 = 75$
 $f(\frac{75}{2}) = f(\frac{75}{2}) + f(1) = 75 + 1 = 76$
 $f(\frac{76}{2}) = f(\frac{76}{2}) + f(1) = 76 + 1 = 77$
 $f(\frac{77}{2}) = f(\frac{77}{2}) + f(1) = 77 + 1 = 78$
 $f(\frac{78}{2}) = f(\frac{78}{2}) + f(1) = 78 + 1 = 79$
 $f(\frac{79}{2}) = f(\frac{79}{2}) + f(1) = 79 + 1 = 80$
 $f(\frac{80}{2}) = f(\frac{80}{2}) + f(1) = 80 + 1 = 81$
 $f(\frac{81}{2}) = f(\frac{81}{2}) + f(1) = 81 + 1 = 82$
 $f(\frac{82}{2}) = f(\frac{82}{2}) + f(1) = 82 + 1 = 83$
 $f(\frac{83}{2}) = f(\frac{83}{2}) + f(1) = 83 + 1 = 84$
 $f(\frac{84}{2}) = f(\frac{84}{2}) + f(1) = 84 + 1 = 85$
 $f(\frac{85}{2}) = f(\frac{85}{2}) + f(1) = 85 + 1 = 86$
 $f(\frac{86}{2}) = f(\frac{86}{2}) + f(1) = 86 + 1 = 87$
 $f(\frac{87}{2}) = f(\frac{87}{2}) + f(1) = 87 + 1 = 88$
 $f(\frac{88}{2}) = f(\frac{88}{2}) + f(1) = 88 + 1 = 89$
 $f(\frac{89}{2}) = f(\frac{89}{2}) + f(1) = 89 + 1 = 90$
 $f(\frac{90}{2}) = f(\frac{90}{2}) + f(1) = 90 + 1 = 91$
 $f(\frac{91}{2}) = f(\frac{91}{2}) + f(1) = 91 + 1 = 92$
 $f(\frac{92}{2}) = f(\frac{92}{2}) + f(1) = 92 + 1 = 93$
 $f(\frac{93}{2}) = f(\frac{93}{2}) + f(1) = 93 + 1 = 94$
 $f(\frac{94}{2}) = f(\frac{94}{2}) + f(1) = 94 + 1 = 95$
 $f(\frac{95}{2}) = f(\frac{95}{2}) + f(1) = 95 + 1 = 96$
 $f(\frac{96}{2}) = f(\frac{96}{2}) + f(1) = 96 + 1 = 97$
 $f(\frac{97}{2}) = f(\frac{97}{2}) + f(1) = 97 + 1 = 98$
 $f(\frac{98}{2}) = f(\frac{98}{2}) + f(1) = 98 + 1 = 99$
 $f(\frac{99}{2}) = f(\frac{99}{2}) + f(1) = 99 + 1 = 100$
 $f(\frac{100}{2}) = f(\frac{100}{2}) + f(1) = 100 + 1 = 101$

$$AD^2 = R^2 - 2r$$

$$\frac{AD}{DE} = \frac{r}{R-r}$$

$$AD \cdot DE = 6$$

$$\frac{AD^2}{6} = \frac{R^2 - 2r}{R-r}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x - 6y = \sqrt{(x-6)^2 - 2}$$

$a < 450$

$a < 225$

$a > 2250$

$a \in [252; 2211]$

$$x - 6y = \sqrt{(y-2)(x-6)}$$

$$x^2 - 22x + 36 + 2y^2 - 4y + 2 = 18$$

$$(x-6)^2 + 2(y-2)^2 = 28$$

$x - 6 = a$

$y - 2 = b$

$x - 6y = \sqrt{ab}$

$a^2 + 2b^2 = 28$

$a \leq 900 - 2a$

$10 \leq 800 - 2a$

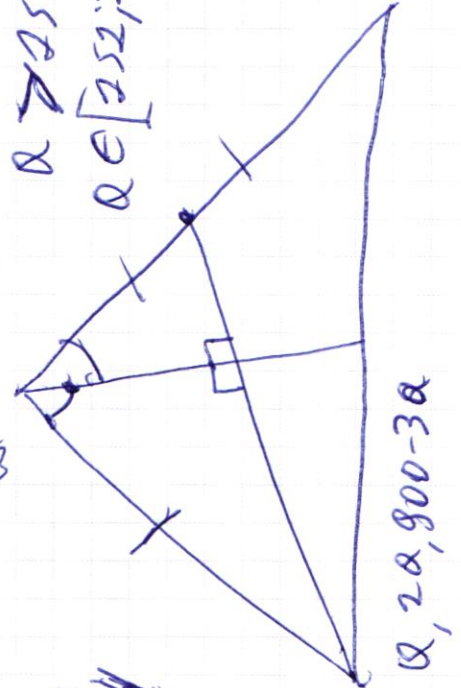
$a < 900 - a$

$2a < 900 - 2a$

$900 - 3a < 3a$

$a \in [252; 2211]$

$a, m^2 a, m^4 a, m^3 a$



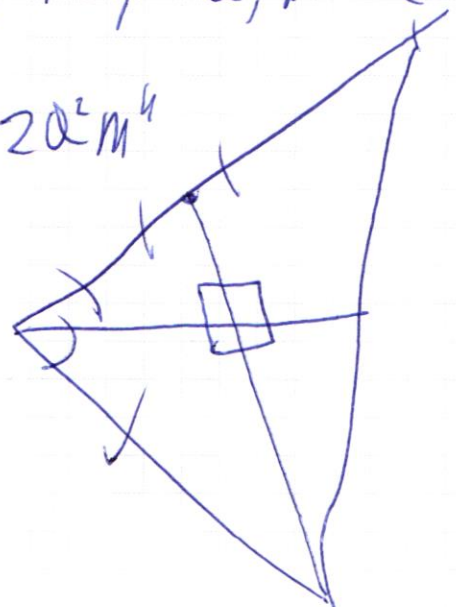
$I \omega \cdot a = 0$

$-2ax + c = 0$

$2ax - c = 0$

$x = \frac{c}{2a}$

$a^2 m^3 - 2a^2 m^4$



$$x - 6y = \sqrt{y(x-6) - (x-6)}$$

$$x - 6y = \sqrt{(y-2)(x-6)}$$

$$\sqrt{x-2}$$

$$x^2 - 22x + 36 + 2y^2 - 11y - 2 = 28$$

$$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 28$$

$$x - 6y =$$

$$(a-6b)(a-9b) = 0 \quad a - 6b = \sqrt{ab}$$

$$a + 2b^2 = 28$$

$$(a-6b)^2 - ab = 0$$

$$(a^2 - 23ab + 36b^2) = a \quad a = 28 - 2b^2$$

$$(a + \sqrt{2}b)^2 - 2\sqrt{2}ab = 28 \quad -2b^2 - 6b + 28 = \sqrt{ab - 2b^3}$$

-1,5
-4,5 + 28 = 22,5

$$a^2 - 22ab + 36b^2 = ab$$

$$a^2 + 2b^2 = 28 \quad a \geq 6b$$

$$28 - 23ab + 36b^2 = 0$$

$$a^2 - 23ab + 36b^2$$