МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

a, b, c - г. п.

$a = a$ $\quad$ q - шаг. г. п.

$b = aq$ $\quad$ $q \neq 0$. иначе это не г. п.

$c = aq^2$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4a^2q^2 - 4a^2q^2 = 0$ 1 корень.

$x = \frac{2b}{2a} = \frac{b}{a}$.

т.е 4ый чл. г.п $\frac{b}{a} = aq^3$. $\frac{b}{a} = \frac{qa}{a} = q$

$q = aq^3$

т.е 3ий чл г.п

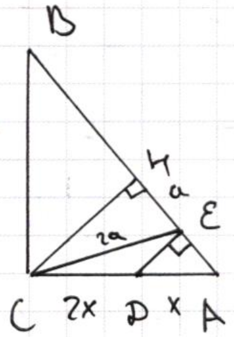
$aq^2 = 1$

равен 1.

$aq^2 = c = 1$.

Ответ: 1

№ 4.



Дано: $\triangle ABC$ - прямоуг ($\angle C = 90°$)

$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ $\quad$ $DE \perp AB$ $\quad$ $\angle CED = 30°$

$AC = \sqrt{7}$

Найти: $tg \angle DAE$

$S_{\triangle} CED$

Решение: пусть $DA = x \Rightarrow CD = 2x$

Пусть CH высота в $\triangle ABC$ тогда $CH \parallel DE$ ($CH \perp BA$, $DE \perp BA$)

Пусть $HE = a$ тогда т.к $\angle CED = \angle ECH = 30°$ (накрест леж при $CH \parallel DE$ и секущей CE) и $\triangle CHE$ прямоуг.

$\frac{22}{22}$ $\frac{22}{21}$ $\frac{22}{20}$ .... $\frac{22}{2}$

1 $f(22)+f\left(\frac{1}{21}\right)$ 11

$f(22)= f(2)+f(11)= 6$.

$f\left(\frac{21}{21}\right)= f(3)+f(7)+f\left(\frac{1}{21}\right)=0$.

$1+3$

$f\left(\frac{1}{21}\right)=-4$.

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right) = \underbrace{f(x)-f(y)} < 0$.

$f\left(\frac{y}{y}\right)= f(y)+f\left(\frac{1}{y}\right)=0$.

$f(a)$ кол-во $f(8) = 3$.

X $f(22)=6$. 17. $f(7) = 3$;

$f(21) = 4$ 12. $f(6) = 2$

$f(20) = 4$ $f(5) = 2$.

$f(19) = 9$ $f(4) = 2$.

$f(18) = 3$ $f(3) = 1$

$f(17) = 8$ $f(2) = 1$

$f(16) = 4$.

$f(15) = 3$

$f(14) = 4$

$f(13) = 6$

$f(12) = 3$

$f(11) = 5$

$f(10) = 3$.

$f(9) = 2$.

$\times\frac{269}{12}$ $\frac{1}{241}$

$\times\frac{98}{6}$ $\frac{1}{104}$

44 2 67 86 $\times 12$

$\times\frac{116}{17}$ $\frac{1}{233}$

61 67 86 98 269 263 261 255

$\frac{233}{-6}$ $\frac{1}{239}$

x	9	8	6	5	4	3	2	1.
	1	1	2.	1	4	6	4	2
	21	20	19	17	16	12.	6	2

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7.

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/2]$ p - простое ч.

пусть $f(x) = k$.

$f(x) = f(x \cdot 1) = f(x) + f(1) = k$.

$f(1) = 0$.

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$.

$f(1) = f\left(\frac{y}{y}\right) = f(y) + f\left(\frac{1}{y}\right) = 0$.

$f\left(\frac{1}{y}\right) = -f(y)$

по условию нужно найти кол-во $(x;y)$ $x \in [2;22]$

$f(x/y) < 0$ $y \in [2;22]$

$x; y \in N$.

$f(x) - f(y) < 0$. $f(x) < f(y)$.

$f(k)$	кол для y_i		кол. в для y_i		кол во для y_i
$f(22) = 6$	17	$f(12) = 3$	6	$f(3) = 1$	0
$f(21) = 4$	12	$f(11) = 5$	16	$f(2) = 1$	0.
$f(20) = 4$	12	$f(10) = 3$	6		
$f(19) = 9$	20	$f(9) = 2$	2		
$f(18) = 3$	6	$f(8) = 3$	6		
$f(17) = 8$	19	$f(7) = 3$	6		
$f(16) = 4$	12	$f(6) = 2$	2		
$f(15) = 3$	6	$f(5) = 2$	2		
$f(14) = 4$	12	$f(4) = 2$	2		
$f(13) = 6$	17				

9	8	6	5	4	3	2	1
1	1	2	1	4	6	4	2
21	20	19	17	16	12	6	2

~~Ответ:~~

для ~~выбора~~ каждого y расмотрели все подходящие x

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

тогда ответ это:

17 + 24 + 20 + 6 + 19 + 12 + 6 + 12 + 17 + 6 + 16 + 6 + 2 + 6 + 6 + 6 = ~~887~~ ~~281~~ 171

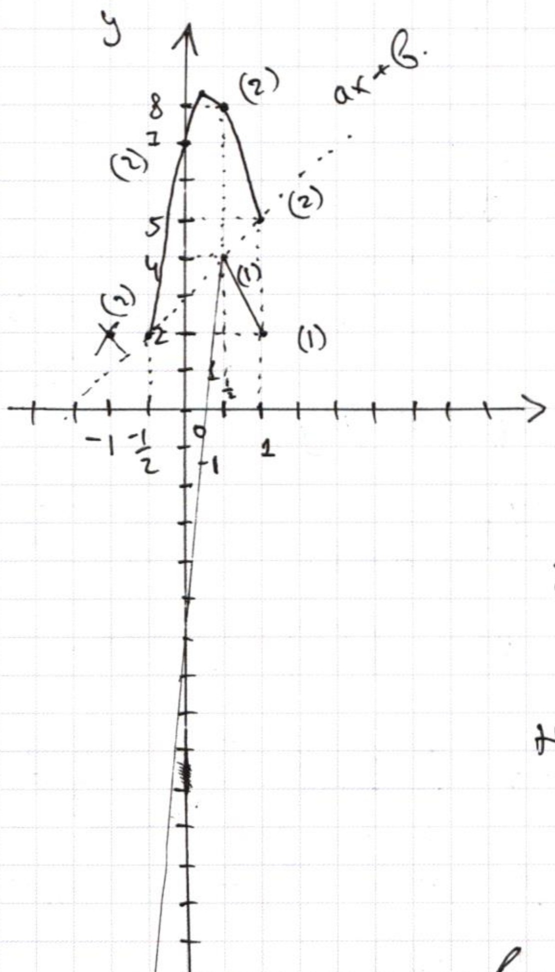
Ответ: ~~281~~. 171

№ 6.

$8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7.$

$x \in [-\frac{1}{2}; 1].$ найти все $(a; b)$

$$8x - 6|2x-1| = \begin{cases} 6 - 4x, & x \in [\frac{1}{2}; +\infty) \\ 20x - 6, & x \in (-\infty; \frac{1}{2}] \end{cases}$$



Отметим основные точки графиков. функции

Точки (1) - $8x - 6|2x-1|$

точки (2) - $-8x^2 + 6x + 7$.

Таким образом у графиков видно что $ax + b$ - прямая может проходить лишь через точки $(-\frac{1}{2}; 2)$

т.е $ax + b =$ $(\frac{1}{2}; 4)$

то $a + b = 5$ $(1; 5)$.

$\frac{a}{2} + b = 4.$ $y = 2x + 3$

$\frac{a}{2} = 1.$ $a = 2$ $(a; b) = (2; 3)$

$b = +3.$

во всех. ост. случаях прямая будет пересекать параболу т.е значение будет > зн. пар. или пересекать прямую т.е (и) то будет меньше чем прямой (1).

т.е возможно только 1 решение

Ответ: (2; 3)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ $CE = 2a$. из подобия $\triangle DEA \sim \triangle CHA$

($\angle CAE$ - общий; $\angle CHE = \angle CEA = 90°$)

$\frac{EA}{AH} = \frac{1}{3}$ $\frac{EA}{HE} = \frac{1}{2}$ $EA = \frac{1}{2} HE = \frac{a}{2}$.

из $\triangle CEA$ по т. cos: $CA^2 = 4a^2 + \frac{a^2}{4} - 2\cdot 2a \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos 120°$

$\cos\angle CEA$ = $90+30°$

$AC^2 = \frac{21}{4} a^2$.

$AC = \frac{\sqrt{21}}{2} a = \sqrt{7}$ $a = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

$AC = 3x = \frac{\sqrt{21}}{2} a$. $tg\angle CAB$ (из $\triangle CAH$ ($\angle CHA = 90°$)) $= \frac{CH}{HA}$ ⊜

$x = \frac{\sqrt{21}}{6} a$.

из прямоугол $\triangle CEH$: $CH = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

⊜ $\frac{\cancel{a}\sqrt{3}}{\frac{3}{2}\cancel{a}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. ED (из прямоугол $\triangle DEA$) $= \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{4}} =$

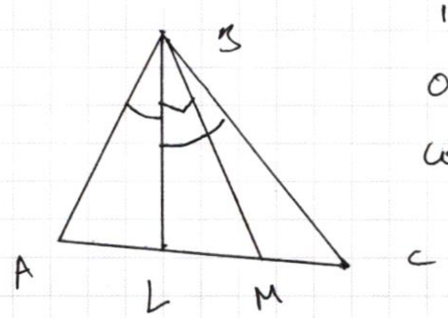
$= \sqrt{\frac{21}{36}a^2 - \frac{9a^2}{36}} = \frac{a\sqrt{12}}{6} = \frac{a}{3}\sqrt{3}$.

$S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} \sin\angle CED \cdot 2a \cdot ED = \frac{1 \cdot \cancel{2}a \cdot a\sqrt{3}}{\cancel{4}_{2} \cdot 3} =$

$= a^2 \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{2\cancel{4}\sqrt{3}}{3\cancel{6}_{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

Ответ: $tg\angle BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $S_{\triangle CED} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$.

№ 2.

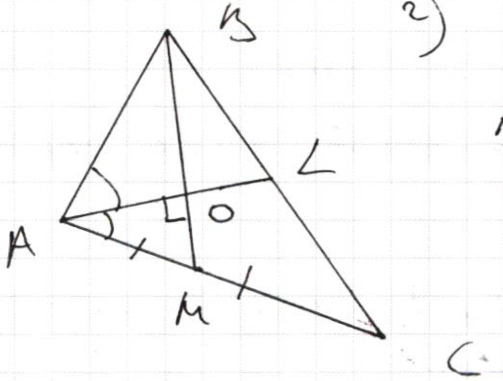


1) Если биссектриса и мед. выходят из одной вершины. т.к мед. не может совпадать или выходить за сторону $\angle$ то $\angle LBM = 90°$ и лежит в $\angle ABC$ (BL - биссектр; BM - мед.)

причем $90° < \angle LBM < \angle LBC$

$\angle ABC = 2\angle LBC > 2\angle LBM > 180°$

чего не может быть $\Rightarrow$ случай невозможен

2) 

2) AL - биссектр BM - мед $\triangle ABC$.

$AL \cap BM = O$.

в $\triangle ABM$ AO - высота и биссектр

$\Rightarrow \triangle ABM$ - р/б $\Rightarrow AM = AB$

т.к. пусть $= x$ тогда $AC = 2x$.

AL - биссектр $\triangle ABC$ то:

$\frac{BL}{LC} = \frac{x}{2x}$ пусть $BL = y \Rightarrow LC = 2y$.

$P_{\triangle} = 900 = 3x + 3y$ из нерав $\triangle$ $3x > 3y$.

$300 = x + y$ $x > y$

т.е $3y > x > y$. $3y + \cancel{3x} > 2x$.

найдем кол-во решений системы в ~~целых~~ натуральных?. $3y > x$.

$$\begin{cases} 300 = x + y \\ 3y > x > y. \end{cases}$$

$y_{max} = \cancel{150}.\ 149.$

т.к если $y \geq 150$ то $x \leq 150$ $x > y$ противоречие.

y однозначно задает x.

$y_{min} = 76$

кол-во y = кол-во решений. т.к $y \leq 75$ $3y \leq 225$ $x \geq 225$. противоречие. $3y > x$

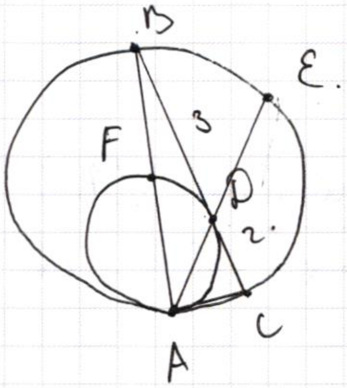
$y \in [76; 149]$

кол-во решений $149 - 76 + 1 = 74$ т.е 74 возможных $\triangle$ов.

Ответ: 74.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

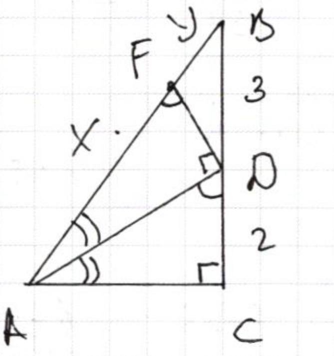


Дано: AB - диаметр Ω
ω касается внутр. обр. Ω.
BC - кас. ω в т. D.
$CD = 2$; $BD = 3$
Найти: r_ω; R_Ω; S_{BACE}.
Решение:
$AB \cap \omega = F$
т.к ω кас Ω в т. A и AB - д. Ω.
$\Rightarrow$ AF д. ω.

$AF \cdot AB = BD^2$
(свойство кас и секущей из одной т.)

$AF(AF + FB) = 9$.
~~...~~ $y(y+x) = 9$.

Пусть $FB = y$ Впишем $\triangle ABC$.
$FA = x$.



$\angle AFD = \angle ADC$
как $\angle$ опирающ на хорду DA равный $\frac{1}{2}$DA и $\angle$ между хордой и кас. т.е равный $\frac{1}{2}$DA соответств.

т.к FA - диаметр $\Rightarrow \angle FDA = 90°$
т.к BA - диаметр $\Rightarrow \angle BCA = 90°$

$\Rightarrow$ тогда AD - биссектр в $\triangle ABC$. (из суммы $\angle$ в $\triangle$ AFD и ADC).

Пусть $AB = 3f$
$AC = 2f$.

тогда т.к AD биссектр.
по т. Пифагора в $\triangle ABC$:

$9f^2 = 4f^2 + 25$. $5f^2 = 25$ $f = \sqrt{5}$.
$f^2 = 5$ $x + y = 3\sqrt{5} = AB$

$y(y+x)=9$

$y3\sqrt{5}=9$ $\quad y=\frac{3}{\sqrt{5}}$

$y=\frac{9}{3\sqrt{5}}$ $\quad x=\sqrt{5}-\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cancel{|FA|=x=\sqrt{5}-\frac{9}{\sqrt{5}}=\frac{5-9}{\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}}$

$R_\Omega=\frac{3\sqrt{5}}{2}=1{,}5\sqrt{5}$

$r_\omega=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\angle BCE=\angle BAE$ (опир. на одну и и впис. в Ω).

из прямоугол $\triangle ADC$: $AD=\sqrt{4+4\cdot5}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

$\sin\angle DAC=\frac{2}{2\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

$\angle DAC=\angle DAF\Rightarrow\sin\angle DAC=\sin\angle DAF=\sin\angle BCE=\frac{\sqrt{6}}{6}$

из $\triangle BDA\sim\triangle DCE$:

$\angle BAD=\angle BCE$; $\angle BDA=\angle EDC$

$\frac{EC}{BA}=\frac{DC}{AD}$ $\quad EC=\frac{BA\cdot DC}{AD}=\frac{\cancel{2}\cdot3\sqrt{5}}{\cancel{2}\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{5}}{6}$

$S_{\triangle BCE}=\frac{EC\cdot BC}{2}(\sin\angle BCE)=\frac{\sqrt{6}\cdot\cancel{3}\sqrt{5}\cdot5}{6\cdot2\cdot\cancel{6}_2}=\frac{5\sqrt{30}}{24}$

$S_{ABC}=\frac{BC\cdot AC}{2}=\frac{5\cdot\cancel{2}\sqrt{5}}{\cancel{2}}=5\sqrt{5}$

$S_{ABEC}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle BCE}=5\sqrt{5}+5\sqrt{5}\cdot\frac{\sqrt{6}}{24}=$

$=5\sqrt{5}\left(1+\frac{\sqrt{6}}{24}\right)$

Ответ: $r_\omega=\frac{\sqrt{5}}{5}$ $\quad S_{ABEC}=5\sqrt{5}\left(1+\frac{\sqrt{6}}{24}\right)$

$R_\Omega=\frac{3\sqrt{5}}{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(CA)^2 = 4a^2 + \frac{a^2}{4} + \cancel{2} \cdot \cancel{2}a \cdot \frac{a}{\cancel{2}} \cancel{\cos 120^\circ} \ \frac{1}{\cancel{2}}.$

$(CA)^2 = 5a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{21}{4}a^2.$

$CA = \frac{\sqrt{21}}{2}a. = 3x.$ $\quad AC = \sqrt{7}.$ $\quad \frac{\sqrt{21}}{2}a = \sqrt{7}.$

$a\frac{\sqrt{21}}{6} = x$

$CH = \cancel{3} \ a\sqrt{3}.$ $\quad a = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$

$tg\,\alpha = \frac{\cancel{a}\sqrt{3}}{1{,}5\cancel{a}} = \frac{\sqrt{3}\,\cancel{10}^{2}}{\cancel{15}_{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$

$DE = \sqrt{\frac{21}{36}a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{21-9}{36}}a =$

$\frac{a}{6}\sqrt{12} = \frac{2a}{6}\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

$S = \frac{\cancel{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\cancel{2}}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\cancel{4}\sqrt{3}}{3 \cdot \cancel{4}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0.$ $\quad x^2 + y^2 + z^2 \ -z^2.$

$x^2 - \cancel{2}y^2$

2.

$y^2 + 4x.$

$x^2 - 8x + 16.$

$y^2 + 4y - 8x.$ $\quad (x-4)^2 + (y-2)^2 + y^2 + 4x.$

$(x-2)^2 + (y-8)^2.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

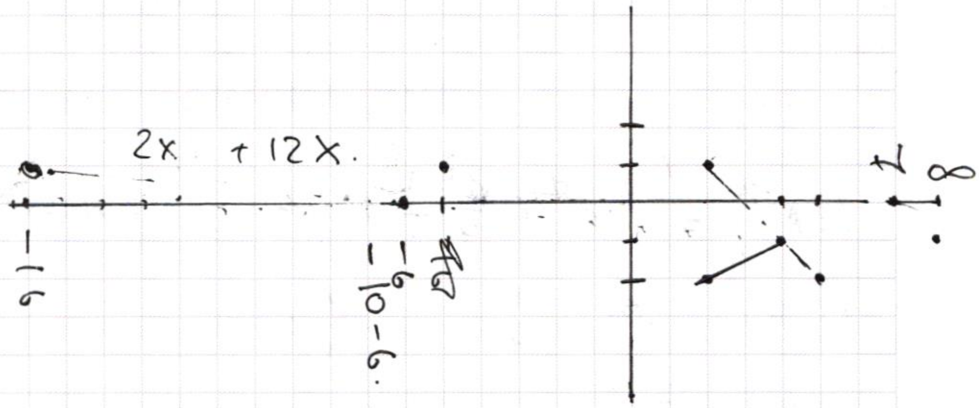
Страница №__

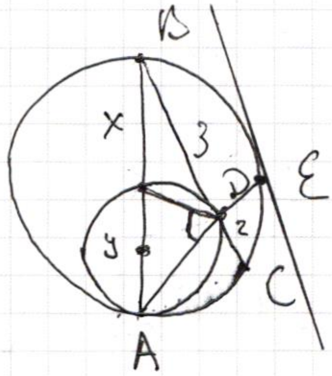
(Нумеровать только чистовики)

$x^2 - 36y^2 - 13xy + 6y + x - 6 = 0.$

$(x-6y)(x+6y)$

$x^2 - 36y^2 + 4.$



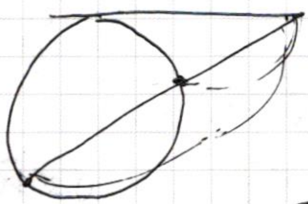


$g = \cancel{x^2} y$

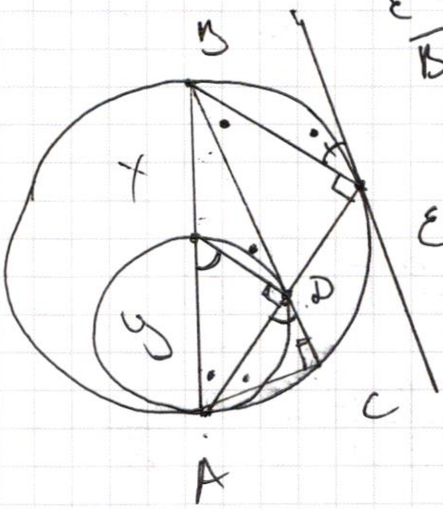
$g = xy.$

$x + y = d.$

$\frac{EC}{BA} = \frac{DC}{AD}.$



$-\frac{8}{4} + 3 + 7$



$\cancel{\frac{AD}{DE} = \frac{BC}{BD}}$

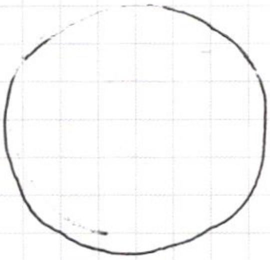
$\frac{AD}{BD} = \frac{DC}{BD}$

$-\frac{8}{4} - 3 + 7$

$-8 + 7$

$10 - 2.$

$\frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DE}.$



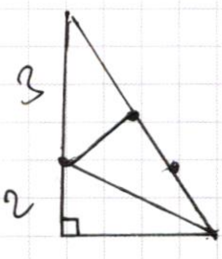
$\frac{y}{x+y} = \frac{AD}{AE}$

$1 + \frac{x}{y} = 1 + \frac{DE}{AD}.$

$ED \cdot AD = 6.$

$ED =$

$\frac{x}{y} = \frac{ED}{AD}$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

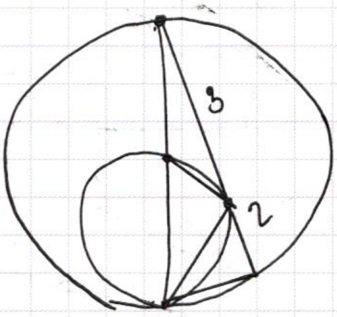
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

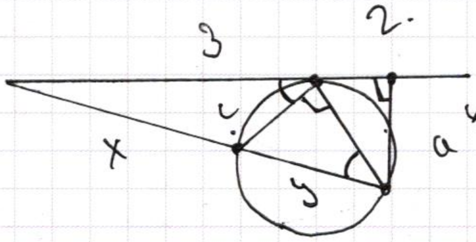
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$b \in [7; 6]$

$9 = x(x+y)$. $\frac{3}{x+y} = \frac{x}{3}$. $9 = x^2 + xy$.

$\frac{112-45}{80} = \frac{67}{80}$



$4 + a^2 = b^2$. $b^2 + c^2 = y^2$. $y^2 - b^2 =$

$\frac{3}{x+y} = \frac{x}{3}$

$8x - 12x + 6 - 8x^2 + 6x + 7$

$6 - 4x = 0$

$\frac{x+y}{3} = \frac{c}{b} = \frac{x}{c}$. $c^2 = bx$

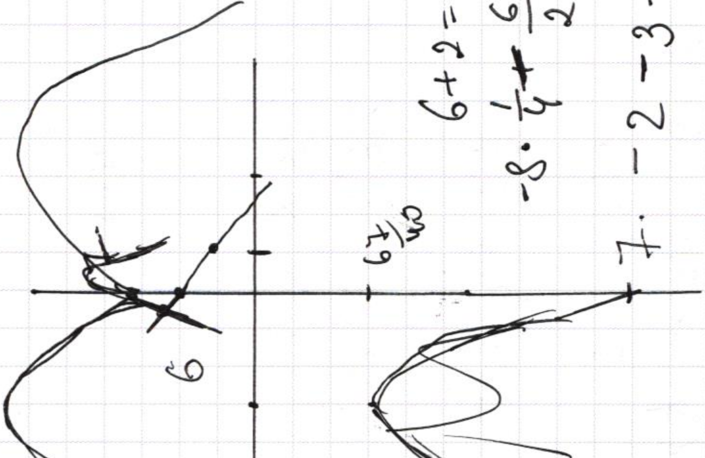
$-8 \cdot \frac{1}{4} - \frac{6}{2} + 7$.

$7 - 2 - 3 + 7$.

$-2(4x^2 + 3x + 3.5) =$

$= -2(2x + \frac{3}{4})^2 - \frac{67}{40}$.

$-8(x + \frac{3}{8})^2 - \frac{67}{40}$.



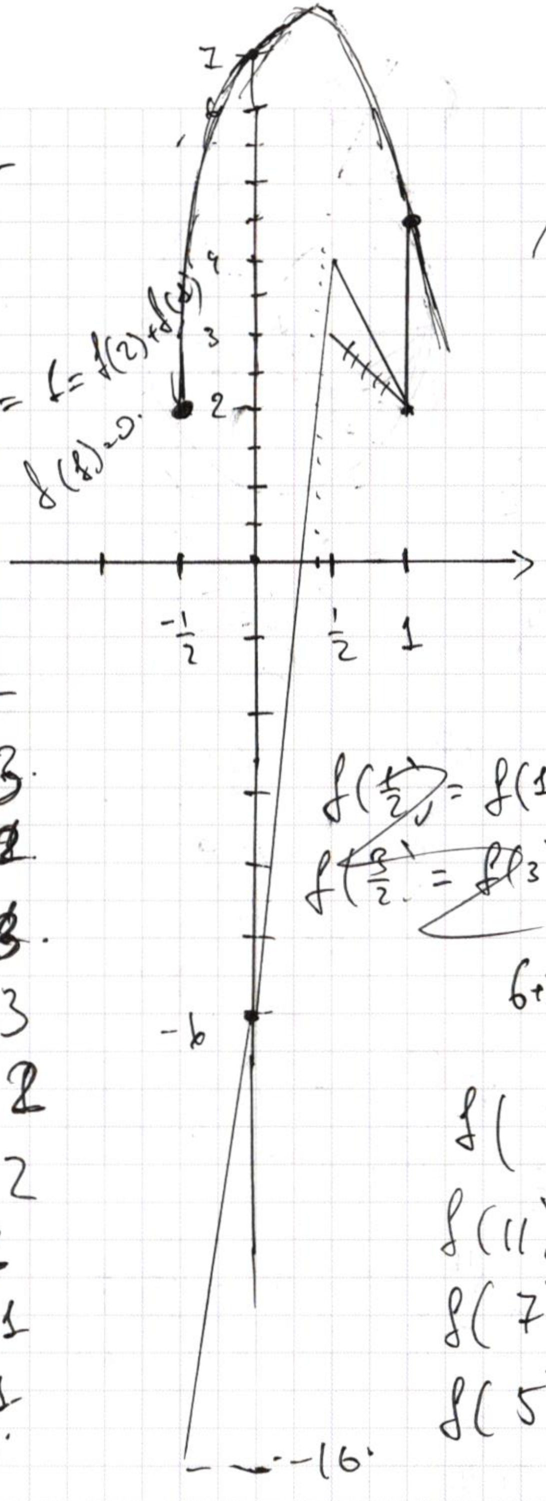
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f\,x-$



$f(11) = 5$
$f(10) = 3$
$f(9) = 2$
$f(8) = 3$
$f(7) = 3$
$f(6) = 2$
$f(5) = 2$
$f(4) = 2$
$f(3) = 1$
$f(2) = 1$
$f(1) = 0$

$f(\frac{1}{2}) = f(1$
$f(\frac{3}{2}) = f(3)$

$6+7-8$

$f(k) = 6$

$f(11) = 5$
$f(7) = 3$
$f(5) = 2$

$f(3) = 1$
$f(2) = 1.$

$\frac{3}{8}$ $\quad 5.$ $\quad 7+6$

$-\frac{9}{8}+\frac{9}{4}+7.$

$\frac{9}{8}+7.$

$-\frac{8}{4} \neq \frac{6}{2}$

$-2-3+7$

$2.$

$2x-1=0$
$x=\frac{1}{2}.$

$8x-12x+6.$
$6-4x.$
$6-2.$

$8x+12x-6.$
$20x-6.$
$-16.$

$f(11)$

$2 \le x \le 22.$
$2 \le y \le 22.$

$f(x/y) < 0.$

$f(11) = 5.$

$f(\frac{3}{3}) = f(3)\cdot f(\frac{1}{3}) = 0$

$a\,;\,b.$ $\quad f(\frac{1}{3}) = -1.$

$f(ab) = f(a)+f(b).$

$f(p) = [p/2].$

$k \in [11\,;\,\frac{1}{11}].$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

a b c

$ax^2 - 2bx + c = 0$.

a, aq, aq^2.

$aq^3 = \frac{aq}{q}$

$aq^2 = 1$

$D = 4b^2 - 4ac = 4a^2q^2 - 4a^2q^2 = 0$

$x = \frac{+2b}{2a} = \frac{b}{a}$.

$x = 300$

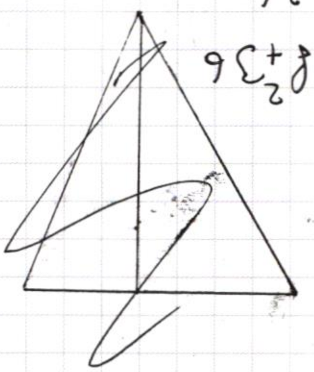
298

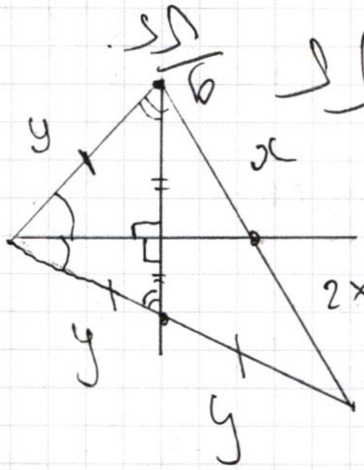
(75; 150)

149

$4x = 300$

$x = 75$





$3y + 3x = 900$

$y + x = 300$

$3y > 3x$.

$3x > y > x$.

$3x + y > 2y$

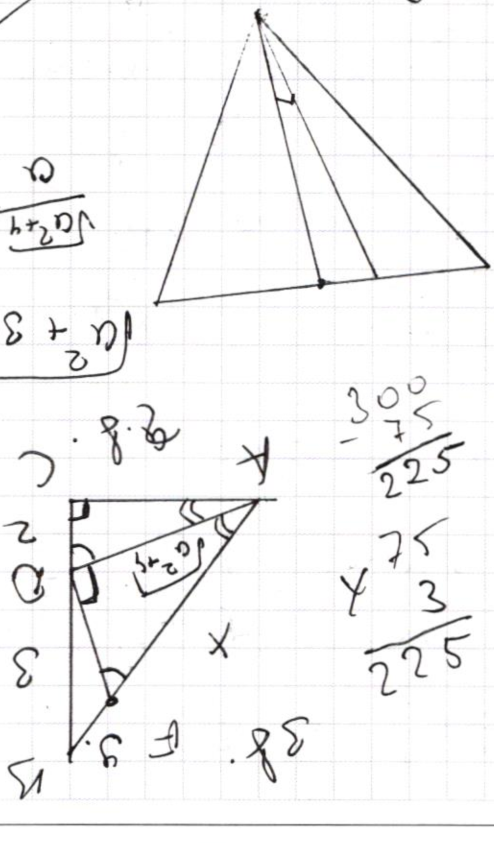
$3x > y$.

$\frac{300 - 75}{225}$

$\frac{75 \cdot 3}{225}$

$\frac{150 - 75}{75}$

150



$x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}$

$\begin{cases} (y-1)(x-6) \geq 0 \\ x - 6y \geq 0 \end{cases}$

ОДЗ.

$y(x-6) - (x-6)$.

$(x-6y)^2 = (y-1)(x-6)$.

$x \geq 6y$

$x^2 - 12xy + 36y^2 = xy - 6y - x + 6$.

$x^2 - 13xy + 36y^2 + 6y + x - 6 = 0$.

$36y^2 - 13xy + 6y$.

$\left[\begin{cases} y \leq 1 \\ x \leq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 1 \\ x \geq 6 \end{cases}\right.$

$36y^2 - 12xy -$

$(x+3)(x-2)$.

$x^2 - 13xy + 36y^2 + 6y + x - 6 = 0$.

$(x+6y)^2 - 25xy + 6y + x - 6 = 0$.

$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$.

$(x-6)^2 +$

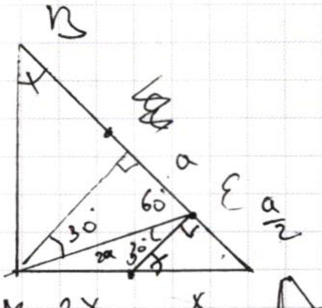
$(x-y)^2 - 2xy + y^2 - 12x - 4y + 20$.

36

$x^2 + y^2 + y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$

$-4(3x+y)$.

$2ab + 2bc + 2ac$.



$\frac{x}{BA} = \frac{EA}{3x}$. $\frac{DE}{CM} = \frac{1}{3}$.

$\frac{x+a}{x} = \frac{3}{1}$. $\frac{a}{x} = \frac{2}{1}$ $x = \frac{a}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)