МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x-1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Дано:

a,

$b=aq$

$c=aq^2$

$q\neq 0$

x – корень ур-я

$ax^2-2bx+c=0$

$x=a\cdot q^3$

Найти: c-?

Решение: $ax^2-2bx+c=0$

$$\left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{2b+2\sqrt{b^2-ac}}{2a} \\ x_2=\dfrac{2b-2\sqrt{b^2-ac}}{2a} \end{array}\right. \Rightarrow (\text{с учётом } b=aq;\ c=aq^2;\ x=aq^3)$$

$$\left[\begin{array}{l} aq^3=\dfrac{2aq+2\sqrt{a^2q^2-a^2q^2}}{2a} \\ aq^3=\dfrac{2aq-2\sqrt{a^2q^2-a^2q^2}}{2a} \end{array}\right.$$

$\Leftarrow$

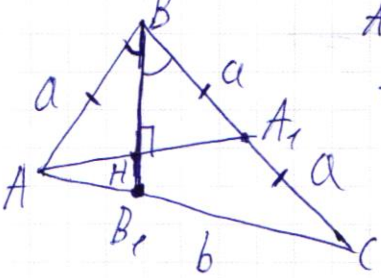
$aq^3=q;\ q\neq 0$

$\Downarrow$

$aq^2=1=c$ Ответ: $c=1$

№2.

Решение:



AA_1 – медиана; BB_1 – бис-са

1) В $\triangle ABA_1$ BB_1 (бис-са) $\perp AA_1$ (осн-е), пусть ~~BH~~ $H=AA_1\cap BB_1$

BH – бис-са и высота $\Rightarrow \triangle ABA_1$ – р/б

$AB=A_1B=a$; $AC=b$; $BC=2a$

$\underline{P_{ABC}=3a+b=900}$

2) по нерав-ву $\triangle$: (тр-ка)

$\begin{cases} b<a+2a, \\ a+b>2a; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b<3a, \\ b>a; \end{cases}$

3) из 2) и 1) $\Rightarrow \begin{cases} 4a<P_{ABC}, \\ 6a>P_{ABC}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a<900, \\ 6a>900; \end{cases} \begin{cases} a<225 \\ a>150 \end{cases}$

$a\in[151;224]$ – все допустимые $a \Rightarrow$ ~~кол-во~~

$b\in[228;497]$

$\{a\}\cap\{b\}\Rightarrow$
$\{a\}\cap\{2a\}\Rightarrow$ $\Rightarrow$ меньшая сторона у всех тр-ков всегда a и она всегда различна у разных $\triangle$

4) Кол-во Δ = Кол-во допустимых $a \in [151; 224]$

$X = 224 - 151 + 1 = 74$

Ответ: 74

№3.

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)}, \\ (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18; \end{cases}$$

1) Замена:

$x - 6 = a$
$y - 1 = b$ $\Rightarrow$ $a - 6b = \sqrt{ab}$, $a^2 + 2b^2 = 18$

$x - 6y = a - 6b$

2) Замена: a и b одного знака $\Rightarrow k > 0$

$a = kb$ (a и $b \neq 0$, т.к. это не корни, я проверил)

$(k-6)b = \sqrt{kb^2}$

$b \cdot (k-6) = \sqrt{k}\,|b|$, но $k - 6 \geq 0$, т.к. $x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \geq 0$, $k > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ от $|b|$ нет смысла

ур-е $k - 6 = -\sqrt{k}$ нам не подходит

$b^2 \cdot (k-6)^2 = kb^2$

$k^2 - 13k + 36 = 0$

$k_1 = 4$

$k_2 = 9$

$$\begin{cases} (k-6) = \sqrt{k} \\ (k^2+2)b^2 = 18 \end{cases} \Rightarrow b = \pm 1;\ \cancel{b = \pm\sqrt{\frac{18}{83}}}\quad b = \pm\sqrt{\frac{18}{83}}$$

$a = \pm 4;\ \cancel{a = \pm\sqrt{165 \cdot \frac{18}{83}}}\quad a = \pm 9\sqrt{\frac{18}{83}}$

При проверке не подходят

$b = -1;\ a = -4$

$b = \sqrt{\frac{18}{83}};\ a = 9\sqrt{\frac{18}{83}}$

Ответ: $x_1 = 2;\ y_1 = 0$

$x_2 = 9\sqrt{\frac{18}{83}} + 6;\ y_2 = \sqrt{\frac{18}{83}} + 1$

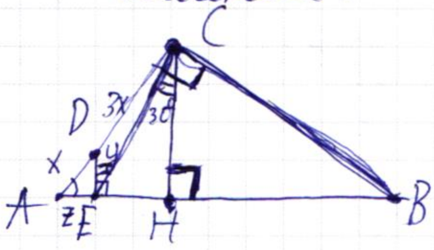
☐ черновик ☑ чистовик Страница № 2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Решение:



Пусть $AD = x$; $CD = 3x$

а) $DE = y$; $AE = z$

1) Доп. постр. высота CH из т. C к AB.

2) $CH \perp AB$; $DE \perp AB \Rightarrow DE \parallel CH$

3) $\angle DEC = \angle ECH$, как накрест леж. при $DE \parallel CH$

$\triangle AED \sim \triangle AHC$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CH} = \frac{1}{4}$

$\angle CAH$ — общ.

$\angle AED = \angle AHC = 90°$

$AH = 4z$

$CH = 4y$

4) $\angle ECH = 30° \Rightarrow \frac{EH}{CH} = tg\,30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$EH = AH - AE = 4z - z = 3z$

$\frac{3z}{4y} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$9z = 4\sqrt{3}y$

$3\sqrt{3}z = 4y$

$y = \frac{3\sqrt{3}}{4}z$

$tg\angle BAC = \frac{y}{z} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

б) 5) $AC = \sqrt{7} = x = \frac{\sqrt{7}}{4}$

по т. Пифагора $x^2 = y^2 + z^2$

$$\boxed{x^2 = \frac{43}{16}z^2}$$

$\frac{7}{16} = \frac{43}{16}z^2$

$z = \sqrt{\frac{7}{43}}$

$y = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\frac{7}{43}}$

6) $S_{\triangle CED} = 3S_{\triangle AED}$, т.к. $CD = 3x$; $AD = x$, и высота общая.

$S_{\triangle CED} = 3 \cdot \frac{1}{2} y \cdot z$

$S_{\triangle CED} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{43} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{63\sqrt{3}}{344}$

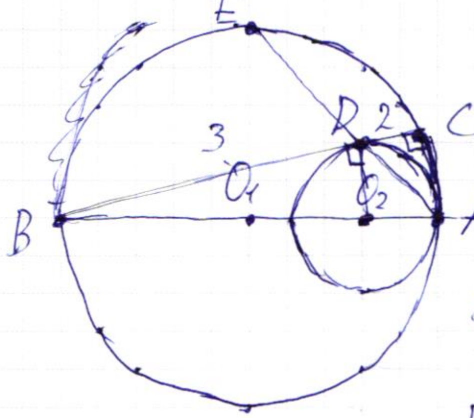
$tg\angle BAC = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$S = \frac{63\sqrt{3}}{344}$

Ответ: б) $S_{\triangle CED} = \frac{63\sqrt{3}}{344}$; а) $tg\angle BAC = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

№5.

Решение:



1) $O_2D \perp BC$, т.к. BC-касат-ная к малой окр.

2) $\angle BCA = 90^\circ$, т.к. он впис. и опирается на диаметр.

3) $\triangle BO_2D \sim \triangle BAC$, т.к. $\angle B$-общ., $\cancel{\angle B = \angle BO_2}$ $\angle BDO_2 = \angle BCA = 90^\circ$

$\frac{BD}{BC} = \frac{BO_2}{BA} = \frac{DO_2}{AC} = \frac{3}{5}$ (по 2 углам)

4) пусть $O_2D = O_2A = r$, а $O_1B = O_1A = R$, тогда из $\triangle BDO_2$ по Т. Пифагора $BO_2^2 = DO_2^2 + BD^2$;

$3^2 + r^2 = (2R-r)^2$. $\cancel{(R+r)^2 + (2R-r)^2 + r^2 =}$

5) из 3 знаем, что $\frac{2R-r}{2R} = \frac{3}{5} \Rightarrow 1 - \frac{r}{2R} = \frac{3}{5}$

$\frac{r}{2R} = \frac{2}{5}$ $\frac{r}{R} = \frac{4}{5}$

$3^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 R^2 = \left(\frac{6}{5}\right)^2 R^2$

$R = \sqrt{\frac{45}{4}}$; $r = 2\sqrt{\frac{9}{5}}$

6) $S_{BECA} = \frac{1}{2} BC \cdot AE \cdot \sin\angle CDA$

$CA = \frac{5}{3} r$ (из 3))

$CA = \frac{10}{3}\sqrt{\frac{9}{5}}$

$AD = 2\sqrt{6}$

7) $AD \cdot ED = BD \cdot CD$

$ED = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$AE = 2{,}5\sqrt{6}$

$\sin\angle CDA = \frac{CA}{AD} = \frac{10}{6} \cdot \frac{\sqrt{\frac{9}{5}}}{\sqrt{6}}$

8) $S_{BECA} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2{,}5\sqrt{6} \cdot \frac{10}{6} \cdot \frac{\sqrt{\frac{9}{5}}}{\sqrt{6}} = \frac{50 \cdot 2{,}5 \cdot \sqrt{\frac{9}{5}}}{6}$

Ответ:

$R = \sqrt{\frac{45}{4}}$; $r = 2\sqrt{\frac{9}{5}}$

$S_{BECA} = \cancel{1250}\ \frac{125\sqrt{\frac{9}{5}}}{6} = \frac{125\sqrt{\frac{1}{5}}}{2} = \frac{125}{2\sqrt{5}} = 12{,}5\sqrt{5}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N.1.

$b=q\cdot a$

$c=q^2\cdot a$

$x_1=q^3\cdot a$

$a\cdot(a\cdot q^3)^2-2b\cdot a\cdot q^3+c=0$

$a^3\cdot q^6-2aq^4+aq^2=0$

$a^3\cdot q^4(a^2q^4-2q^2+1)\cdot q^2\cdot a=0$

$a\neq0 \quad q^2\neq0$

$a^2\cdot q^4-2q^2+1=0$

$c_1=a\cdot\frac{1-2\sqrt{1-a^2}+1-a^2}{a^4}$

$c_2=a\cdot\frac{1+2\sqrt{1-a^2}+1-a^2}{a^4}$

$D=4-4a^2$

$q=\frac{2\pm2\sqrt{1-a^2}}{2a^2}=\frac{1\pm\sqrt{1-a^2}}{a^2}$

$ax^2-2bx+c=0$

$\cancel{b\neq a}$

$a_1;2a_1;b_1$

$a_2;2a_2;b_2$

$D=4b^2-4ac$

$x_1=\frac{2b+2\sqrt{b^2-ac}}{2a}$

$x_2=\frac{2b-2\sqrt{b^2-ac}}{2a}$

$aq^3=\frac{2aq+2\sqrt{a^2q^2-a^2q^2}}{2a}$

$aq^3=\frac{2aq-2\sqrt{a^2q^2-a^2q^2}}{2a}$

$\Rightarrow aq^3=q;\ q\neq0\ |:q$

$aq^2=1\Rightarrow c=1$

N.2.

$r=\cancel{900}\ \frac{2a^2\sin\alpha}{900}$

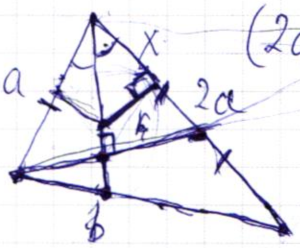
$6a-2x=900$

$r=x\cdot tg\frac{\alpha}{2}$

$3a+b=900$

$900x\cdot tg\frac{\alpha}{2}=2a^2$

$b\le3a \quad b\ge a$



$(2a)^2+a^2-2\cdot2a\cdot a\cdot\cos\alpha=b^2$

$5a^2-4a^2\cdot\cos\alpha=b^2$

$5a^2-4a^2\cdot\cos\alpha=900^2-2\cdot3a\cdot900+(3a)^2$

$-4a^2-4a^2\cdot\cos\alpha=900^2-6a\cdot900$

$-4a^2(1+\cos\alpha)=900^2-6a\cdot900$

$-4a^2(1+\cos\alpha)+6a\cdot900-900^2=0$

$\cancel{4a}\ 4(1+\cos\alpha)a^2-6a\cdot900+900^2=0$

$D=36\cdot900^2-4^2(1+\cos\alpha)\cdot900^2$

$D=900^2\cdot(36-16-16\cos\alpha)$

$D=900^2\cdot(20-16\cos\alpha)$

$a=\frac{6\cdot900-900\sqrt{20-16\cos\alpha}}{\cancel{8(1+}\ 8+8\cos\alpha}$

$\cancel{900}:1,2,3,5,6$

$a^2(5-4\cos\alpha)=b^2$

$a\cdot\sqrt{5-4\cos\alpha}=b$

$a(3+\sqrt{5-4\cos\alpha})=900$

$3+\sqrt{5-4\cos\alpha}\in[4;6]$

$3+\sqrt{5-4\cos\alpha}=4$

$x^2\cancel{+2y^2}-12x+36+2(y^2-2y+1)-38+20=0$

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18$

$-3\le y-1\le3$

$-\sqrt{18}\le x-6\le\sqrt{18}$

$(x-6y)=\sqrt{x(y-1)-6(y-1)}$

$(x-6y)=\sqrt{(x-6)(y-1)}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18$

$x-6-6(y-1)=x-6y$

$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$

$ab=a^2-12ab+36b^2$

$a^2+2b^2=18$

$\cancel{a^2-13ab+36b^2=0}$

$\cancel{a^2+2b^2=18}$

$\cancel{a=2b^2}\ 18-2b^2$

$\cancel{18-2b^2-18-34b^2-13ab=0}$

$x\geq 6$

$x\leq 6+3\sqrt{2}$

$y\geq 1$

$y\leq 4$

$a\geq 0$

$b\geq 0$

$\cancel{-13ab+34b^2=-18}$

$3a+b=900$

$5a^2-4a^2\cdot\cos\alpha=b^2$

$b=\sqrt{5-4\cos\alpha}\,a$

$900-3a=\sqrt{5-4\cos\alpha}\,a$

$\cancel{2a\ \frac{3a+b}{2}\cdot\left(\frac{3a+b}{2}-b\right)\cdot\left(\frac{3a+b}{2}-a\right)}$

$\cancel{450\cdot(450-a)\cdot(450-b)(450-2a)=2a^2\sin^2\alpha}$

$\cancel{(3+b)a=900}$

$3a+b=900$

$b\leq 3a$

$b\geq a$

$b=\frac{m}{n}a$

$\cancel{\frac{3n}{n}a+\frac{m}{n}a=900}$

$\cancel{(3n+m)a=900n}$

$\cancel{5a=900}$

$\cancel{4{,}5a=900}$

$b=\frac{900}{k+3}k$

$b=\frac{900k}{k+3}$

$\frac{900}{\frac{k+3}{k}}\in Z$

$\frac{900k}{k+3}\in Z$

$900\cdot\frac{k}{k+3}\in Z$

$\frac{900m}{m+3n}$

$1{,}5a+3a=4{,}5a$

$4{,}5a=900$

$a=200$

$b=300$

$a\in[151;224]$

$2a\in[252;448]$

$b\in[228;497]$

$900-224-448$

$224+448=672$

228

$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$

$\cancel{a^2-13b+}$

$a^2-12b+36b^2=ab$

$a^2+2b^2=18$

$\cancel{-12b+34b^2=ab-18}$

$x^2+y^2+xy=z^2$

$x^2+m^2=\left(\frac{z}{4}\right)^2$

$y^2+m^2-2ym\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\left(\frac{3z}{4}\right)^2$

$\cancel{x^2-y^2+2\sqrt{3}ym=\frac{z^2}{2}}$

$\cancel{x^2+y^2+xy=z^2}$

$\cancel{2x^2+y(x+\sqrt{3}m)=1{,}5z^2}$

$\frac{7}{16}=\frac{27}{16}x^2+\frac{16}{16}x^2$

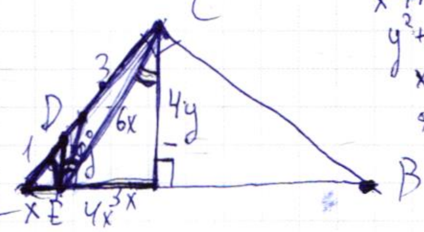
$7=27x^2+16x^2$

$x^2=\frac{7}{43}$

$x=\sqrt{\frac{7}{43}}$

$\left(\sqrt{\frac{7}{43}}\right)^2\cdot\frac{3\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{1}{43}S$

$\frac{7}{43}\cdot\frac{321\sqrt{3}}{43\cdot 4}=S$



$m^2=(3x)^2+y^2-6xy\cdot\cos\alpha$

$m^2=(x)^2+z^2-2xz\cdot\cos\beta$

$8x^2+y^2-6xy\cdot\cos\alpha=-2xz\cdot\cos\beta+z^2$

$4y=\frac{\sqrt{3}}{2}6x$

$4y=3\sqrt{3}x$

$y=\frac{3}{4}\sqrt{3}x$

$y=\frac{3\sqrt{3}}{4}x$

$43\cdot 8=344$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

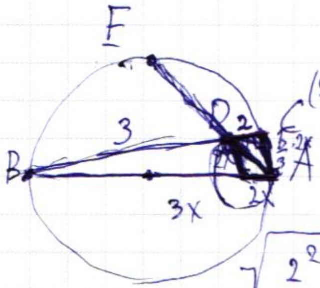
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



$(2x)^2+3^2=(3x)^2$

$4x^2+9=9x^2$

$5x^2=9 \quad x^2=\frac{9}{5}$

$x=\sqrt{\frac{9}{5}} \quad r=2\sqrt{\frac{9}{5}}$

$\frac{5x}{2}= \quad R=2,5\sqrt{\frac{9}{5}}$

$9=\frac{36-16}{25}R^2$

$9=\frac{4}{5}R^2$

$\sqrt{2^2+\frac{100}{9}\cdot\frac{9}{5}}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}=AD$

$ED=\frac{\sqrt{6}}{2} \quad AE=2,5\sqrt{6}$

$S=\frac{1}{2}2,5\sqrt{6}\cdot 6\cdot\left(\frac{\frac{10}{3}\cdot\sqrt{\frac{9}{5}}}{2\sqrt{6}}\right)$

$R=\sqrt{\frac{45}{4}}$

$S=\frac{1}{2}2,5\cdot 10\cdot\sqrt{\frac{9}{5}}$

$\frac{4\cdot 9}{5}=$

$S=12,5\sqrt{\frac{9}{5}}$

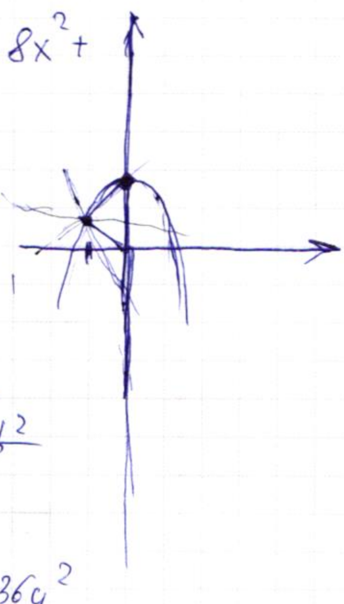
$0\le (a+4)\cancel{x}+(b-6)\le$

№3.

$a-6b=\sqrt{ab}$

$a^2+2b^2=18$

$-8x^2+$



~~$a+b \quad a+2b(a-\sqrt{2}b)^2=a^2-2\sqrt{2}ab+2b^2=18-2\sqrt{2}ab$~~

~~$(a-6b)^2=a^2-12ab+36b^2=18+34b^2-12ab$~~

$a\ge 0 \quad b\ge 0$

~~$36b^2+12b\sqrt{ab}=18b \; 18-2b^2$~~

~~$2(3-b)(3+b)=a^2$~~

~~$(a+2b)^2=a^2+4ab+4b^2$~~

~~$(a-6b)^2=a^2-12ab+36b^2$~~

$a^2-13ab+36b^2=0$

$a^2+2b^2=18$

~~$-13ab+34b^2=-18$~~

$\sqrt{(x-6)(y-1)}=$

$(x-6)(y-1)=x^2-12xy+36y^2$

~~$xy-6y-x+6$~~

$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$

$8x-12\cancel{x}+6 \quad x\in[-\frac{1}{2};0]$

$8x+12x-6 \quad x\in[0;1]$

$-4x+6\le ax+b\le -8x^2+6x+7$

$20x-6\le ax+b\le -8x^2+6x+7$

~~$b\le 7$~~ $\quad b\le 1$

~~$b\le 13$~~

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$3a+b=900$ $\quad 6a-2x=900$
$2a^2\cdot\sin\frac{\alpha}{2}=900x\cdot tg\frac{\alpha}{2}$
~~$tg\frac{\alpha}{2}$~~
$4a^2\cdot\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}=900x\cdot\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}$

$3a+b=900$
$b<3a$
$b>a$
$4a^2\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}=900x$
~~$25\cdot10=250$~~ ~~$4a^2\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}=(450-3a)\cdot900$~~

$900>4a$
$900<6a$

900

$a<225$
$a>150$

$b=900-3\cdot151$
$b=900-3\cdot152$
$b=900-3\cdot153$

$900-480=420$

$a\in(150;225)$

~~224~~ $a\in[151;224]$

1 2 3 4 5

$224-151+1=224-150=74$

Ответ: 74

~~$x-6$~~ $a-6b=\sqrt{ab}$
$a^2+2b^2=18$

$\frac{\sqrt{a}}{b}-\frac{6\sqrt{b}}{a}=1$
$a\sqrt{a}-6b\sqrt{b}=1$
~~a^3-6b^3~~

~~$x\geq6y$~~

$a=kb$ $\quad k-6=\sqrt{k}$

$a-6b=\sqrt{ab}$
$a^2+2b^2=18$

$(k-6)b=\sqrt{k}\,b$ $\quad b\neq0$
$(k^2+2)b^2=18$ $\quad a\neq0$

$(x-6)^2+2(y-1)^2=18$

~~$x-6$~~

$k^2-12k+36=k$
$k^2-13k+36=0$

~~$k^2-6k+36=k$~~
~~$k^2-7k+36=0$~~

$D=169-144=25$
~~$D=49$~~

$k=\frac{13-5}{2}=4$
$k=\frac{13+5}{2}=9$

$(81+2)b^2=18$
$b=\pm\sqrt{\frac{18}{83}}$
$18b^2=18$
$b=\pm1$

~~$b=4$~~
$a=-4;\ b=-1$
$a=4;\ b=1$

~~$a=-4;\ b=-1$~~

$-4-(-6)=2$
$-4\cdot(-1)=4$

$a^2+\frac{18}{83}=36$
$a^2=\frac{36\cdot83-18}{83}$

~~$36\cdot83$~~ 36

~~$\frac{18+2\cdot83}{83}$~~

$a^2=\frac{18\cdot(2\cdot83-1)}{83}$

$81+2$

$166+18=184$
~~$\sqrt{\frac{184}{83}}$~~

165
$a=\sqrt{\frac{18\cdot165}{83}}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА