МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

Пусть знаменатель прогрессии равен q, тогда $b=aq$, $c=aq^2$. Пусть d – четвёртый член прогрессии, тогда $d=aq^3$.

$ax^2+2bx+c=ax^2+2aqx+aq^2=a(x+q)^2$

Значит, у уравнения $ax^2+2bx+c=0$ ровно 1 корень и он равен $-q$. Т.е. $d=-q$.

$d=-q$

$aq^3=-q \quad |:q \;(q\neq 0$, т.к. q – знаменатель прогрессии)

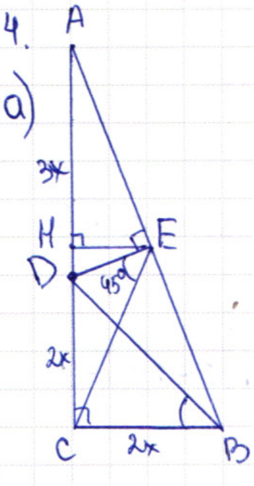
$aq^2=-1$

$c=-1$

c – третий член прогрессии по условию.

Ответ: -1.

4.



а) Пусть $AD=3x$, тогда $AC=5x$, $DC=AC-AD=5x-3x=2x$.

$\angle DEB=90^\circ$, ~~по условию~~ т.к. $DE\perp AB$.

$\angle DCB+\angle DEB=90^\circ+90^\circ=180^\circ \Rightarrow DCBE$ – вписанный четырёхугольник $\Rightarrow \angle CBD=\angle CED=45^\circ$.

$\angle CDB=180^\circ-\angle CBD-\angle DBC=180^\circ-45^\circ-90^\circ=45^\circ$.

$\angle CDB=\angle CBD \Rightarrow CB=CD=2x$

$tg\angle BAC=\frac{BC}{AC}=\frac{2x}{5x}=\frac{2}{5}$.

б) $AC=\sqrt{29}$

$5x=\sqrt{29}$

$x=0{,}2\sqrt{29}$

$AD=3\cdot 0{,}2\sqrt{29}=0{,}6\sqrt{29}$

$CD = BC = 2 \cdot 0{,}2\sqrt{29} = 0{,}4\sqrt{29}$.

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(\sqrt{29})^2 + (0{,}4\sqrt{29})^2} = \sqrt{(\sqrt{29})^2 \cdot (1 + \frac{4}{25})} = \sqrt{\frac{29 \cdot 29}{25}} = \sqrt{\frac{29^2}{5^2}} = \frac{29}{5} = 5{,}8$

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ по двум углам ($\angle A$ - общий, $\angle ACB = \angle AED = 90°$)

$\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD}$

$AE = \frac{AC \cdot AD}{AB} = \frac{\sqrt{29} \cdot 0{,}6\sqrt{29}}{\frac{29}{5}} = \frac{\frac{3}{5} \cdot 29}{\frac{1}{5} \cdot 29} = 3$

Пусть EH - высота в $\triangle CED$.

$\triangle ABC \sim \triangle AEH$ по двум углам ($\angle A$ - общий, $\angle ACB = \angle AHE = 90°$)

$\frac{EH}{BC} = \frac{AE}{AB}$

$EH = \frac{AE \cdot BC}{AB} = \frac{3 \cdot \frac{2}{5}\sqrt{29}}{\frac{29}{5}} = \frac{6}{\sqrt{29}}$

$S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} \cdot EH \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{\sqrt{29}} \cdot \frac{2}{5} \cdot \sqrt{29} = \frac{6}{5}$.

Ответ: а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{6}{5}$.

7.

~~f(1)=f(~~

$f(a) = f(a \cdot 1) = f(a) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(1) = f(a \cdot \frac{1}{a}) = f(a) + f(\frac{1}{a}) = 0 \Rightarrow f(\frac{1}{a}) = -f(a)$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) - f(y)$.

Значит, для каждого $x: x \in N$ и $1 \leq x \leq 21$ нужно найти количество $y: y \in N$ и $1 \leq y \leq 21$ и $f(y) > f(x)$.

$f(1) = 0$; $f(2) = [\frac{2}{2}] = 1$; $f(3) = [\frac{3}{2}] = 1$; $f(4) = f(2 \cdot 2) = f(2) + f(2) = 2$;

$f(5) = [\frac{5}{2}] = 2$; $f(6) = f(2 \cdot 3) = f(2) + f(3) = 2$; $f(7) = [\frac{7}{2}] = 3$;

$f(8) = f(2 \cdot 4) = f(2) + f(4) = 3$; $f(9) = f(3 \cdot 3) = f(3) + f(3) = 2$;

$f(10) = f(2 \cdot 5) = f(2) + f(5) = 3$; $f(11) = [\frac{11}{2}] = 5$; $f(12) = f(2 \cdot 6) = f(2) + f(6) = 3$;

$f(13) = [\frac{13}{2}] = 6$; $f(14) = f(2 \cdot 7) = f(2) + f(7) = 4$; $f(15) = f(3 \cdot 5) = f(3) + f(5) = 3$;

$f(16) = f(2 \cdot 8) = f(2) + f(8) = 4$; $f(17) = [\frac{17}{2}] = 8$; $f(18) = f(2 \cdot 9) = f(2) + f(9) = 3$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(19)=\left[\frac{19}{2}\right]=9$; $f(20)=f(2\cdot 10)=f(2)+f(10)=4$;

$f(21)=f(3\cdot 7)=f(3)+f(7)=4$.

Для каждого x посчитаем количество удовлетворяющих y.

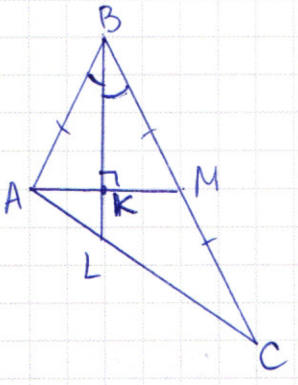
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
кол-во удов. y	20	18	18	14	14	14	8	8	14	8	3	8	2	4	8	4	1	8	0	4	4

Осталось сложить эти числа.

$20+18\cdot 2+14\cdot 4+8\cdot 6+4\cdot 4+3\cdot 1+2\cdot 1+1\cdot 1+0\cdot 1=182$.

Ответ: 182.

2.



Пусть нужный нам треугольник – $\triangle ABC$, в котором медиана AM и биссектриса BL перпендикулярны.

Пусть $AM \cap BL = K$.

В $\triangle ABM$ BK – биссектриса и высота $\Rightarrow$ $\triangle ABM$ – равнобедренный с вершиной B.

Т.е. $AB=BM$. Т.к. AM – медиана, $BM=MC$. Т.е. $BC=2AB$.

По свойству биссектрисы $\frac{AL}{LC}=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$.

Пусть $AB=x$, $AL=y$, ~~...~~

Тогда $P=AB+BC+AC=x+2x+3y=3x+3y$

$3x+3y=1200$

$x+y=400$

Т.к. 400 – целое число и x как сторона треугольника тоже целое число, y – тоже целое число.

Также должно выполняться неравенство треугольника.

Т.е.

$x + 2x > 3y \iff x > y$

$x + 3y > 2x \iff 3y > x$

$2x + 3y > x$ – выполняется всегда.

Т.е. нужно найти количество натуральных решений системы

$$\begin{cases} x > y \\ 3y > x \\ x + y = 400 \end{cases}$$

~~Заметим, что~~

$x = 400 - y$

$$\begin{cases} 400 - y > y \\ 3y > 400 - y \\ x = 400 - y \end{cases}$$

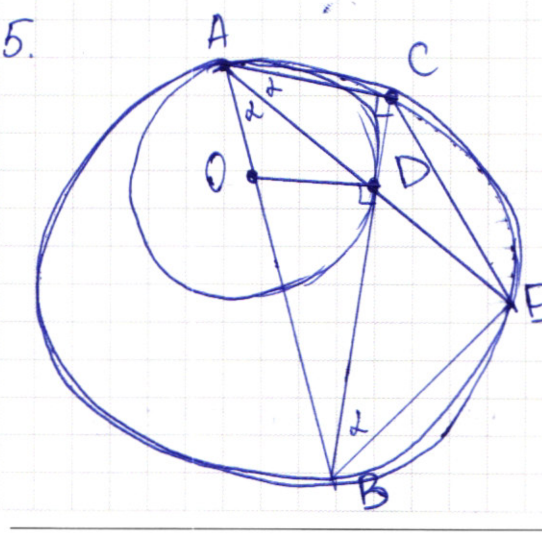
$$\begin{cases} 2y < 400 \\ 4y > 400 \\ x = 400 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 200 \\ y > 100 \\ x = 400 - y \end{cases}$$

~~Решения~~ Натуральных решений у такой системы $199 - 100 = 99$.

Ответ: 99.

5.



Т.к. $\angle ACB$ опирается на диаметр, $\angle ACB = 90°$

Пусть O – центр меньшей окружности.

Т.к. D – точка касания BC и меньшей окружности, $\angle ODB = 90°$.

Т.к. $\angle ACD = 90°$ и $\angle ODB = 90°$ и C, D, B лежат на одной прямой, $AC \parallel OD$.

Пусть R – радиус большей окружности, а r – меньшей.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда $AO = r$, $OB = 2R - r$.

Т.к. $AC \parallel OD$, по теореме Фалеса $\frac{AO}{OB} = \frac{CD}{DB}$.

$$\frac{r}{2R-r} = \frac{1}{3}$$

$$2R - r = 3r$$

$$2R = 4r$$

Значит, $AB = 4r$.

По лемме Архимеда (*) $\smile BE = \smile CE$,

Значит, $\angle BAE = \angle CBE = \angle CAE = \alpha$.

$\angle AEB$ опирается на диаметр $\Rightarrow \angle AEB = 90°$.

Из $\triangle AEB$: $AE = \cos\alpha \cdot AB = 4r\cos\alpha$

Из $\triangle DEB$: $\angle BDE = 90° - \alpha$.

$S_{BACE} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AE \cdot \cos\angle DEB = \frac{1}{2} \cdot (3+1) \cdot 4r\cos\alpha \cdot \cos(90° - \alpha) =$

$= 8r\cos\alpha\sin\alpha = 4r\sin2\alpha$

Из $\triangle ABC$: $\sin2\alpha = \sin\angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{4r} = \frac{1}{r}$

$S_{BACE} = 4r\sin2\alpha = 4r \cdot \frac{1}{r} = 4$.

Ответ: 4.

$y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)}$

$\cancel{2(x-1)^2+(y-2)^2-3=0}$

$\cancel{2y-4x-2\sqrt{xy-2x-y+2}}=0$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)}$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$\cancel{y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)}}$

$\cancel{2x^2+}$

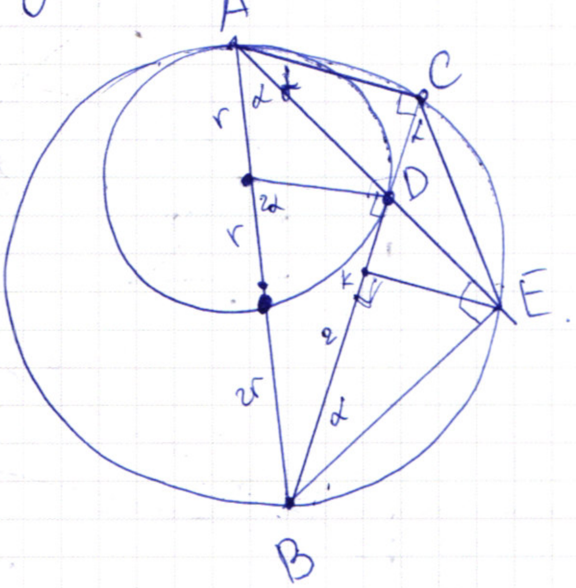
$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$\vee$

$2\sqrt{2}(x-1)(y-1)$

$\vee$

$2\sqrt{\sqrt{2}}$



$\triangle BKE \sim \triangle AEB$

$\frac{BK}{AE}=\frac{BE}{AB}=\cancel{\frac{KE}{EB}}$

$\cancel{\frac{2}{\cos\alpha\cdot D}=\frac{\sin\alpha\cdot D}{D}}$

$\cancel{\frac{2}{\cos\alpha D}=\sin\alpha}$

$\cancel{\frac{2}{D}=\sin\alpha\cos\alpha}$

$\cancel{\frac{1}{2}BC\cdot AE\cdot\sin\alpha}$

$\cancel{\cos\alpha\cdot D}$

$BE=4$

2

$\cancel{\frac{R+r}{r}=\frac{3}{1}}$

$\cancel{R+r=3r}$

$R=2r$

$\frac{2R-r}{r}=\frac{3}{1}$

$2R-r=3r$

$2R=4r$

$R=2r$

$AE=\cancel{4\cos\alpha\cdot R}$

$4r\cos\alpha$

$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4r\cos\alpha\cdot\sin\alpha=$

$=4\sin 2\alpha\cdot r=4$

$\sin 2\alpha=\frac{4}{4r}=\frac{1}{r}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2x^2-(a+1)x-(b+1)\le 0 \\ (a-1)x-|2x-1|+b\le 0 \end{cases}$$

I. $2x^2-(a+1)x-(b+1)\le 0$

$$\begin{cases} f(-\frac{1}{4})\le 0 \\ f(\frac{3}{2})\le 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{8}+(a+1)\cdot\frac{1}{4}-b-1\le 0 \\ \frac{9}{2}-\frac{3}{2}a-\frac{3}{2}-b-1\le 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4}a-b-\frac{5}{8}\le 0 \\ -\frac{3}{2}a-b+2\le 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4}a-b-\frac{5}{8}\le 0 \\ \frac{3}{2}a+b-2\le 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b\ge \frac{1}{4}a-\frac{5}{8} \\ b\le \frac{3}{2}a-2 \end{cases}$$

$\frac{1}{4}a-\frac{5}{8}\le\frac{3}{2}a-2$

$\frac{5}{4}a\ge\frac{11}{8}$

$a\ge 1{,}1$

$a\in[1{,}1;+\infty),\ b\in[\frac{1}{4}a-\frac{5}{8};\frac{3}{2}a-2]$

$\frac{1}{4}a-b-\frac{5}{8}=0$

$b=\frac{1}{4}a-\frac{5}{8}$

$\frac{3}{2}+b-2\le 0$

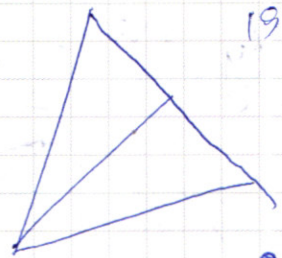
201 x

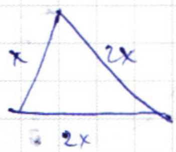
199 y

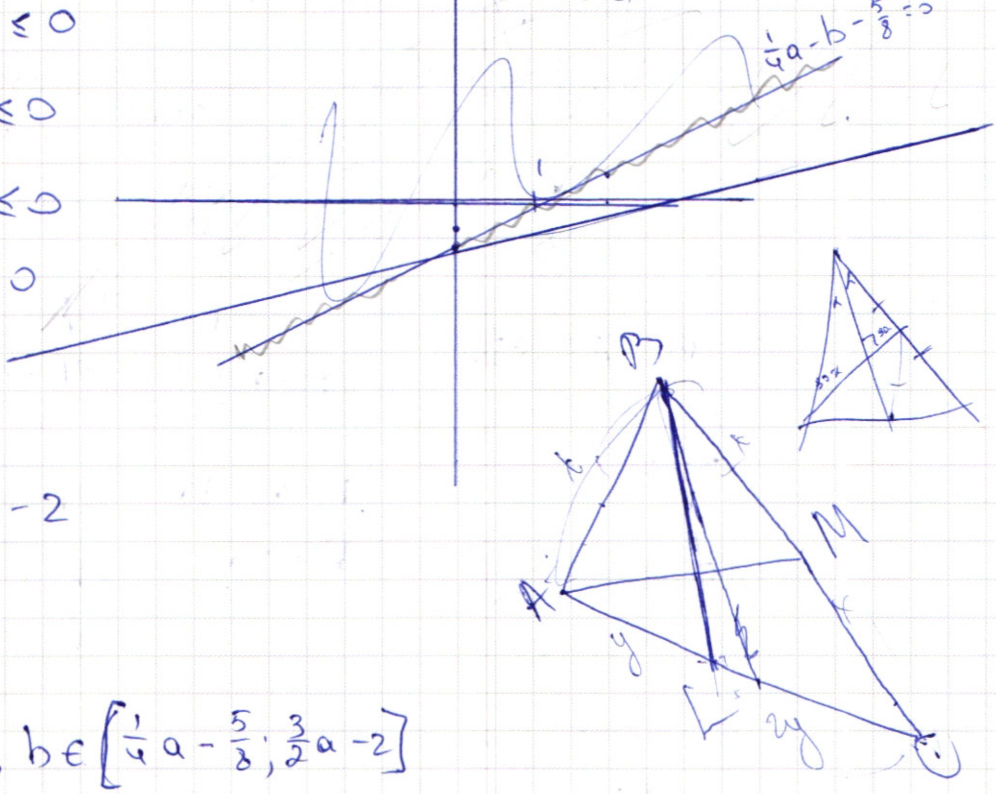
$3y<x$

$x+y=400$

$3y<$







3y - угол

$3x+3y=1200$

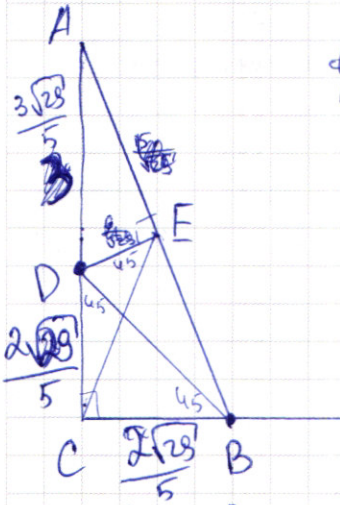
$x+y=400$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

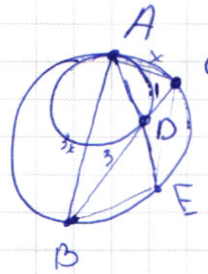
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$

$AC = \sqrt{29}$



$\cancel{\left(\frac{2}{5}\cdot\sqrt{29}\right)^2} +$

$\sqrt{(\sqrt{29})^2 + \left(\frac{2}{5}\cdot\sqrt{29}\right)^2} = \sqrt{29}\sqrt{1+\frac{4}{25}} = \sqrt{29} \cdot \frac{\sqrt{29}}{5} = \frac{29}{5}$

$4x^2 + 25x^2 = 29$

$\left.\begin{matrix} x^2 = 1 \\ x > 0 \end{matrix}\right\} \to x = 1$

$29x^2 = 9$

$x = \frac{3}{\sqrt{29}}$

$\sqrt{29}$ $\qquad \frac{\frac{15}{\sqrt{29}}}{\sqrt{29}} = \frac{15}{29}$

$\frac{15}{29} \cdot 2 = h$

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3 \end{cases}$

$2\sqrt{2(x-1)^2(y-2)^2} =$

$= 2\sqrt{2}\sqrt{(x-1)(y-2)} =$

$2\sqrt{2}(y-2x)$

$3 \geq$

$xy - 2x - y + 2$

$x(y-2) - (y-2) =$

$= (x-1)(y-2)$

$\cancel{y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}}$

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0 \end{cases}$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0$

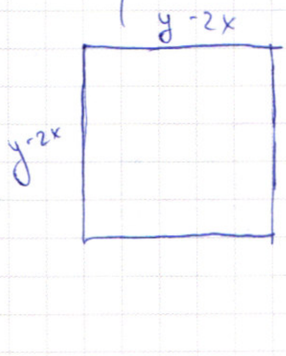
$\sqrt{(x-1)(y-2)} = y - 2x$

$(x-1)(y-2) = (y-2x)^2$

$2\sqrt{2}(x-1)(y-2) = 2\sqrt{2}(y-2x)^2 = 0$

$\cancel{(2(x-1) + (y-2))^2 - 2\sqrt{2}(y-2x)^2 - 3 = 0}$

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0 \end{cases}$



$\cancel{x^2 + (x-2)^2 + (y-2)}$

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

a, b, c, e

$a, a+d, a+2d, a+3d$

~~I $\frac{-b-\sqrt{b^2-ac}}{a} = \frac{-a-\sqrt{(a+d)^2-a(a+2d)}}{a} = e$~~

~~$(a+d)^2 - a(a+2d) = a^2+2ad+d^2-a^2-2ad = d^2$~~

~~$\frac{-a-d}{a} = e$~~

$\frac{-a-d}{a} = a+3d$

a, b, c, d

a, aq, aq^2, aq^3

$\frac{D}{4} = b^2 - ac = a^2q^2 - a^2q^2 = 0$

$ax^2 + 2aqx + aq^2 = a(x^2+2qx+q^2) = a(x+q)^2$

$x = -q$ – корень

$aq^3 = -q$

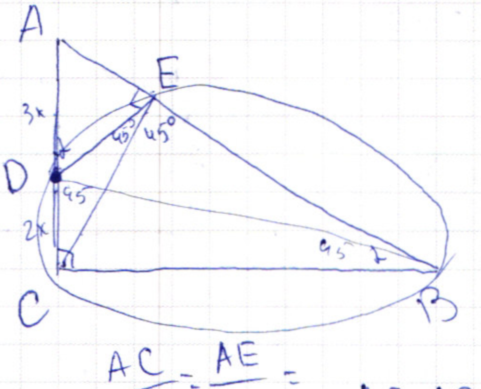
$c = aq^2 = -1$

$y - 2x = \sqrt{xy-2x-y+2}$

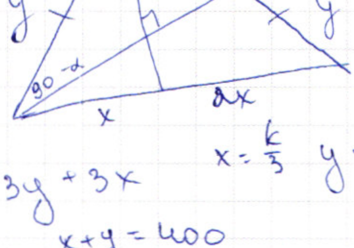
$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 - 3 = 0$



$\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD} =$ $\quad AE \cdot AB = AC \cdot AC$



$x = \frac{k}{3}$ y – целое

$3y + 3x$

$x + y = 400$

$f(\frac{1}{a}) = -f(a)$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$

$f(1)=0$; $f(2)=1$; $f(3)=1$; $f(4)=2$; $f(5)=2$; $f(6)=2$; $f(7)=3$;

$f(8)=3$; $f(9)=2$; $f(10)=3$; $f(11)=5$; $f(12)=3$; $f(13)=6$; $f(14)=4$;

$f(15)=3$; $f(16)=4$; $f(17)=8$; $f(18)=3$; $f(19)=9$; $f(20)=4$; $f(21)=4$.

~~1: 20, 2: 18, 3: 18, 4: 14, 5: 14; 6: 14; 7: 6; 8. 6, 9: 14; 10: 6, 11: 3, 12: 6, 13: 2, 14: 4, 15: 6,~~

0 × 1

1 × 2

2 × 4

3 × 6

4 × 4

5 × 1

6 × 1

8 × 1

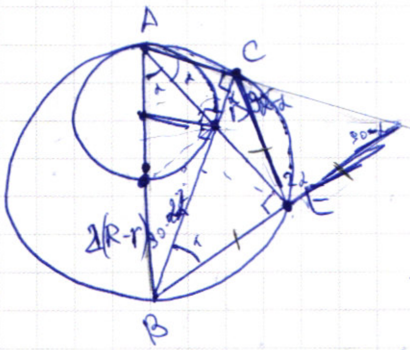
9 × 1

$1\cdot 20 + 2\cdot 18 + 4\cdot 14 + 6\cdot 8 + 4\cdot 4 + 1\cdot 3 + 1\cdot 2 + 1\cdot 1 + 1\cdot 0 =$

$= 20+36+56+48+16+3+2+1 = 182$

$$\begin{array}{r} 20 \\ +36 \\ \hline 56 \\ +56 \\ \hline 112 \\ +48 \\ \hline 160 \\ +16 \\ \hline 176 \\ +3 \\ \hline 179 \\ +2 \\ \hline 181 \\ +1 \\ \hline 182 \end{array}$$

CD = 1
BD = 3



$\frac{1}{2} d_1 d_2 \cos\varphi$

$\triangle ACD \sim \triangle BED$

$\frac{AC}{BE} = \frac{AD}{BD} = \frac{CD}{ED}$

$\cos(90-\alpha) = \sin\alpha$

$\begin{cases} AE \\ a+b = \cos\alpha \cdot R \\ ab = 3 \end{cases}$

$\frac{1}{2} 3 \cdot \cos\alpha \cdot R \cdot \cos(90-\alpha) =$

$= \frac{3}{2} \sin\alpha \cos\alpha \cdot R = \frac{9}{2}\cos^2\alpha$

$\sin\alpha \cdot R = \cos\alpha \cdot 3$

$R = \frac{3\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$2(R-r)\cdot 2R = 9$

$(R-r)R = \frac{9}{4}$

$(D-d)D = 9$

$\frac{9}{2}$

$\cos\alpha = \frac{2}{BE} = \frac{2}{\frac{\sin\alpha}{R}} = \frac{2R}{\sin\alpha}$

7 >
6
5 > ln 1x
4 >
3
2 >
1 >

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

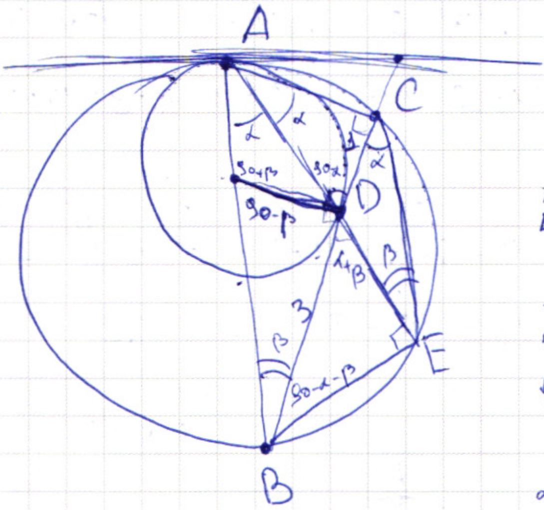
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~~ADB~~

$\triangle ADB \sim \triangle ACE$

$\frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE} = \frac{DB}{CE}$

$90+\beta = 180-2\alpha$

$\beta = 90-2\alpha$

$2\alpha+\beta = 90$

~~$f(\frac{x}{y})$ ~~ $f(\frac{x}{y}) = [\frac{x}{2y}]$~~

$f\left(\frac{1}{a}\right) = f(1) + f\left(\frac{1}{a}\right)$

$f(1) = 0$

$f\left(\frac{1}{a}\cdot a\right) = f\left(\frac{1}{a}\right) + f(a) =$

$f(1) = 0 \qquad f\left(\frac{1}{a}\right) = -f(a)$

$f(x) - f(y)$

1 : 20

2 :

$\begin{cases} 2x^2 - x - 1 \le ax + b \\ ax + b \le x + |2x-1| \end{cases}$

$\begin{cases} 2x^2 - (a+1)x - (b+1) \le 0 \\ (a-1)x - |2x-1| + b \le 0 \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)