МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 1

$ax^2+2bx+c=0$. Пусть x_1 – корень уравнения

Т.к. a, b, c, x_1 образуют геометрическую прогрессию, то $b=a\cdot q$, $c=a\cdot q^2$, $x_1=a\cdot q^3$.

$D=4b^2-4ac=4(a^2q^2-a\cdot a\cdot q^2)=0$

Значит можем найти x_1:

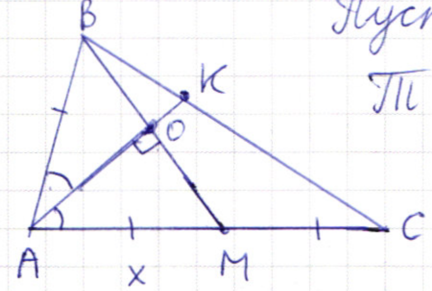
$$x_1=\frac{-2b}{2a}=-\frac{b}{a}=-\frac{a\cdot q}{a}=-q$$

$$x_1=a\cdot q^3=-q \Rightarrow a=-\frac{1}{q^2}$$

$$c=a\cdot q^2=-\frac{1}{q^2}\cdot q^2=-1$$

Ответ: третий член прогрессии равен -1.

Задание 2



Пусть BM – медиана, AK – биссектриса

Т.к. AK – бисс. $\Rightarrow \angle BAK=\angle CAK$

Т.к. $\angle AOM=90^\circ \Rightarrow$ AO – выс. ΔABM

AO – выс. ΔABM
AO – бисс. ΔABM $\Big| \Rightarrow \Delta ABM$ – р/б $\Rightarrow AB=AM=\frac{1}{2}AC$

Обозначим AM за x, тогда получаем, что $AC=2x$, $AB=x$. Поскольку AK – бисс. $\Rightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{BK}{KC}=\frac{x}{2x}=\frac{1}{2}$

Пусть $BK=y$, $KC=2y$

$P=1200=3y+3x \Rightarrow x+y=400$

Для того, чтобы подобрать x и y, запишем два строгих нер-ва Δ-ника для x и y:

$\begin{cases} 2x < 3y + x \\ 3y < 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3y \\ x > y. \end{cases}$

Если $x \le 200$, то неравенство треугольника не выполняется, т.к. $3x \le 3y$, т.е. $x > 200$. Найдём максимальное значение x:

Если $x = 300$, то тогда $x = 3y$, т.к. $300 = 3 \cdot 100$.

Если $x > 300$, то нер-во треугольника не выполняется, а значит $x < 300$. Тогда: $200 < x < 300$.

Удовлетворяют числа такие, что $x \in \mathbb{Z}$

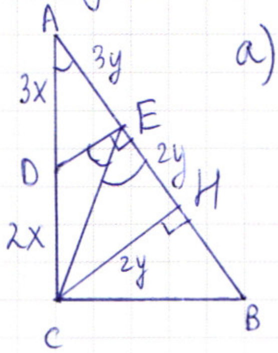
Общее число треугольников это удовлетворяющие x.

Получаем:

$S = 99$ треугольников.

Ответ: 99 треугольников.

Задание 4



а) Т.к. $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow AD = 3x$, $CD = 2x$

Сделаем дополнительное построение:

$CH \perp AB$

$\left.\begin{array}{l} \text{Т.к. } \angle CHB = \angle DEH = 90^\circ \\ AB - \text{сек.} \end{array}\right| \Rightarrow DE \parallel CH$

$\left.\begin{array}{l} DE \parallel CH \\ \frac{AD}{DC} = \frac{3}{2} \end{array}\right| \Rightarrow \frac{AE}{EH} = \frac{3}{2}$ (по теореме Фалеса)

Пусть $AE = 3y$, тогда $EH = 2y$

$\left.\begin{array}{l} \triangle CEH - \text{прям.} \\ \angle CEH = \angle DEH - \angle CED = 45^\circ \end{array}\right| \Rightarrow \angle ECH = 45^\circ$

$\left.\begin{array}{l} \angle ECH = 45^\circ \\ \angle CEH = 45^\circ \end{array}\right| \Rightarrow \triangle CEH - \text{р/б} \Rightarrow EH = CH = 2y$

Из $\triangle ACH$ получаем: $tg \angle BAC = \frac{CH}{AH} = \frac{2}{5}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (Продолжение)

б) $S_{CED} = S_{DEHC} - S_{CEH}$

$S_{CEH} = \frac{2y \cdot 2y}{2} = 2y^2$

Т.к. $\angle DEH = \angle CHE = 90° \Rightarrow EH$ – выс. трап. $DEHC$

$DEHC$ – трап., т.к. $DE \parallel CH$

~~Sa~~ $\triangle ADE \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{CH}{DE} = \cancel{\frac{AH}{EA}}\ \frac{AH}{AE} = \frac{5}{3}$

$DE = \frac{CH}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}CH = 2y \cdot \frac{3}{5} = \frac{6y}{5} = 1{,}2y$

$S_{CDEH} = \left(\frac{2y + 1{,}2y}{2}\right) \cdot 2y = 3{,}2y^2$

$S_{CED} = 3{,}2y^2 - 2y^2 = 1{,}2y^2$

$AE = AD \cdot \cos\angle BAC$ (из $\triangle ADE$)

$3y = 3X \cdot \cos\angle BAC \Rightarrow y = X \cdot \cos\angle BAC$

$\cos\angle BAC = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\angle BAC}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4}{25}}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$X = \frac{AC}{5} = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$y = X \cdot \cos\angle BAC = \frac{5}{\sqrt{29}} \cdot \frac{\sqrt{29}}{5} = 1$

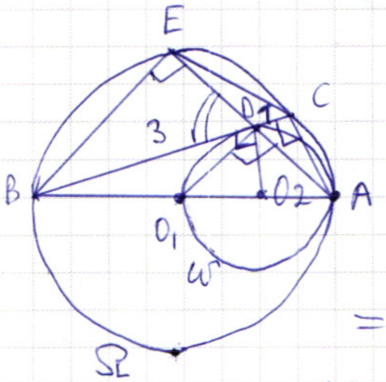
$S_{CED} = 1{,}2 \cdot 1 = 1{,}2$

Ответ: а) $tg\angle BAC = \frac{2}{5}$; б) $S_{CED} = 1{,}2$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№5 1) Пусть R_1 - r Ω; R_2 - r ω.



Т.к. BD - кас. к ω => $\angle O_2 D_1 B = 90°$.

Поскольку AB - диаметр Ω => $\angle BCA = 90°$, т.к. он опирается на диаметр.

Т.к. $\angle O_2 D_1 B = \angle ACB = 90° \Rightarrow O_2 D_1 \parallel CA \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAB = \angle DO_2 B$

$\left.\begin{array}{l}\angle CAB = \angle DO_2B \\ \angle CBA - \text{общий}\end{array}\right| \Rightarrow \triangle BD_1O_2 \sim \triangle BCA$

Т.к. $\triangle BDO_2 \sim \triangle BCA \Rightarrow k = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{4}$

По теореме Фалеса т.к. $\left.\begin{array}{l}DO_2 \parallel AC \\ \frac{BD}{DC} = \frac{3}{1}\end{array}\right| \Rightarrow \frac{BO_2}{O_2A} = \frac{3}{1}$

$BO_2 = AB - R_2 = 2R_1 - R_2$

$O_2A = R_2$

$\frac{2R_1 - R_2}{R_2} = \frac{3}{1} \Rightarrow 2R_1 - R_2 = 3R_2 \Rightarrow R_1 = 2R_2$

Т.к. $R_1 = 2R_2 \Rightarrow$ Точка $O_1 \in \omega$

По св-ву секущих и касательных:

$BD^2 = BO_1 \cdot AB$

$9 = R_1 \cdot 2R_1 \Rightarrow R_1 = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$R_2 = \frac{R_1}{2} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

2) $S_{BECA} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot EA \cdot \sin\angle EDB$

$\angle BEA = 90°$, т.к. опир. на диаметр

$\angle O_1 D_1 A = 90°$, т.к. опирается на диаметр.

По 2-ум углам $\triangle O_1DA \sim \triangle BEA \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{1}{2}$

По св-ву хорд: $BD_1 \cdot DC = ED \cdot AD = 3$

Пусть $AD = x$, $ED = \frac{3}{x}$

$\frac{x}{x + \frac{3}{x}} = \frac{1}{2}$; $\frac{x^2}{x^2+3} = \frac{1}{2}$; $2x^2 = x^2 + 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение)

Получаем, что $AD=\sqrt{3} \Rightarrow ED=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

$\cos\angle EDB=\frac{ED}{BD}=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin\angle EDB=\sqrt{1-\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$S_{BECA}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AE\cdot\sin\angle EDB=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{2}$

Ответ: $R_1=\frac{3}{\sqrt{2}}$; $R_2=\frac{3}{2\sqrt{2}}$; $S_{BACE}=4\sqrt{2}$

Задание 3

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$; $\begin{cases} y-2x=\sqrt{y(x-1)-2(x-1)} \\ 2(x^2-2x+1)+y^2-4y+4=3 \end{cases}$

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \quad (2) \end{cases}$

Пусть $x-1=t$, $y-2=k \Rightarrow x=t+1$, $y=k+2$

$\begin{cases} (k+2-2t-2)^2=tk \\ k\geq 2t \\ kt\geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} k^2-4kt-tk+4t^2=0 \\ k\geq 2t \end{cases}$; $\begin{cases} k^2-5kt+4t^2=0 \\ k\geq 2t \end{cases}$

Р-м квадратное ур-е по k.

$D=25t^2-16t^2=9t^2$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} k=\frac{5t+3t}{2}=4t \\ k=\frac{5t-3t}{2}=t \text{ — не подходит} \end{array}\right. \\ k\geq 2t \end{cases} \Rightarrow k=4t$

Используя то, что $k=4t$ подставим во (2)

$2t^2+k^2=3$ (2)

$2t^2+16t^2=3$

$t^2=\frac{3}{18}=\frac{1}{6} \Rightarrow t=\pm\frac{1}{\sqrt{6}}$

$k=\pm\frac{4}{\sqrt{6}}$; $k=\pm\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Удовлетворяют те пары, где $kt\geq 0$

т.е., либо $k>0$ и $t>0$, либо $k<0, t>0$.

1) $k=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, t=\frac{1}{\sqrt{6}}$

$x-1=\frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow x=1+\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{6}}$

$y-2=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow y=2+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}}$

2) $k=-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, t=-\frac{1}{\sqrt{6}}$

$x-1=-\frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow x=\frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}}$

$y-2=-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow y=\frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{\sqrt{3}}$

Ответ: $\left(\frac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{6}}; \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}}\right); \left(\frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}}; \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{\sqrt{3}}\right)$

~~Задание 6~~

~~$2x^2-x-1\leq ax+b\leq x+|2x-1|$~~

Задание 7

$1\leq x\leq 21$, $1\leq y\leq 21$

$f\left(\frac{x}{y}\right)<0$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7 (Продолжение)

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a,\ a\cdot d,\ \underline{a\cdot d^2}$ $\qquad a\cdot d^3=-d \Rightarrow a=-\frac{1}{d^2}$

$ax^2+2ad\cdot x+ad^2=0$

$a\neq a$

$D=4a^2d^2-4a\cdot ad^2=0$

$x=-\frac{b}{2a}=\frac{-2b}{2a}=-\left(\frac{b}{a}\right)=-\left(\frac{ad}{a}\right)=-d$

$\cancel{d^2=\frac{c}{a}=2ac}$ $\qquad c=-\frac{1}{d^2}\cdot d^2=-1$

Ответ: -1

$$\begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$x-1=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$

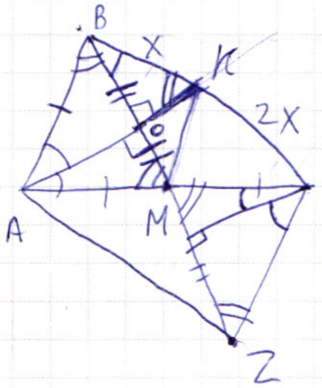
$x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}+1$

$(x-1)^2\cdot 2=3$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$ $\qquad 2(x^2-2x+1)-2+y^2-4y+4-4+3=0$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

№2



$P=1200 \qquad p=\frac{P}{2}=600$

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$AM=AB \Rightarrow \triangle ABM$ - р/б

$\frac{BK}{KC}=\frac{AB}{AC}=\frac{1}{2}$

$f(10)=f(5)+f(2)$

$f\left(\frac{1}{y}\right)=0$

$y^2-4y+4 \qquad f(x)=f\left(\frac{x}{y}\right)$

$(\sqrt{2}x-\sqrt{2})^2 \qquad f(x)<0$

$tg\alpha=\frac{2}{5}$

$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4}{25}}}=\frac{5}{\sqrt{29}}$; $\qquad 3y=3x\cdot\cos\alpha$

$y=x\cdot\cos\alpha$

$tg\angle BAC=\frac{DE}{AE}=\frac{CB}{AC} \qquad x=\frac{AC}{5}=\frac{\sqrt{29}}{5}$

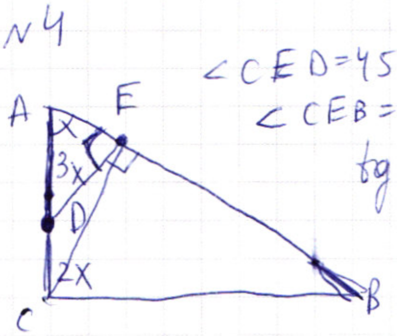
$y=\frac{\sqrt{29}}{5}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}=1$

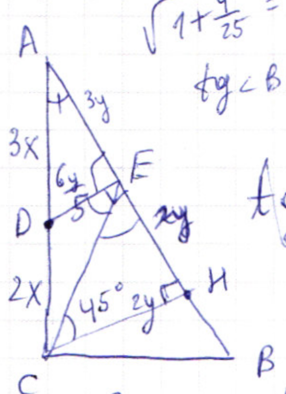
№4

$\angle CED=45°$

$\angle CEB=45°$

$tg\angle BAC=?$





$tg\angle BAC=$

$tg\angle BAC=\frac{CH}{AH}$

$CH=EH\cdot tg45°=EH$

$tg\angle BAC=\frac{2y}{5y}=\frac{2}{5}$ $\qquad S_{CDE}=1{,}2$

$S_{CED}=S_{DCHE}-S_{ECH}$; $\quad S_{ECH}=\frac{4y^2}{2}=2y^2$; $\quad DE=2y\cdot\frac{3}{5}=\frac{6y}{5}$

$S_{DCEH}=\left(\frac{1{,}2y+2y}{2}\right)\cdot 2y=1{,}6y\cdot 2y=3{,}2y^2$; $S_{CDE}=1{,}2y^2$

☑ черновик ☐ чистовик $\qquad$ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) $\qquad$ (Нумеровать только чистовики)

$201, \dots, 299 \quad 23,4 \;\; 5 \;\; 6$

№3

99 чисел

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$\cancel{3x+3y=400}$

$x+y=400$

$100 \quad 200$

900

$300, 600$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$y^2+y+4x^2+2x-xy-2=0$

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \end{cases}$$

$\cancel{x+y \geq}$ $3x=1200-3xy$

1197

$399 \quad x>y$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$\cancel{3x}$ $3x>3y$

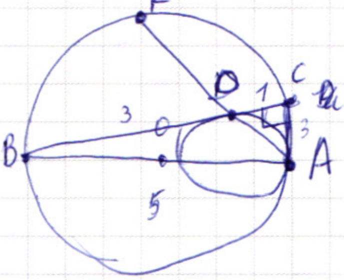
1200	2
600	2
300	2
150	2
75	5
15	5
3	3
1	

$x=400-y$

$x>y$

$x<2x+3y$

$1200=2^4\cdot5^2\cdot3$



$R_1, R_2 = ?$

SBACE

$CD=1$

$BD=3$

$2x<3y+x$

$5\cdot 2^3$

$$\begin{cases} x<3y \\ x>y \end{cases}$$

$\dfrac{BQ}{AB}=\dfrac{ED}{AE}$

$3=ED\cdot AD$

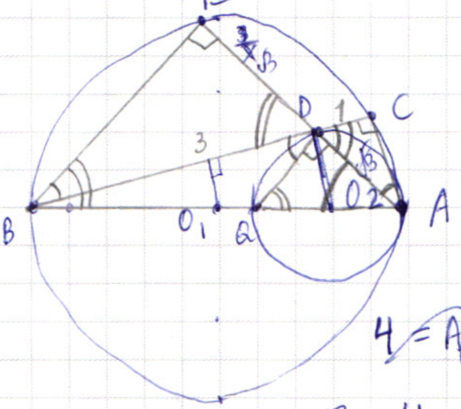
$9=BQ(BQ+2R_2)$

$R_1=\dfrac{AB}{2}$

$9=BQ^2+2BQ\,R_2$

$AD=x$

$ED=\dfrac{3}{x}$



$R_2=\dfrac{AQ}{2}$

$\dfrac{ED}{AE}=$

$=\dfrac{\frac{3}{x}}{x+\frac{3}{x}}$

$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{3}{1}$

$\cancel{3\sin\alpha \cdot \frac{1}{5\sin\alpha}}$

$\cancel{4=AD\sin\alpha+\frac{DE}{\sin\alpha}}$

$200 \;\; 100 \;\; 80 \;\; 50 \;\; 40 \;\; 20$

$2, 4, 5, 8, 10, \cancel{16}, 20$

$4=AD\cdot\sin\alpha+\dfrac{DE}{\sin\alpha}$

$\cancel{3\cdot\cos\beta=}$

11 треугольников

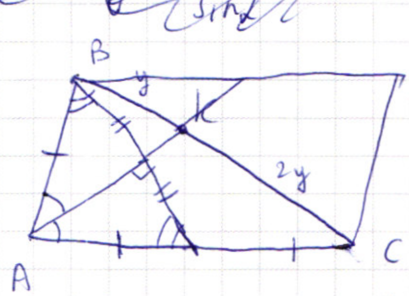
$AD\cdot DE=3\cdot1 \Rightarrow AD=\dfrac{3}{DE}$

$\cancel{3\cdot\cos\beta\cdot\frac{1}{\sin\alpha}=3}$

$\cancel{DE=}$

$4=\dfrac{3}{DE}\sin\alpha+\dfrac{DE}{\sin\alpha}$

$\cancel{2,4,8,10,16,20}$



400

$x+2x+xy+2xy=1200$

400	2
200	2
100	2
50	2
25	5
5	5

$3x+3xy=1200$

$x(1+y)=400$

$\cancel{x}=2, y=$

$2,2,2,2,5,5$

$x=4$

$x=\cancel{2,4,8,16}$ $\quad 2,4,8,16,10,20,80,25$

$x=8$

8 треугольников

$x=16$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{ED}{AE} = \frac{\frac{3}{x}}{\frac{x^2+3}{x}} = \frac{3}{x^2+3}$

$BQ = 2R_1$

$AQ = 2R_2$

$9 = 2R_1(2R_1 - 2R_2) = 4R_1(R_1 - R_2)$

$\cancel{\frac{BQ}{AT}}$ $\frac{BQ}{BQ+2R_2} = \frac{3}{x^2+3}$

$4R_1^2 - 4R_1R_2 - 9 = 0$

$9 = BQ \cdot \frac{BQ(x^2+3)}{3}$

$D = 16R_2^2 + 16\cdot 9 = 16(R_2^2+9)$

$R_1 = \frac{4R_2 + 4\sqrt{R_2^2+9}}{\cancel{16}\,8} = \frac{R_2}{2} + \frac{\sqrt{R_2^2+9}}{2}$

$27 = BQ^2(x^2+3)$

$\triangle BDO_2 \sim \triangle BCA$

$R_1 = \frac{1}{2}\left(R_2 + \sqrt{R_2^2+9}\right)$

$\frac{2R_1 - R_2}{R_2} = \frac{3}{1}$

$\cancel{\frac{3}{1}}$ $\frac{1}{4} = \frac{R_2}{2R_1}$

$9 = R_1 \cdot 2R_1$

$2R_1 - R_2 =$

$2R_1 = 4R_2$

$R_1 = 2R_2$

$R_1 = \sqrt{\frac{45}{16}} = 3\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{4} = \frac{R_2}{2R_1}$

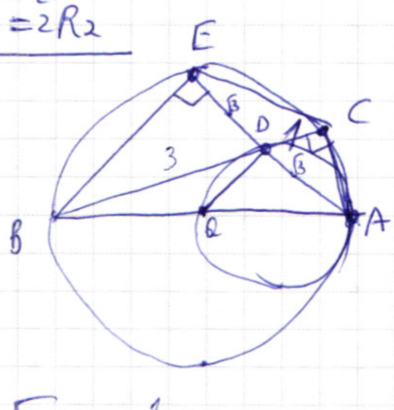
$2R_1 = 4R_2$

$\underline{R_1 = 2R_2}$

$R_2 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\frac{4\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sin\alpha}{2} = 4\sqrt{3}\cdot\sin\alpha$

$\cancel{\frac{x}{\frac{x^2+3}{x}}}$



$\frac{x}{x+\frac{3}{x}} = \frac{x}{\frac{x^2+3}{x}} = \frac{x^2}{x^2+3} = \frac{1}{2}$

$2x^2 = x^2+3$

$x = \sqrt{3}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$S = 4\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$2t^2+k^2=3$

$2x^2-x-1$, $f(xy)=f(x)+f(y)$

$\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$ $f(\frac{x}{y})=f(x\cdot\frac{1}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})$

$y(x-1)-2(x-1)=$ $y-2=k$

$=(y-2)(x-1)$ $y=k+2$

$x-1=t$

$(x-1)(x+\frac{1}{2})\le ax+b\le x+|2x-1|$

$k+2-2t-2$

Если $\frac{1}{2}\le x<\frac{3}{2}$, $(x-1)(x+\frac{1}{2})\le ax+b\le 3x-1$

$\begin{cases} 2x^2-x-1\le ax+b \\ ax+b\le 3x-1 \end{cases}$

$a\le 3$

$a=3,\ b\le -1$

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$

$x(3-a)-1-b\ge 0$

$x\ge\frac{1+b}{3-a}$

$\begin{cases} (x-1)^2+(y-2)^2+x^2-2x+1+y^2-4xy+4x^2=3+(x-1)(y-2) \\ y\ge 2x \end{cases}$

$x(3-a)\ge 1+b$

$2x^2-x(1+a)-1-b\le 0$

$\begin{cases} y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2 \\ y\ge 2x \end{cases}$

$D<0$

$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$

$D=1+2a+a^2+8+8b=$

$=a^2+2a+8+8b<0$

$\begin{cases} y^2+4x^2-5xy+2x+y-2=0 \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \\ y\ge 2x \end{cases}$

$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$

$(x-1)(y-2)=(y-2x)^2$

$y^2-4xy+4x^2$

$y^2+6x^2-5xy-2x-3y+1=0$

$\cancel{4{,}5-1{,}5-1\le 1{,}5x+b\le 1{,}5+2}$

$\cancel{1{,}5x+b}$

$\cancel{1{,}5a+b\le}$

$\frac{1}{8}+\frac{2}{8}-1\le -\frac{1}{4}a+b\le -\frac{1}{4}+\frac{6}{4}$

$-\frac{5}{8}\le -\frac{1}{4}a+b\le\frac{5}{4}$

$-1\le b\le 1$

$4{,}5-1{,}5-1\le 1{,}5a+b\le 1{,}5+2$

$k^2-5kt+4t^2=0$

$y(x-1)-2(x-1)=(x-1)(y-2)\ge 0$

$x-1=t$ $2\le 1{,}5a+b\le 3{,}5$

$y-2=k$ $1\le 1{,}5a\le 2{,}5$

$\begin{cases} k^2-4kt+4t^2=tk \\ 2t^2+2k^2=3 \end{cases}$

$x\ge 1,\ y\ge 2$

$x=t+1$ $\frac{2}{3}\le a\le\frac{25}{10}\cdot\frac{10}{15}$

$x<1,\ y<2$

$y=k+2$

$k^2-5kt+4t^2=0$

$y\ge 2x$

$\frac{2}{3}\le a\le\frac{5}{3}$

$D=$

$x=1,\ y=2$

$k+2-2(t+1)=$ $3\le 1{,}5a\le 4{,}5$

$=k-2t$ $2\le a\le 3$

$\cancel{2+4-4-8+3=}$

$\cancel{2+4-4-8+3}$

$\begin{cases} (k-2t)^2=kt+k \\ 2t^2+2k^2=3 \end{cases}$ $\begin{cases} k\ge 2t \\ k^2-4kt+4t^2=kt \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)