МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2+2bx+c=0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}, \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD:AC=3:5$ и $DE\perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED=45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC=\sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD=1$, $BD=3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

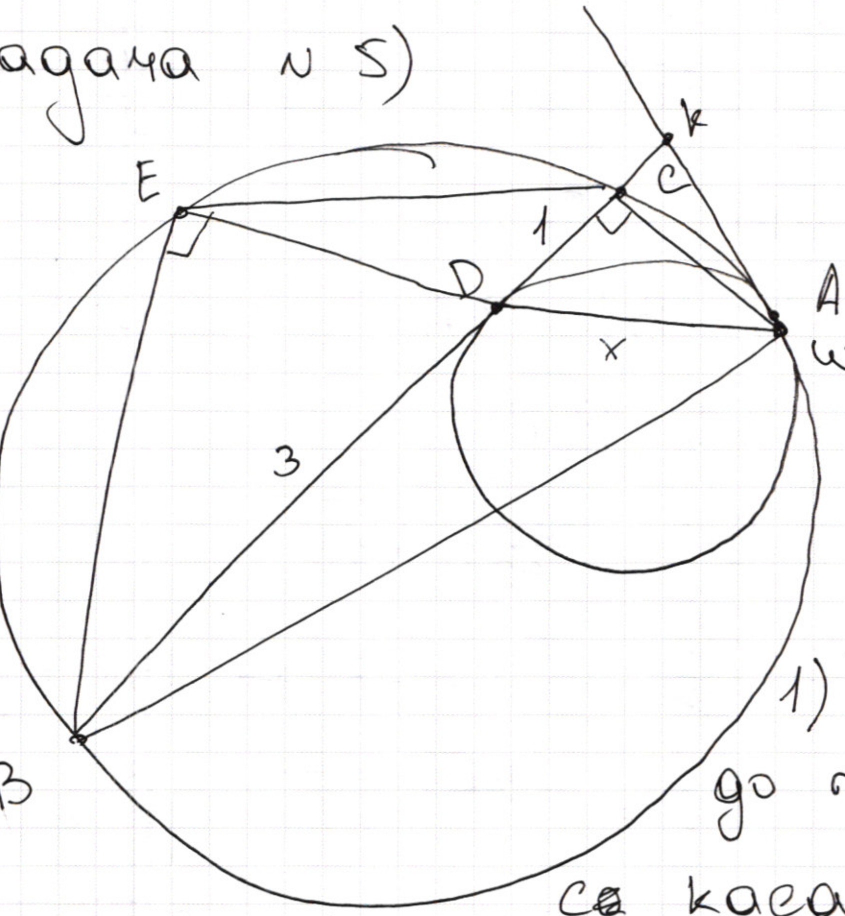
$$2x^2-x-1\leqslant ax+b\leqslant x+|2x-1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 21$, $1\leqslant y\leqslant 21$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 5)



Дано:
Ω; ω - окр.
AB - диаметр
$CD = 1$;
$BD = 3$

r_{Ω} - ?; r_{ω} - ?
S_{BACE} - ?

1) Продлим BC до пересечения со касательной к окр-ям в точке A. Пусть $CK = a$

$$\left.\begin{array}{l} a(a+3+1) = ka^2 \\ ka^2 = (1+a)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \cancel{(a+1)(a+4)}$$

$\Rightarrow a(a+4) = (a+1)^2$; $a^2+4a = a^2+2a+1$

$a = 0,5$

$CK = 0,5$

2) По т-ме Пифагора:

Задача №5) (продолжение)

$$AB^2 = -AK^2 + BK^2 = -1{,}5^2 + 4{,}5^2 =$$

$$= \frac{81}{4} - \frac{9}{4} = \frac{72}{4} = 18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{18} \Rightarrow R_\Omega = \frac{\sqrt{18}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

3) Для точки B:

$$BD \cdot BD = BL \cdot BA$$

$$9 = BL \cdot BA$$

$$9 = BL \cdot \cancel{\frac{3\sqrt{2}}{2}} \sqrt{18}$$

$$\cancel{BL = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}} \quad BL = \frac{9}{\sqrt{18}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow AL = AB - BL = \cancel{3\sqrt{2}} \sqrt{18} - \frac{3}{\sqrt{2}} =$$

$$= 3\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R_\omega = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

4) Пусть $AD = x$: Для точки D относ. Ω: $3 \cdot 1 = x \cdot DE \Rightarrow$

$$\Rightarrow DE = \frac{3}{x}$$

5) $\angle BCA$ - прямой, т.к опирается на диаметр)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5 (продолжение №2)

6) По т-ме пифагора:

$$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 18 - 16 = 2$$

$$AC = \sqrt{2}$$

7) По т-ме Пифагора:

$$x^2 = 2 + 1 = 3 \; ; \; x = \sqrt{3}$$

8) $\sin\angle CDA = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

9) $S_{BACE} = \left(\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}}\right) \cdot 4 \cdot \sin\angle CDA =$

$$= 2\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{2}$$

Ответ: $R_\Omega = \frac{3\sqrt{2}}{2}$; $R_\omega = \frac{3\sqrt{2}}{4}$;

$S_{BACE} = 8\sqrt{2}$

Задача №1)

$a; b; c; x$ – ~~ко~~ члены геом прогрессии.

$ax^2+2bx+c=0$

$\Rightarrow b=a\cdot q;\ c=a\cdot q^2$

$$x=\frac{-2b\pm\sqrt{4b^2-4ac}}{2a}=$$

$$=\frac{-2a\cdot q\pm\sqrt{4a^2\cdot q^2-4a^2q^2}}{2a}=-q$$

и $a\neq 0 \Rightarrow q\neq 0$

$-q=a\cdot q^3 \Rightarrow -a=q^4 \Rightarrow a=-q^4$

Подставим значения в ур-е:

$ax^2+2bx+c=0$

$(-q)^4\cdot q^2+2\cdot(-q^4)\cdot q\cdot(-q)+(-q^4)\cdot q^2=0$

$-q^6+2q^6-q^6=0$

$\Rightarrow q$ – любое; кроме 0

Ответ: $c\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

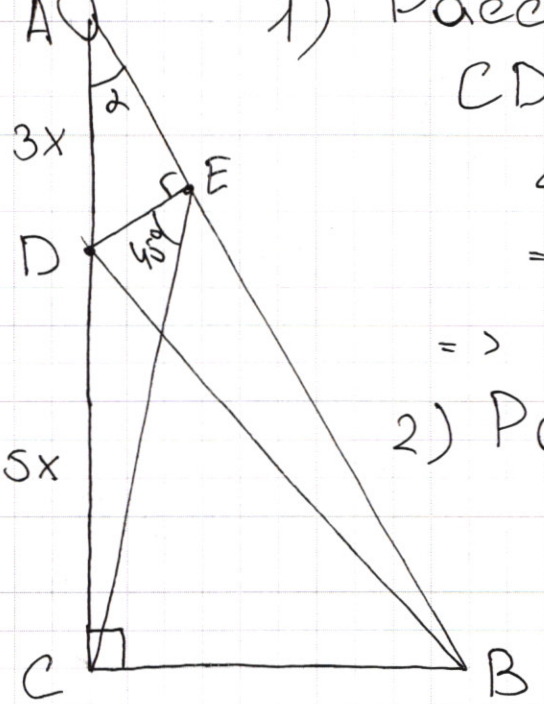
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4)



1) Рассмотрим четырех-ник $CDEB$:

$\angle DCB = 90°$; $\angle DEB = 90°$

$\Rightarrow$ чет-ик – вписанный

$\Rightarrow \angle DEC = \angle DBC = 45°$

2) Рассмотрим $\triangle CDB$:

$\angle CBD = 45°$; $\angle DCB = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CDB = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = CD = 5x \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{tg\alpha =} \ tg\angle CAB = \frac{5x}{3x+5x} = \frac{5}{8}$

3) $tg\alpha = \frac{5}{8} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{8}{\sqrt{64+25}} = \frac{8}{\sqrt{89}}$; $\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{89}}$

4) $DE = AD \cdot \sin\alpha = 3x \cdot \frac{5}{\sqrt{89}} = \frac{15x}{\sqrt{89}}$; $AE = AD \cdot \cos\alpha = \frac{24x}{\sqrt{89}}$

5) По т-ме косинусов:

$$CE^2 = AC^2 + AE^2 - 2 \cdot AC \cdot AE \cdot \cos\alpha =$$

$$= 64x^2 + \frac{24^2x^2}{89} - 2 \cdot 8x \cdot \frac{24x}{\sqrt{89}} \cdot \frac{8}{\sqrt{89}} =$$

$$= \frac{64x^2 \cdot 89}{89} + \frac{64x^2 \cdot 9}{89} - \frac{64x^2 \cdot 48}{89} = \frac{64x^2}{89}(89+9-48) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CE = \frac{8x}{\sqrt{89}} \cdot \sqrt{50}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 4) (продолжение)

б) $S_{CED} = ED \cdot CE \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\angle DEC =$

$= \frac{15x}{\sqrt{89}} \cdot \frac{8x}{\sqrt{89}} \cdot \sqrt{50} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$

$= \frac{120x^2}{89} \cdot \sqrt{50} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{30x^2}{89} \cdot \sqrt{100} =$

$= \frac{30x^2}{89} \cdot 10 = \frac{300 \cdot \cancel{2} x^2}{89}$, где

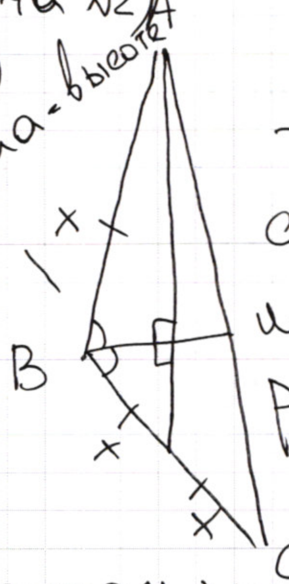
$8x = \sqrt{29}$ (из условия)

$\Rightarrow S_{CED} = \frac{300}{89} \cdot \frac{29}{64} = \frac{75 \cdot 29}{89 \cdot 16} = \frac{2175}{1424}$

Ответ: $S = \frac{2175}{1424}$; $tg\angle BAC = \frac{5}{8}$

Задача №2)

медиана-высота => р/б



Заметим, что все треугольники, у которых сторона, к которой проведена медиана (BC на рис.), в два раза больше пичейной (AB), нам подходят. Также все треугольники, которые нам подходят, удовлетворяют условию. => посчитаем кол-во этих треугольников

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) (продолжение)

$P = x + 2x + AC$

$1200 = 3x + AC$, также должно соблюдаться условие, что

$3x > AC$ и $AC + x > 2x$
$AC > x$

Заметим, что AC не может быть меньше 301, т.к в ином случае

$x \geq AC$

также AC не может быть больше 599 $\Rightarrow AC \in [301; 599] \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x \in [601; 899] \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in [200\frac{1}{3}; 299\frac{2}{3}] \Rightarrow$,

$\Rightarrow$

также $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in [201; 299]$ –

– 99 вариантов Ответ: 99

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

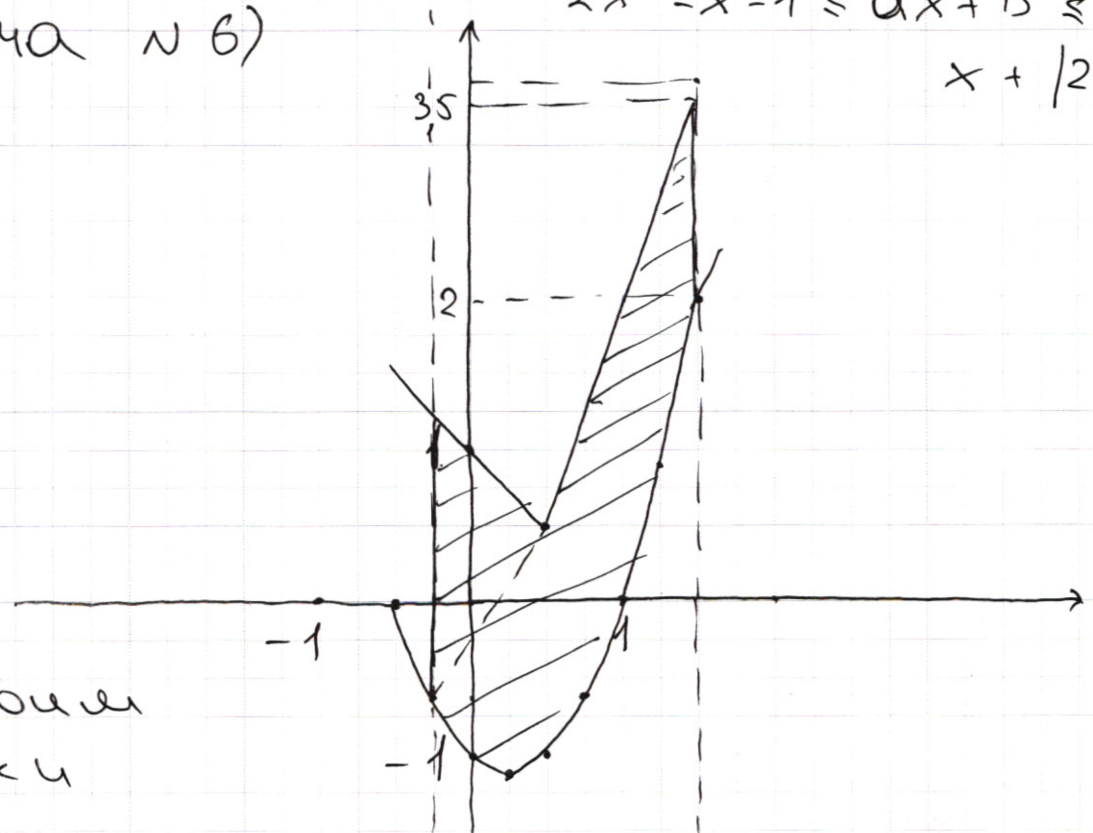
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 6)

$2x^2-x-1 \le ax+b \le x+|2x-1|$



Построим графики $2x^2-x-1$ и $x+|2x+1|$

Выделенная часть – там, где может лежать прямая $ax+b$.

Разобьем эту часть на две $x\in\left[-\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$ и $x\in\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$

В 1-ой части максимальный наклон, который может иметь прямая – $\frac{3}{2}$

Во 2-ой минимальный – $\frac{3}{2}$ =>

=> существует всего один вариант прямой с наклоном $a=\frac{3}{2}$, которая

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Задача №6) (продолжение)

проходит через точку $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Найдем b:

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2} + b = \frac{1}{2}$$

$$3 + 4b = 2$$

$$b = -\frac{1}{4}$$

Ответ: $(a; b) \in \left\{\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)\right\}$

Задача №3)

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 2x\cancel{3} = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3 \end{cases}$$

Сделаем замену $a = x - 1$; $b = y - 2$

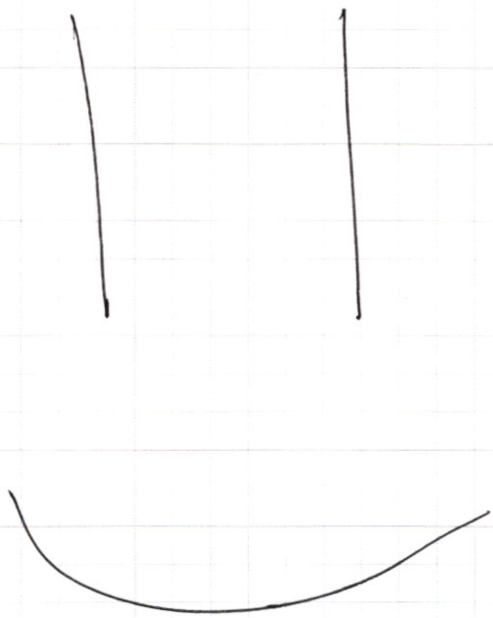
$$\begin{cases} b - 2a = \sqrt{ab} \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = b^2 - 4ab + 4a^2 \\ 2a^2 + b^2 = 3 \\ b \geq 2a \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5ab = b^2 + 4a^2 \\ 2a^2 + b^2 = 3 \\ b \geq 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5ab - 3 = 2a^2 \\ 2a^2 + b^2 = 3 \\ b \geq 2a \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a = \frac{5b \pm \sqrt{25b^2 - 24}}{4} \\ a = \sqrt{\frac{3 - b^2}{2}} \\ b \geq 2a \end{cases}$$

Решаем систему получаем ответ:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ b \geq 2a \end{cases} \Rightarrow (x; y) \in \varnothing$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$y=2x$~~

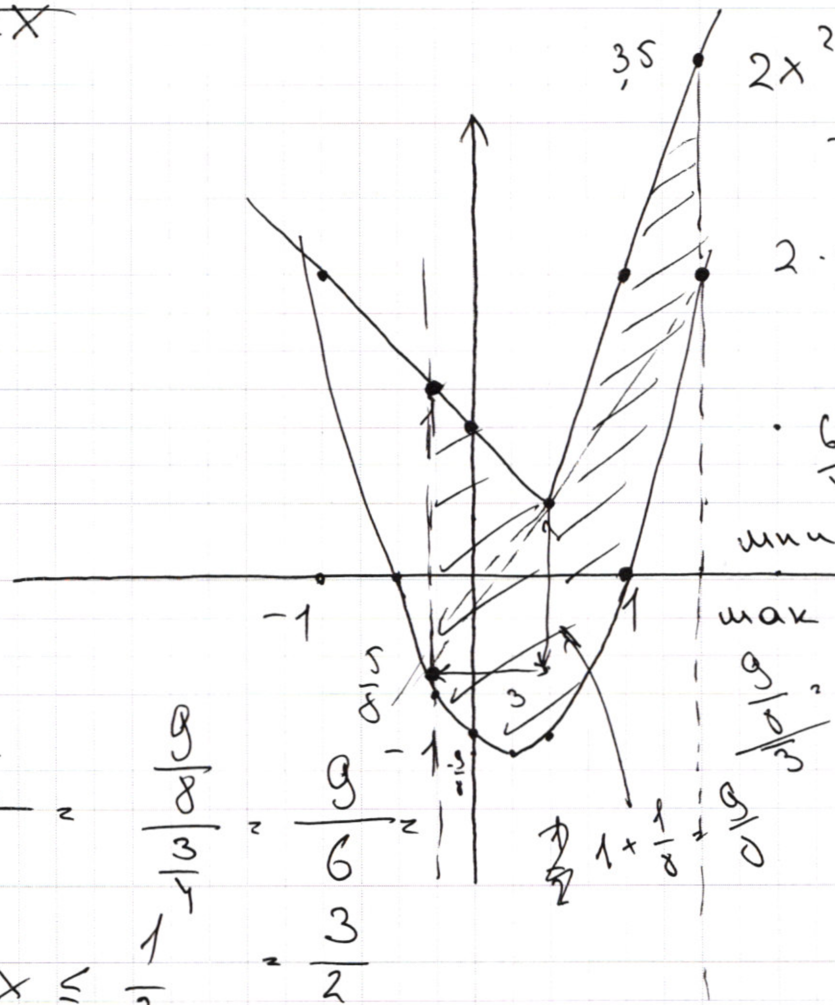
$2\cdot\frac{9}{4}-\frac{3}{2}-1$

$\frac{9}{2}-\frac{3}{2}-1=2$

$2x^2-x-1$

$2\cdot\frac{1}{4}$

$-\frac{1}{4}$



$2\cdot\frac{1}{16}-\frac{1}{4}-1$

$\frac{1}{8}-\frac{1}{4}-1$

$\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

$\frac{1}{8}-\frac{2}{8}-1$

$-\frac{9}{8}$

$\frac{3}{2}$

$\frac{3}{8}$

$2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$

$\frac{\frac{9}{8}}{3}=\frac{3}{8}$

$\frac{1+\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}}=\frac{\frac{9}{8}}{\frac{3}{4}}=\frac{9}{6}=$

$\frac{1}{2}+1+\frac{1}{8}=\frac{9}{8}$

$-\frac{1}{4}+1-\frac{1}{2}+1)=$

$=\frac{3}{2}-\frac{1}{4}=\frac{6}{4}-\frac{1}{4}=$

$=\frac{5}{4}$

$x\le\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$2x^2-x-1\le ax+b\le -x+1$

$2\cdot\frac{1}{16}+\frac{1}{4}-1$

$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-1$

$\frac{5}{4}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{8}+\frac{2}{8}-1=$

$2\cdot\frac{25}{16}$

$2\cdot\frac{9}{16}-\frac{3}{4}-1$

$=\frac{3}{8}-1$

$\frac{25}{8}-\frac{10}{8}-1=$

$\frac{9}{8}-\frac{3}{4}-1$

$\frac{9}{8}-\frac{6}{8}-1=\frac{3}{8}-1=$

$=\frac{7}{8}$

$=-\frac{5}{8}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{1}{21} \le \frac{1}{y} \le 1$

$1 \le x \le 21$

$f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$2x + y - xy - 2$

$\underline{2x - 2}$

$(x-1)(-y+2) = -xy + y + 2x - 2$

$(x-1)(y-2) \quad xy - y - 2x + 2$

$y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)}$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4$

$2x^2 - 4x + 2 \qquad y^2 - 4y + 1$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$

$y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \qquad a = x - 1$

$b = y - 2$

$\begin{cases} b + 2 - 2(a+1) = \sqrt{ab} \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} b - 2a = \sqrt{ab} \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases}$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$b-2a=\sqrt{ab}$

$2a^2+b=3$

$\begin{cases} ab = b^2-4ab+4a^2 = \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$

$5ab-3=3-b^2$

b^2+5ab

$5b$

$5b - 2a^2+2a^2-4ab+b^2 = 2a^2-4ab+3=ab$

$\begin{cases} 2a^2+3=5ab \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$

$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$

$(x-1)(y-2)=$

$=\cancel{xy-y-2x+2}$

$\begin{cases} (y-2x)=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$

$2x^2-4x+2$

$2(x^2-2x+1)=$

$=2(x-1)^2$

y^2-4y+1

$y^2-4y+4-3$

$a=x-1 \qquad b=y-2$

$x=a+1 \qquad y=b+2$

$\begin{cases} b+2-2a-2=\sqrt{a\cdot b} \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$

$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab}=\frac{a+b}{\sqrt{2}} \\ 2a^2+b^2=3 = a^2+(a+b)^2-2ab \end{cases}$

$\cancel{2a^2+b^2+b-2a}$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$ab=\frac{(a+b)^2}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$y=2 \quad x=1$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{(x-1)(y-2)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$$

$(x-1)=a$

$(y-2)=b$

$$\begin{cases} b-2a=\sqrt{a\cdot b} \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

$2\sqrt{2ab}$

$\sqrt{2a+b}$

$a^2+(a^2+b^2)=3$

$a=1 \quad b=1$

$a=\sqrt{\frac{3-b^2}{2}}$

$a=\frac{+5b\pm\sqrt{25b^2-24}}{4}$

$2a^2=3-b^2$

$a=\frac{2a^2-5ab+3}{4}$

$$\begin{cases} ab=b^2-4ab+4a^2 \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5ab=b^2-4a^2 \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

$(b-2a)(b+2a)$

$5ab=\sqrt{ab}\cdot(b+2a)$

$\cancel{ab}\cdot 5\sqrt{ab}=(b+2a)$

$5(b-2a)=(b+2a)$

$5b-10a=b+2a$

$2a^2+9a^2=3$

$a=\sqrt{\frac{3}{11}}$

$4b-12a=0$

$b=3a$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a; b; c$

$b = a \cdot k$

$c = a \cdot k^2$

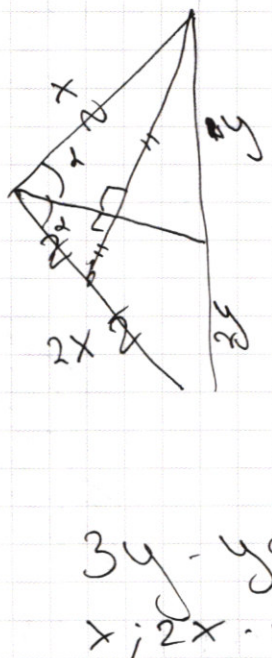
$ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = ak^3$$

$$= \frac{-a \cdot k \pm \sqrt{a^2k^2 - 4 \cdot a^2k^2}}{2a} = ak^3$$

$$-k \pm \sqrt{ak^2 - 4a^2k} \qquad 0$$

2) $P = 1200$



$3x + 3y = 1200$

$x + y = 400$

$x \in [201; \cancel{400}\ 399]$

$3y$ - целое $\quad 3x > 3y$

$x; 2x$ - целые $\quad x > y$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

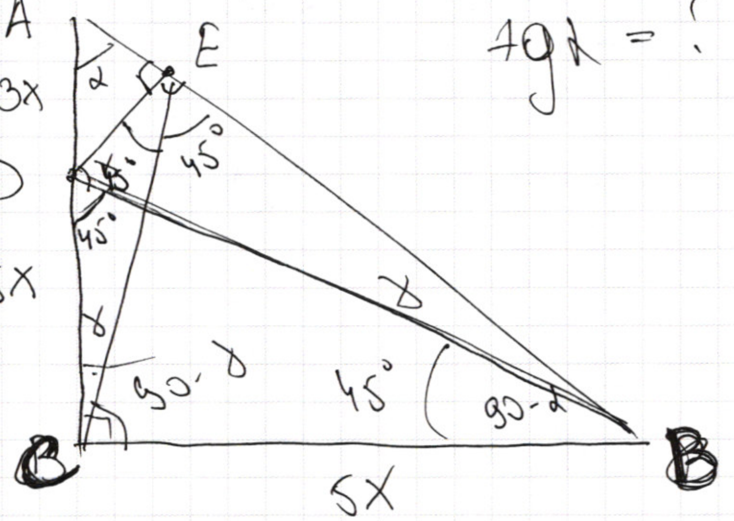
$$y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2}$$

$$2x^2+y^2-4x-4y+3=0$$

7)

$$f(ab)=f(a)+f(b)$$

$$f(p)=\left[\frac{p}{2}\right]$$



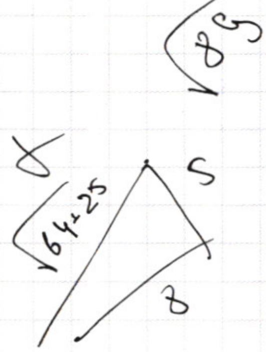
$tg\,\alpha=?\ \frac{5}{8}$

$8x=\sqrt{29}$

$\frac{\cancel{8x-5x}}{2}$,

=

$$45°+45°+\gamma+45°+\cancel{\gamma+90-\gamma}+45°+\gamma$$



$$2\gamma+270=360$$

$$\gamma=45$$

$x=-q$

$$-q^4\cdot q^2+2\cdot -q^4\cdot q+-q^4\cdot q^2=0$$

$$-2q^6+2q^5=0$$

$q^5=q^6$; $q=1$; $q=0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

МФТИ

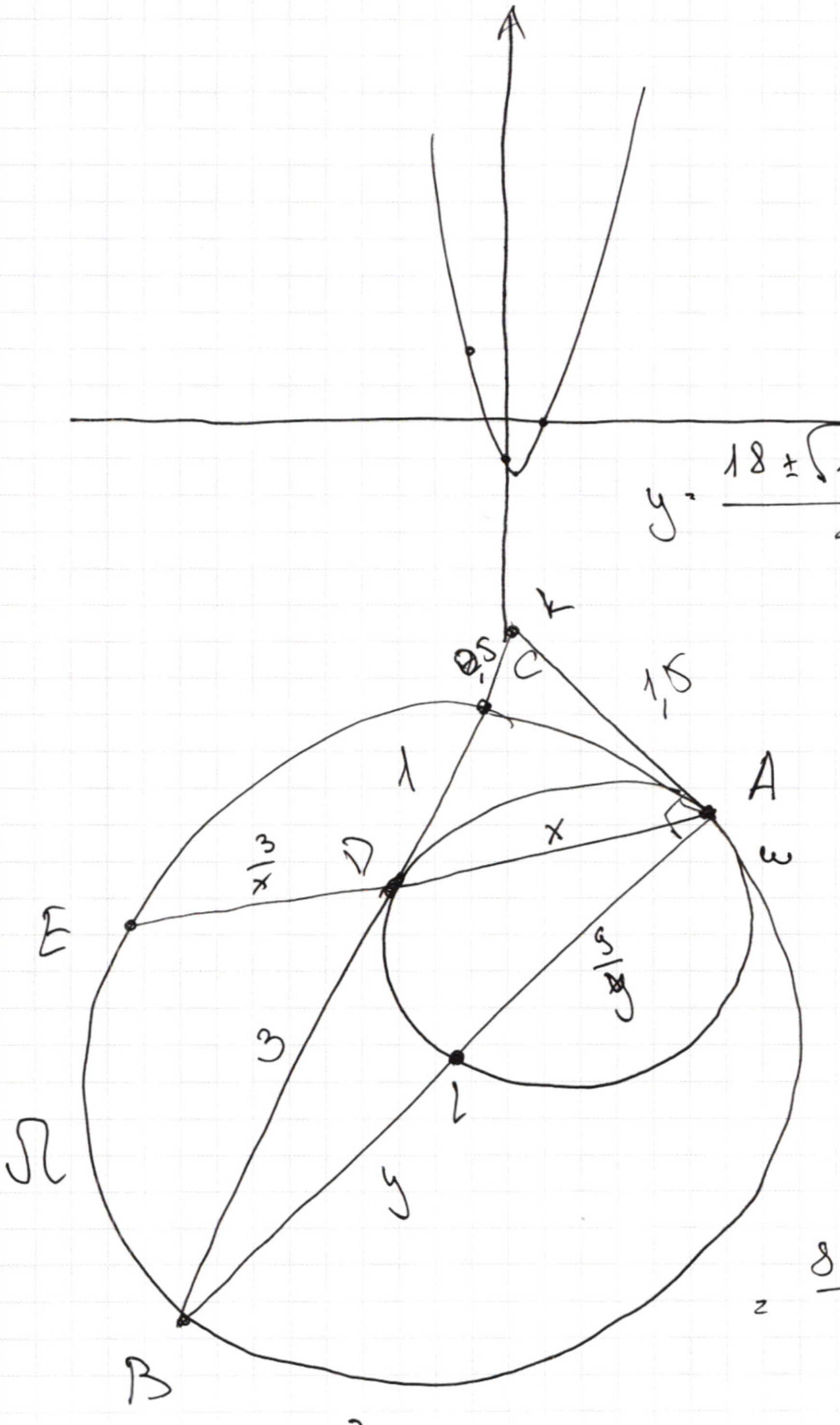
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$2x^2 - x - 1$

$-\frac{-1}{4} = \frac{1}{4}$

$2\cdot\frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1 =$

$= \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$

$y = \frac{18 \pm \sqrt{18^2 - 36}}{2} = 9 \pm \sqrt{81 - 9} =$

$y + \frac{9}{y} = 18$ $\quad = 9 \pm \sqrt{72}$

$y^2 + 9 = 18y$

$y^2 - 18y + 9 = 0$

$y =$

$D_\Omega = y + \frac{9}{y}$

$D_\Omega = 4,5^2 - 1,5^2 =$

$= \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

$= \frac{81 - 9}{4} = \frac{72}{4} = 18$

$1,5 \cdot 1,5 = 2,25$

$(1 + z)^2 = (4 + z)z$

$1 + 2z + \cancel{z^2} = 4z + \cancel{z^2}$

$1 = 2z$

$z = 0,5$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

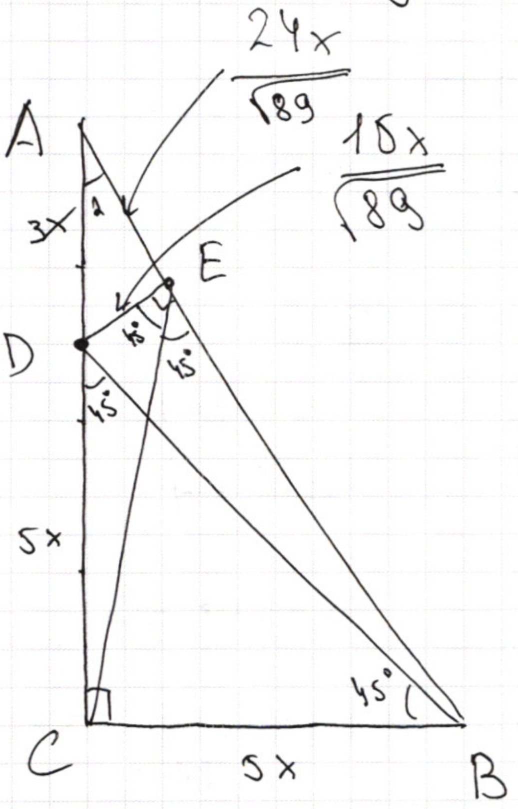
(Нумеровать только чистовики)

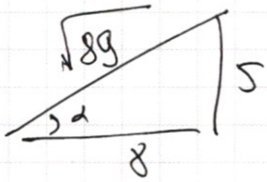
$tg\alpha = \frac{5}{8}$

$25 + 64 =$

$= 89$

$\cancel{3x}$





$3x = \sqrt{89}\, y$

$y = \frac{3x}{89} \cdot 5$

$CE^2 = \frac{64 \cdot 9x^2}{89} + 64x^2 - 2 \cdot \frac{8}{\sqrt{89}} \cdot \frac{24x}{\sqrt{89}} \cdot 8x$

$= \frac{64 \cdot 9x^2}{89} + \frac{64x^2 \cdot 89}{89} - \frac{2 \cdot 8 \cdot 24x \cdot 8x}{89} =$

$= \frac{64 \cdot 9x^2 + 64x^2 \cdot 89 - 64x^2 \cdot 48}{89} =$

$98 - 48 = 50$

$= \frac{64x^2 \cdot 50}{89}$

$CE = \frac{8x \cdot 5\sqrt{2}}{\sqrt{89}}$

$S_{ECD} = \frac{18x}{\sqrt{89}} \cdot \frac{8x \cdot 5\sqrt{2}}{\sqrt{89}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} =$

$300 \cdot 29$

$29 \cdot 3 = 87$

$= \frac{15 \cdot 10 \cdot \overset{2}{\cancel{8}} x^2}{89 \cdot \cancel{4}} = \frac{300x^2}{89} =$

$\cancel{2}$

$= 87$

$^{3}150$

$\underline{8700}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

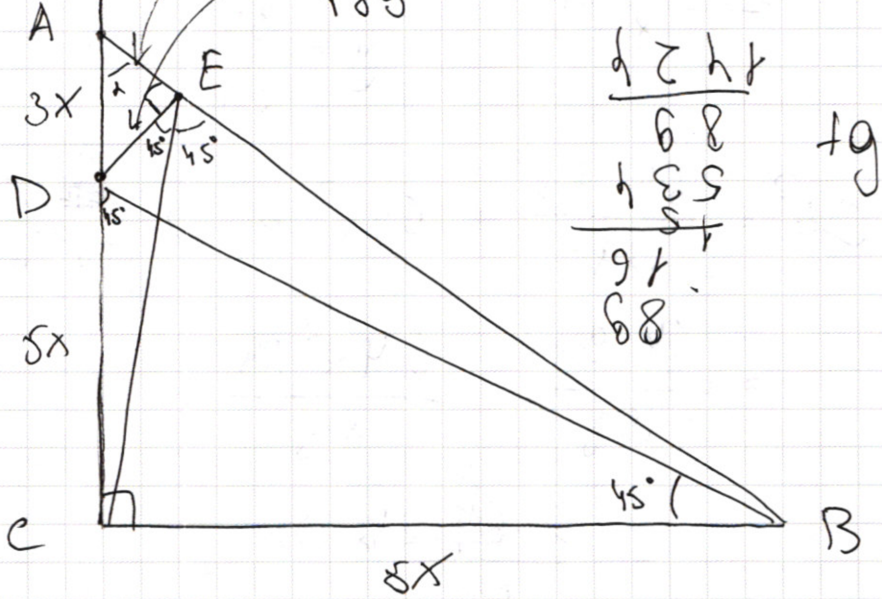
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

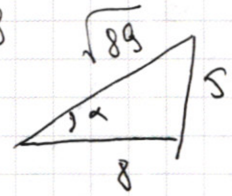
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{8}{\sqrt{89}} \cdot 3x$ $\quad \frac{5}{\sqrt{89}} \cdot 3x$ $\quad 8x = \sqrt{29}$



$tg\,\alpha = \frac{5}{8}$



$25 + 64 = 89$

$\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{89}} \cdot 3x$

$$CE^2 = \left(\frac{8}{\sqrt{89}} \cdot 3x\right)^2 + (8x)^2 - 2 \cdot \frac{24x}{\sqrt{89}} \cdot 8x \cdot \frac{8}{\sqrt{89}} =$$

$$= \frac{24^2 x^2}{89} + 64x^2 - \frac{48x}{89} \cdot 64x =$$

$98 - 64 =$

$$= x^2 \cdot \left(\frac{64 \cdot 9}{89} + \cancel{64}\frac{64 \cdot 89}{89} - \frac{48 \cdot 64}{89}\right) = \quad -\frac{98}{64} \; 34$$

$$= \frac{64 \cdot 34}{89}$$

$$S_{EDC} = x\sqrt{\frac{64 \cdot 34}{89}} \cdot \frac{5}{\sqrt{89}} 3x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= x^2 \cdot \frac{8 \cdot \sqrt{34}}{\sqrt{89}} \cdot \frac{15}{\sqrt{89}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = x^2 \cdot \frac{120 \cdot \sqrt{68}}{89}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)