МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. т.к. a, b, c — члены геометрической прогрессии запишем их в виде a, ka, k^2a, где k — множитель прогрессии.

$ax^2 \cancel{+} 2bx + c = 0$

$ax^2 - 2kax + k^2a = 0$

если $a = 0$, то решение уравнения $x \in R$, что противоречит условию, что у уравнения есть конкретное решение $\Rightarrow a \neq 0$

$a(x^2 - 2kx + k^2) = 0 \quad /: a \neq 0$

$x^2 - 2kx + k^2 = 0$

$(x-k)^2 = 0$

$x - k = 0$

$x = k$

~~Верные~~ члены прогрессии следовательно: $\frac{1}{k^2}; \frac{1}{k}; 1; k$

Третий член прогрессии $\Rightarrow 1$.

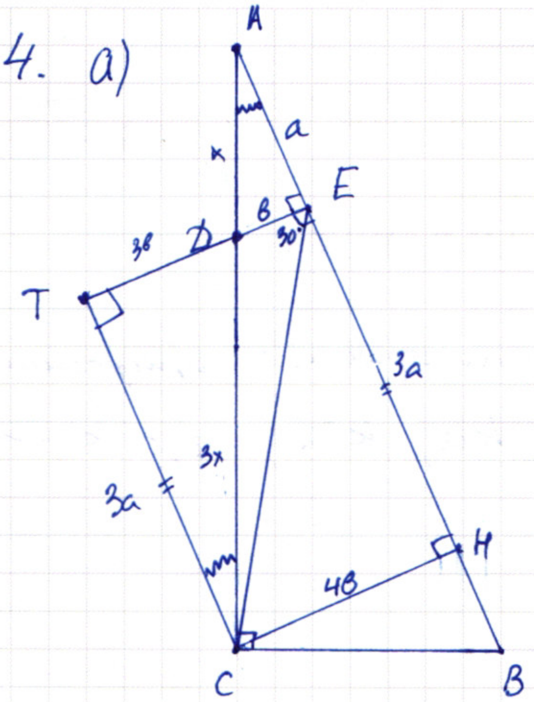
Ответ: 1.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

4. а)



1) Проведём высоту CH

2) Заметим, что $\triangle ADE \sim \triangle ACH$
($\angle A$ – общий, $\angle AED = \angle AHC = 90°$)

$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH} = \frac{DE}{CH}$

пусть $AD = x$, $DC = 3x$ (x – коэфф. пропорциональн.)

$\Rightarrow AC = AD + DC = 4x$

$\frac{x}{4x} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AH} = \frac{DE}{CH}$

3) пусть $AE = a$; $DE = b$,
тогда $AH = 4x$, $EH = 3x$
$DE = b \Rightarrow CH = 4x$

4) $DE \parallel CH$ ($\angle DEA = \angle CHA = 90°$, соответственные углы равны)
$\Rightarrow$ построим прямоугольник $CTEH$
В нём $EH = TC = 3a$, $TE = CH = 4b \Rightarrow TD = 3b$

5) Заметим, что $\triangle CTD \sim \triangle AED$ $\left(\frac{x}{3x} = \frac{b}{3b} = \frac{a}{3a}\right)$
$\Rightarrow$ задача сводится к нахождению $tg\angle TCD$
($\angle TCD = \angle BAC$ в подобных)

6) рассмотрим $\triangle CTE$: $\angle T = 90°$, $\angle E = 30° \Rightarrow \angle TCE = 60°$

$$\begin{cases} tg\angle TCE = \frac{4b}{3a} \\ tg\,60° = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{4b}{3a} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

7) рассмотрим $\triangle CTD$: $tg\angle TCD = \frac{TD}{CT} = \frac{3b}{3a} = \frac{b}{a} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$tg\angle BAC = tg\angle TCD = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

Ответ: $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. б) $\left.\begin{matrix} AC = \sqrt{7} \\ AC = 4x \end{matrix}\right\} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \frac{\sin\angle BAC}{\cos\angle BAC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$\sin\angle BAC = \frac{b}{x}$

$\cos\angle BAC = \frac{a}{x}$

$\frac{b}{a} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$\boxed{b = \frac{3\sqrt{3}a}{4}}$

По Т. Пифагора для $\triangle DAE$: $DA^2 = AE^2 + DE^2$

$x^2 = a^2 + b^2$

$\frac{7}{16} = a^2 + \frac{27a^2}{16} \quad / \cdot 16$

$7 = 16a^2 + 27a^2$

$a^2 = \frac{7}{43}$; $a > 0 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{7}{43}}$

$b = \frac{3\sqrt{21}}{4\sqrt{43}}$

~~В прямоуг~~ По Т. Пифагора в $\triangle CHE$: $CE^2 = CH^2 + EH^2$

$CE^2 = 9a^2 + 16b^2$

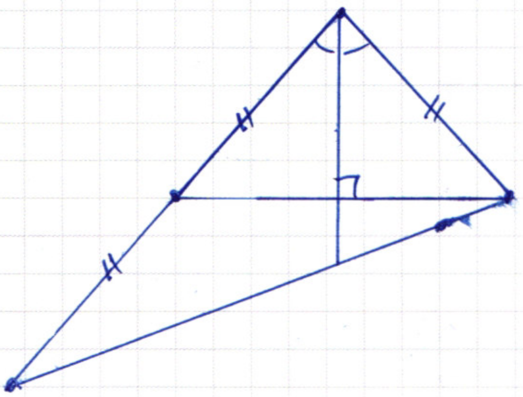
$CE^2 = \frac{63}{43} + \frac{12 \cdot 21}{43} \Rightarrow CE^2 = \frac{252}{43}$; $CE > 0 \Rightarrow CE = \sqrt{\frac{252}{43}}$

$S_{\triangle CDE} = b \cdot CE \cdot \sin 30° = \frac{3\sqrt{21}}{4\sqrt{43}} \cdot \frac{\sqrt{252}}{\sqrt{43}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{21}\sqrt{63}}{8 \cdot 43} = \frac{6 \cdot 21 \cdot \sqrt{3}}{8 \cdot 43} =$

$= \frac{63\sqrt{3}}{172}$

Ответ: $\frac{63\sqrt{3}}{172}$.

2. Рассмотрим произвольный треугольник



Если в треугольнике биссектриса перпендикулярна медиане, то в новом треугольнике, отсечённом медианой, биссектриса — высота $\Rightarrow$ треугольник равнобедренный $\Rightarrow$ в исходном треугольнике какие-то две стороны относятся в отношении $2:1$

Неравенство треугольников гласит, что сторона не может быть больше либо равна суммы двух других $\Rightarrow$ каждая сторона $\underline{< 450}$

Таким образом нам осталось понять сколько треугольников можно составить.

Пусть стороны $\underline{a;\ 2a;\ b}$, тогда периметр

$P = 3a+b$ $(a, b \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \underline{3a+b=900}$

отсюда следует, что нужно выбирать $a \in \mathbb{Z}$, а $\underline{b}$ всегда будет $\in \mathbb{Z}$ при $a \in \mathbb{Z}$.

~~Всего можно выбрать 149 различных $a>0$ ($a \in [1;149]$).~~

~~стороны треугольника будут~~ Можно выбрать ~~300~~ 299 различных

$a>0$ $(a \in [1;299])$, ~~тогда стороны~~. но $\overset{b<450 \Rightarrow a+2a>450}{3a>450} \Rightarrow a>150$

тогда $a \in [151; 299]$, но $\begin{cases} a+b>2a \\ 2a+b>a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>a \\ b>-a \end{cases} \Rightarrow b>a$

тогда $\underset{b=900-a-2a}{900-3a} > a$ $\quad 900>4a \quad a<225$

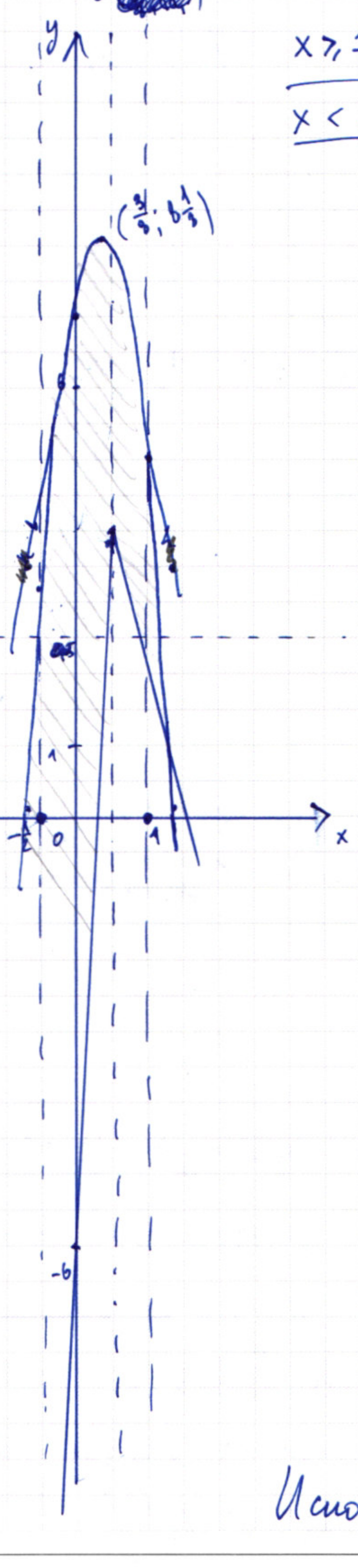
В итоге $a \in [151; 224]$ или $\underline{74 \text{ различных } a}$

Возможные комбинации $(151; 302; 447), (152; 304; 444), \ldots (223; 446; 231), (224; 448; 228)$

(см. дополнение на стр. 7). Ответ: 74 различных треугольника.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. Рассмотрим графики.



$x \geq \frac{1}{2}$: $8x - 12x + 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

$-4x + 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

$x < \frac{1}{2}$: $8x + 12x - 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

$20x - 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

1) строим левую часть ~~графика~~ неравенства

$$y = \begin{cases} -4x + 6 \ (x \geq \frac{1}{2}); \\ 20x - 6 \ (x < \frac{1}{2}) \end{cases}$$

2) строим правую часть ~~графика~~ неравенства.

$y = -8x^2 + 6x + 7$

$y = -(8x^2 - 6x - 7)$

$y = -\left((2\sqrt{2}x)^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4}x + \frac{9}{2} - 7 - \frac{9}{2}\right)$

$y = -\left(2\sqrt{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 + 11,5$

↑

параллельный перенос ↑ на 11,5

$y = -\left(2\sqrt{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2$

↑

разворот относительно Ox

$y = \left(2\sqrt{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2$

↑ ~~сжатие~~

~~растяжение относительно Oy в $2\sqrt{2}$ раз.~~

~~$y = 8x^2 - 6x + \frac{9}{2}$~~

~~$x_в = \frac{3}{8}$~~ $y = 8x^2 - 6x + \frac{9}{2}$

$x_в = \frac{3}{8}$

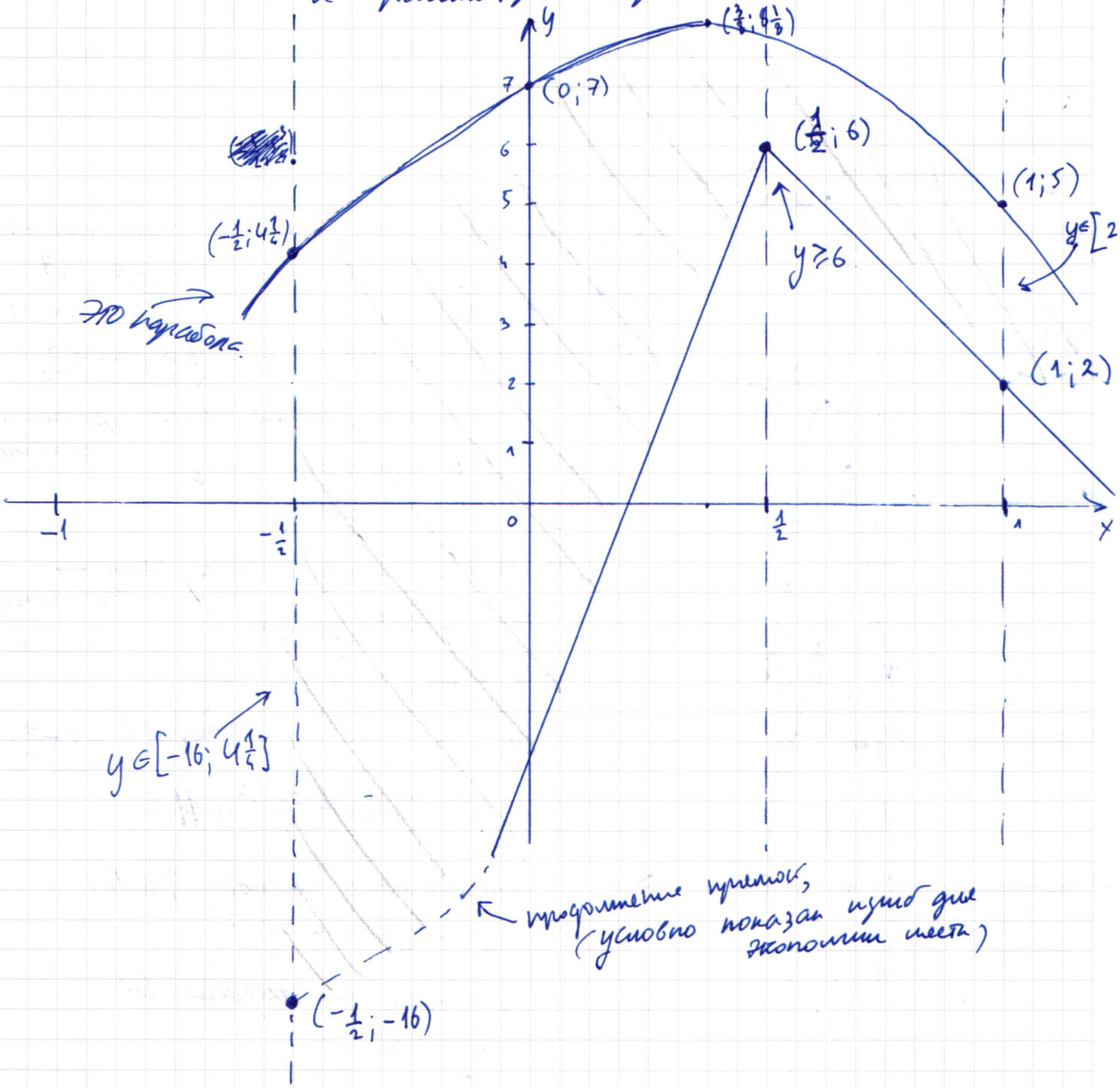
$y_в = -\frac{9}{8} + \frac{9}{4} + 7 = 8\frac{1}{8}$

$y = \left(2\sqrt{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2$

$y = 8\left(x - \frac{3}{8}\right)^2$

Искомая зона выше первого графика и ниже второго.

Перестроим графики с разными ед. отрезками по Ox и Oy и рассмотрим критические точки.



Теперь нам нужно поместить прямую $y = ax + b$ так, чтобы на отрезке $[-\frac{1}{2}; 1]$ она полностью лежала между графиками в точках $x = -\frac{1}{2}$; $x = 1$ ее значение должно попадать в отрезки $[-16; 4\frac{1}{4}]$ и $[2;5]$ соответственно, но где-то внутри она должна принять значение ~~боль~~ не меньше 6, а это не возможно для линейной функции, т.к. она ~~воз~~ монотонна на всей области определения.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 6
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 (дополнение). Нужно проверить, что среди комбинаций a, $2a$, b, таких что $3a+b=900$ нет повторов.

~~$a=b$ невозможно, т.к. $a \leq 224$, а $b > 225$~~ $b>a$

~~$2a = b = \frac{900-a}{2}$~~

~~$2a = \frac{900-a}{2} \Rightarrow a = \frac{1800}{5}$, $a = 360$~~

$a < 2a$, $a < b$, значит ~~...~~ сторона a всегда принимает уникальное значение. $\Rightarrow$ одинаковых треугольников не может быть.

7. Докажем свойство для деления. $(a>0, b>0)$ (по условию)

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(\frac{a}{b}\cdot b) = f(\frac{a}{b}) + f(b)$, $\quad (\frac{a}{b}\cdot b = a)$

$f(a) = f(\frac{a}{b}) + f(b)$

$\boxed{f(\frac{a}{b}) = f(a) - f(b)}$

$f(x) < f(y)$

$\Rightarrow$

таким образом $f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y) < 0$.

напишем все значения функции на отрезке $x \in [2;22]$ $(x \in N)$.

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$f(4) = f(2) + f(2) = 2$

$f(5) = 2$

$f(6) = f(2) + f(3) = 2$

$f(7) = 3$

~~$f(8) = f(2) + f(2) + f(2) = 3$~~

$f(8) = f(2) + f(4) = f(2) + f(2) + f(2) = 3$

$f(9) = 2$

$f(10) = 3$

$f(11) = 5$

$f(12) = 3$

$f(13) = 6$

$f(14) = 4$

$f(15) = 3$

$f(16) = 4$

$f(17) = 8$

$f(18) = 3$

$f(19) = 9$

$f(20) = 4$

$f(21) = 4$

$f(22) = 6$

выпишем в порядке неубывания:

$$\underbrace{f(2);\ f(3)}_{1\ \ 1};\ \underbrace{f(4);\ f(5);\ f(6);\ f(9)}_{2\ \ 2\ \ 2\ \ 2};\ \underbrace{f(7);\ f(8);\ f(10);\ f(12);\ f(15);\ f(18)}_{3\ \ 3\ \ 3\ \ 3\ \ 3\ \ 3};\ \underbrace{f(14);\ f(16);\ f(20);\ f(21)}_{4\ \ 4\ \ 4\ \ 4};$$

$$\underbrace{f(11)}_{5};\ \underbrace{f(13);\ f(22)}_{6\ \ 6};\ \underbrace{f(17)}_{8};\ \underbrace{f(19)}_{9}$$

Всего пар $\underset{(f(2);f(3))}{2}\cdot 19 + 4\cdot 15 + 6\cdot 9 + 4\cdot 5 + \overset{1\cdot 4}{\cancel{}} + 2\cdot 2 + 1\cdot 1 =$

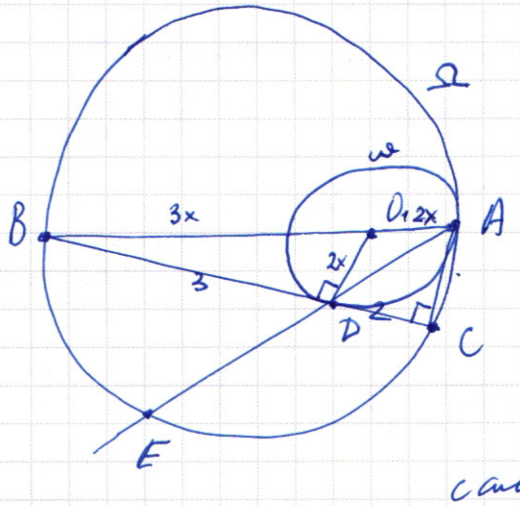
ост. числа больше $f(2)$ или $f(3)$

$= 38 + 60 + 54 + 20 + 4 + 4 + 1 = 134 + 9 + 38 =$

$= 172 + 9 = 181$ пара

Ответ: 181 пара.

5.



1) Центр окружности ω лежит на диаметре AB, т.к. ω касается Ω в точке $A \Rightarrow O_1 \in AB$

2) построим O_1D, т.к. это радиус проведённый в точку касания, то он перпендикулярен самой касательной $O_1D \perp BC$

3) $AC \perp BC$, т.к. $\angle ACB$ опирается на диаметр и вписан в Ω.

4) $\left.\begin{array}{l} AC \perp BC \\ O_1D \perp BC \end{array}\right\} AC \parallel O_1D$

5) параллельные прямые отсекают пропорциональные отрезки $\dfrac{BO_1}{BD} = \dfrac{OA}{DC} \Rightarrow \dfrac{BO_1}{3} = \dfrac{OA}{2}$ (пусть $BO_1 = 3x$, $OA = 2x$ (x – коэфф. пропорц.))

6) OA – радиус, O_1D тоже, $O_1D = OA = 2x$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 (продолжение).

7) в ΔBO_1D по Т. Пифагора $BO^2 = O_1D^2 + BD^2$

$9x^2 = 4x^2 + 9$

$x^2 = \frac{9}{5}$ $(x>0)$

$x = \frac{3}{\sqrt5}$; $\underline{x = \frac{3\sqrt5}{5}}$ $\Rightarrow$ $\underline{OA = \frac{6\sqrt5}{5} = r_\omega}$

8) $OA + OB = AB = 2r_\Omega$

$5x = 2r_\Omega$

~~$r_\Omega = \frac{3\sqrt5}{2}$~~ . $\underline{r_\Omega = \frac{3\sqrt5}{2}}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

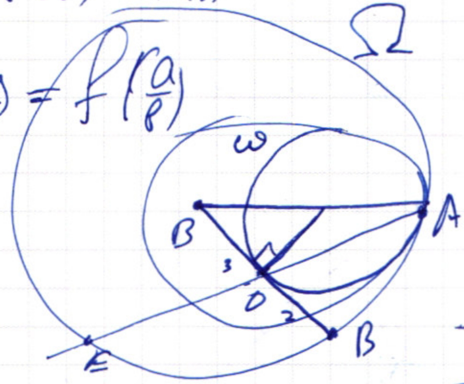
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

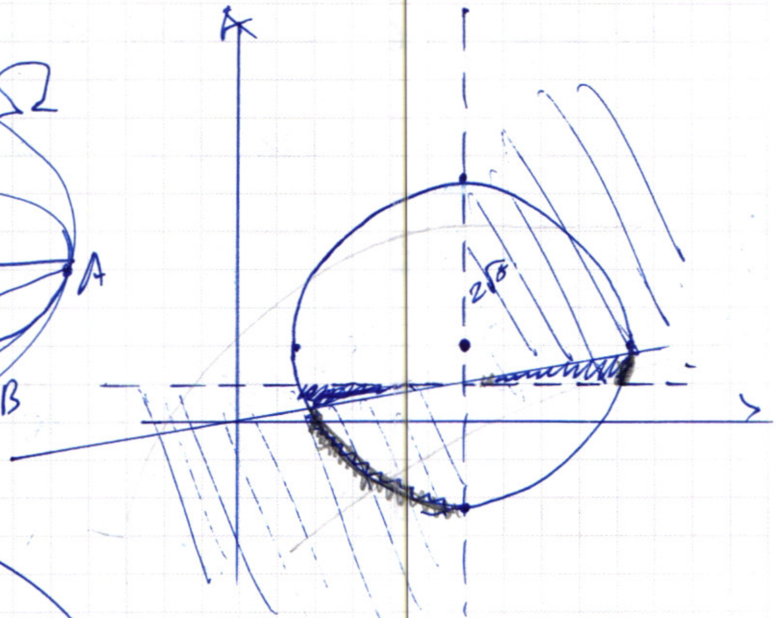
$f(ab) = f(a) + f(b)$

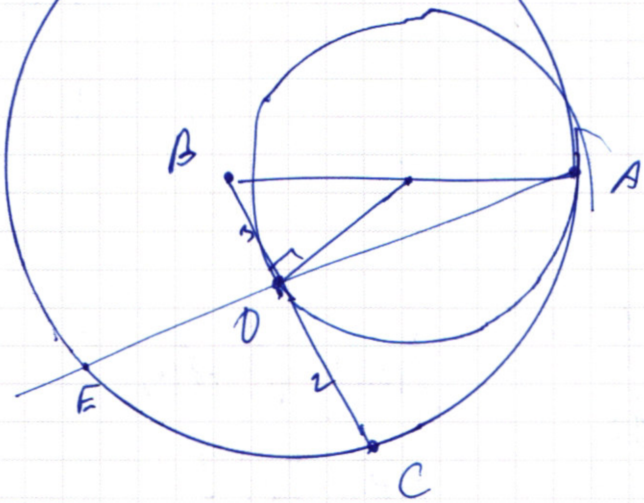
$f\left(\frac{ab}{b}\right) = f\left(\frac{a}{b}\right) + f(b)$

$f(a) - f(b) = f\left(\frac{a}{b}\right)$

$(x-6)(y-$







$a - 6b = \sqrt{ab}$

$a^2 + 36b^2 - \cancel{12ab} = 0$

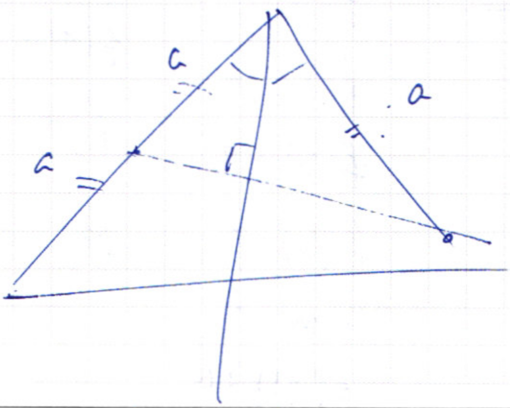
$+13ab$

$a^2 + b^2 = 20$

$a > 6b$

$x > 6y$

$y < \frac{x}{6}$



$f(2) = 1$ $f(8) = 3$

$f(3) = 1$ $f(9) = 4$

$f(4) = \frac{\cancel{2+2}}{2} = 4$ $f(10) = 3$

$f(5) = 2$ $f(11) = 5$

$f(6) = \frac{\cancel{2+2}}{2}$ $f(12) = 3$

$f(7) = 3$ $f(13)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № —

(Нумеровать только чистовики)

$8x - 6|2x-1| \leq ax+b \leq -8x^2+6x+7$

$y \in (2x+1)^2$

$2x-1 \geq 0$

$x \geq \frac{1}{2}$ $\quad x < \frac{1}{2}$ $\quad 20x - 6$

$-1 \quad 0 \quad 1$

$8x - 12x + 6 \leq ax+b \leq -8x^2+6x+7$

$-4x+6 \leq ax+b \leq -8x^2+6x+7$

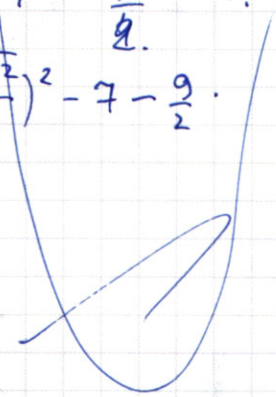
$-8x^2+6x+7$

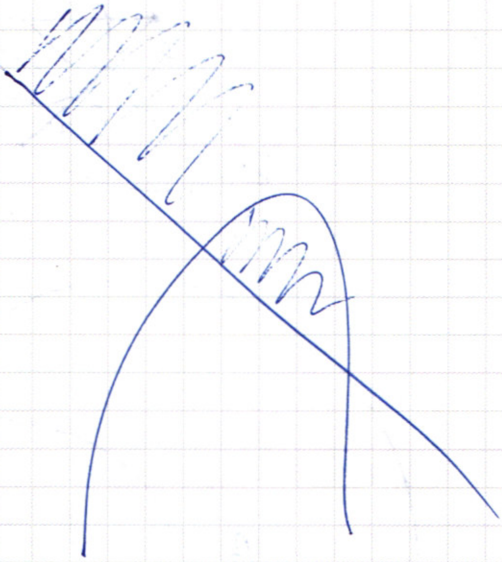
$-(8x^2+6x-7)$

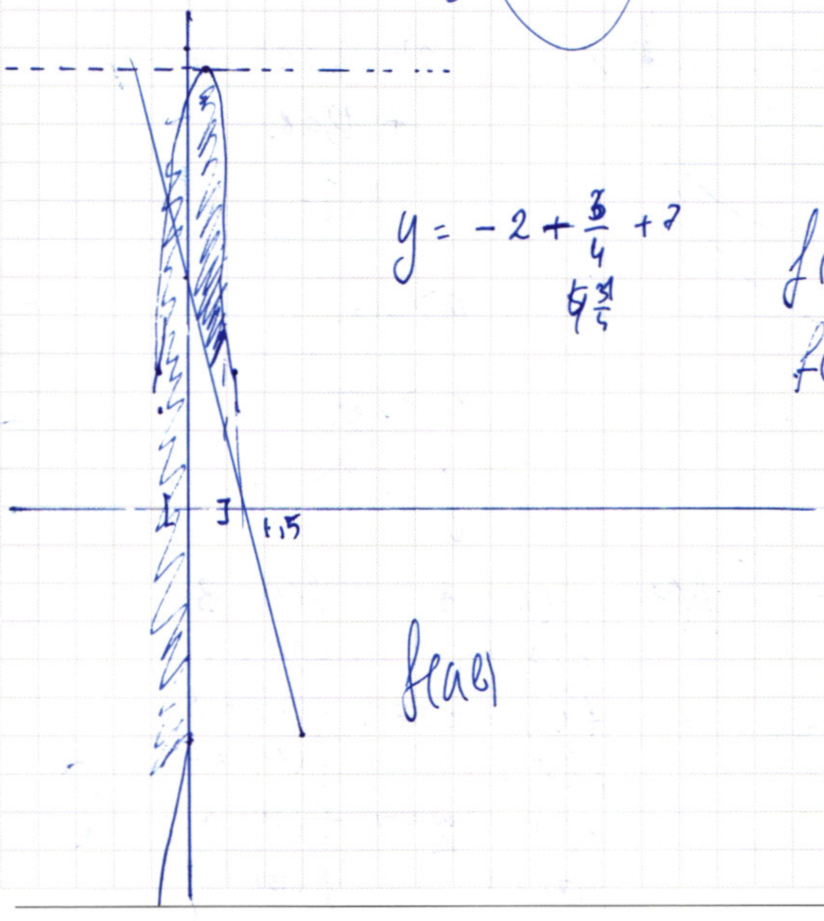
$8x^2 + 2\cdot 2\sqrt{2}x\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right) + \frac{9}{2} - 7 - \frac{9}{2}$

$-\left(\left(2\sqrt{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 - 7 - \frac{9}{2}\right)$

$\frac{3\sqrt{2}}{8\sqrt{2}}$







$y = -2 + \frac{3}{4} + 7$

$5\frac{3}{4}$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/2]$

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$f(5) = 2$

$f(7) = 3$

$f(11) = 5$

$f(13) = 6$

$f(17) = 8$

$f(19) = 9$

$f(ab)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$ax^2 + 2kax + k^2a = 0$

$x^2 + 2kx + k^2 = 0$

$\cancel{x^2+2} \; (x+k)^2 = 0$

$x + k = 0$

$x = -k$

$k^2a + 2k^2a + k^2a = 0$

$4k^2a = 0.$

$a = b$

$a = b = \frac{900 - 2a}{2}.$

$a = b.$

$300.$

$225 = a = b.$

$xy - 6y - x + 6$

$x(y-1) - 6(y-1)$

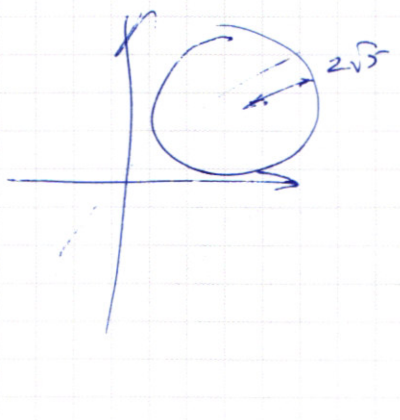
$\sqrt{(x-6)(y-1)}$

$x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}$

$(x-6) - 6(y+1)$

$x^2 - 12x + 36 + y^2 - 4y + 4 = 20$

$(x+6)^2 + (y-2)^2 = 20.$



$\overset{a}{(x-6)} - 6\overset{b}{(y-1)} = \sqrt{(x-6)(y-1)}$

$(x-6)^2 + (y-2)^2 = 20$

$\cancel{a+6b = \sqrt{ab}}$

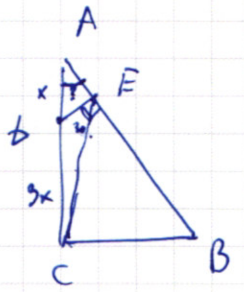
$\cancel{a^2 - 2(b+1)^2}$

$a + 6b + 6 = \sqrt{a(b+1)}$

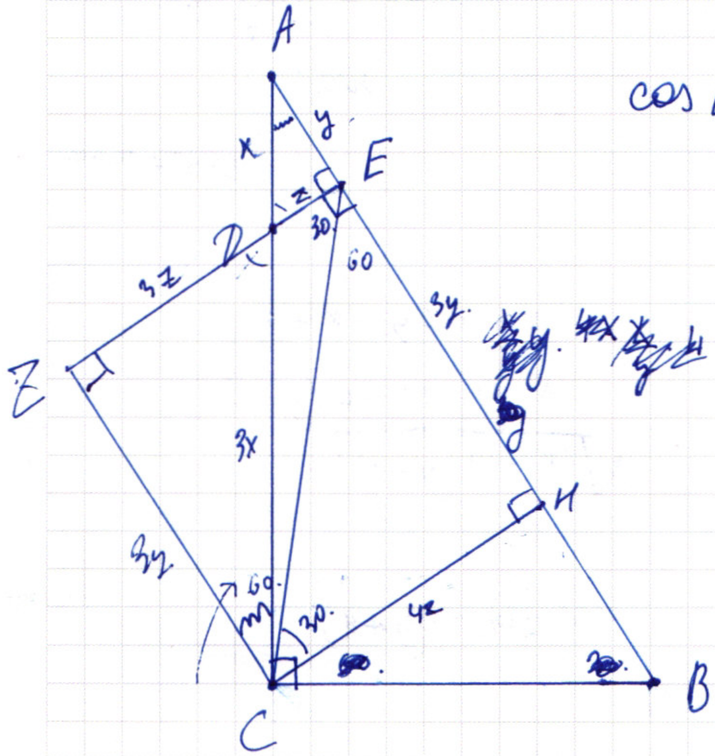
$a^2 + b^2 = 20.$

$-6y + 6 = 0,$

$y = 1.$



$$tg\angle BAC = \frac{CB}{\cancel{4x}} = \frac{DE}{AE}$$



$$\cos\angle BAC = \frac{AE}{x} = \frac{4x}{AB}$$

$$AE \cdot AB = 4x^2$$

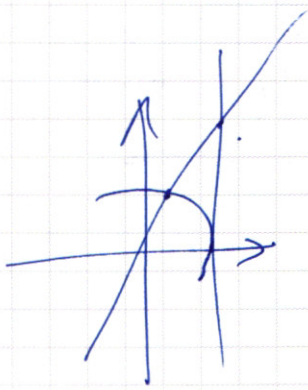
$$\sin\angle BAC = \frac{DE}{x} = \frac{CB}{AB}$$

$$~~tg\angle BAC = \frac{4x}{CB} = \frac{AE}{DE}~~$$

$$\cos\angle BAC = \frac{AE}{x} = \frac{4x}{AB} = \frac{AH}{4x} = \frac{CH}{CB}$$

$$tg\angle ZCE = \sqrt{3} = \frac{3y}{4z}$$

$$\frac{3y}{3z}$$

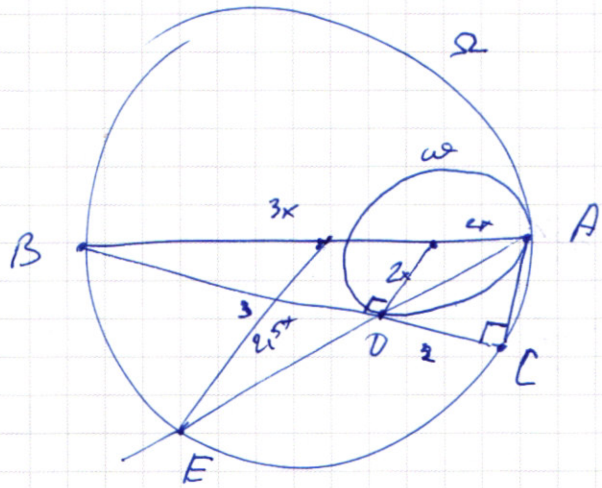


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$f(ab) = f(a) + f(b)$$

$$f\left(\frac{ab}{b}\right) \Rightarrow f\left(\frac{a}{b}\cdot b\right) = f\left(\frac{a}{b}\right) + f(b)$$

$$f(a) - f(b)$$



$$9x^2 = 4x^2 + 9$$

$$x^2 = \frac{3}{\sqrt5} \qquad \frac{3\sqrt5}{2}$$

$$x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)}$$

$$x^2 + 36y^2 - 12xy - xy + 6y + x - 6 = 0.$$

$$x^2 + x + 36y^2 + 6y - 13xy.$$

$$x(x+1) + 6y(y+1)$$

$(x-6)^2+(y-2)^2-36\cancel{-4+20}=20$

$x-6=2$

8 — 6

$\cancel{4}$ — -2

2 — 64

$\cancel{18}$ — 0

10

$x-6y$

~~x+y+6y 6x~~

$\cancel{x}$

$2x-3x$

$2{,}5x-3{,}5x-\cancel{2{,}5}y-3{,}5y$

$2{,}5(x-y)-3{,}5(x+y)$

$x-6-6y$

$a-6b=\sqrt{ab}$

$a^2+(b-1)^2=20.$

$\cancel{(6b+\sqrt{ab})^2+(b-1)^2=20}$

$\cancel{36b^2+12b\sqrt{ab}}+ab+b^2-2b+1=20.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № —

(Нумеровать только чистовики)