11/11

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 12 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c – соответственно первый, второй и третий члены некоторой арифметической прогрессии (при этом a, b, c не заданы, но известно, что $c < 0 < a$). Меньший корень уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$ является четвёртым членом этой прогрессии. Найдите его.

2. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + \sqrt[3]{x^2 - y^2} = 57, \\ y + \sqrt[3]{x^2 - y^2} = -68. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите количество шестизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12468.

4. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм с тупым углом C. Пусть E – точка пересечения прямой AB с перпендикуляром к AC, проходящим через C, а прямая ED пересекает диагональ AC в точке N. Известно, что $CN = 4$, $AN = 8$, $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle ADC\right) = \frac{2}{5}$.

   а) Найдите $\operatorname{tg}\angle BAC$.

   б) Найдите площадь треугольника ENA.

5. [5 баллов] Биссектрисы внутреннего и внешнего угла A треугольника ABC пересекают прямую BC в точках M и N соответственно. Окружность, описанная вокруг треугольника AMN, касается стороны AB в точке A. Прямая AC повторно пересекает окружность в точке K. Найдите радиус окружности, угол ACB и площадь четырехугольника $ANKM$, если известно, что $AB = \sqrt{10}$, $BM = \sqrt{2}$.

6. [5 баллов] На доску выписаны попарно различные натуральные числа: часть из них делятся на 5, но не делятся на 7, остальные же наоборот делятся на 7 и при этом не делятся на 5. Оказалось, что выбрать тройку чисел из выписанных на доску так, чтобы среди них оказалось хотя бы одно кратное 5 и хотя бы одно кратное 7, можно 49 способами. Сколько было выписано чисел?

7. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$4 - 3x - |6x - 2| \leqslant ax + b \leqslant \frac{17 + 15x}{5 + 3x}$$

выполнено для всех x на промежутке $[-1; 1]$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

k - разность м/у членами арифм. прогрессии

т.к. $c < 0 < a$, то $k < 0$

$b = a + k$

$c = a + 2k$.

d (4ый член арифм прогрессии) $= a + 3k$.

$ax^2 + 2(a+k)x + (a+2k) = 0$.

$D = 4(a+k)^2 - 4a(a+2k) = \cancel{4a^2} + \cancel{8ak} + 4k^2 - \cancel{4a^2} - \cancel{8ak} = 4k^2 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4k^2} = -2k$ (т.к. $k<0$)

т.к. d - меньший корень, $a > 0$, то

$d = \frac{-2b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2a - \cancel{2k} + \cancel{2k}}{2a} = -1$.

Ответ: -1.

Задача 2.

Пусть $\sqrt[3]{x-y} = a$

$\sqrt[3]{x+y} = b$, тогда $\sqrt[3]{x^2-y^2} = ab$.

$x = \frac{a^3 + b^3}{2}$

$y = \frac{b^3 - a^3}{2}$

$\frac{a^3+b^3}{2} + ab = 57. \Leftrightarrow ab = 57 - \frac{a^3}{2} - \frac{b^3}{2}$ (1)

$\frac{b^3-a^3}{2} + ab = -68 \Leftrightarrow ab = -68 - \frac{b^3}{2} + \frac{a^3}{2}$ (2)

(1) = (2)

$57 - \frac{a^3}{2} - \cancel{\frac{b^3}{2}} = -68 - \cancel{\frac{b^3}{2}} + \frac{a^3}{2}.$

$125 = a^3 \Rightarrow a = 5.$

$\frac{125}{2} + \frac{b^3}{2} + 5b - 57 = 0 \ / 2.$

$125 + b^3 + 10b - 114 = 0$

$b^3 + 10b + 11 = 0.$

Заметим, что $b = -1$, корень, тогда поделим на $(b+1)$ в столбик.

$$\begin{array}{l|l} b^3+10b+11 & b+1 \\ \hline -\ b^3+b^2 & b^2-b+11 \\ \quad -b^2+10b & \\ \quad -\ -b^2-b & \\ \qquad 11b+11 & \\ \qquad -\ 11b+11 & \\ \qquad\quad 0. & \end{array}$$

$D = 1 - 4\cdot 11 < 0 \Rightarrow$ решение в дальнейшем невозможно $\Rightarrow$ $b = -1.$

$x = \frac{125-1}{2} = 62$

$y = \frac{-1-125}{2} = -63.$

Ответ: $x = 62$
$y = -63.$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

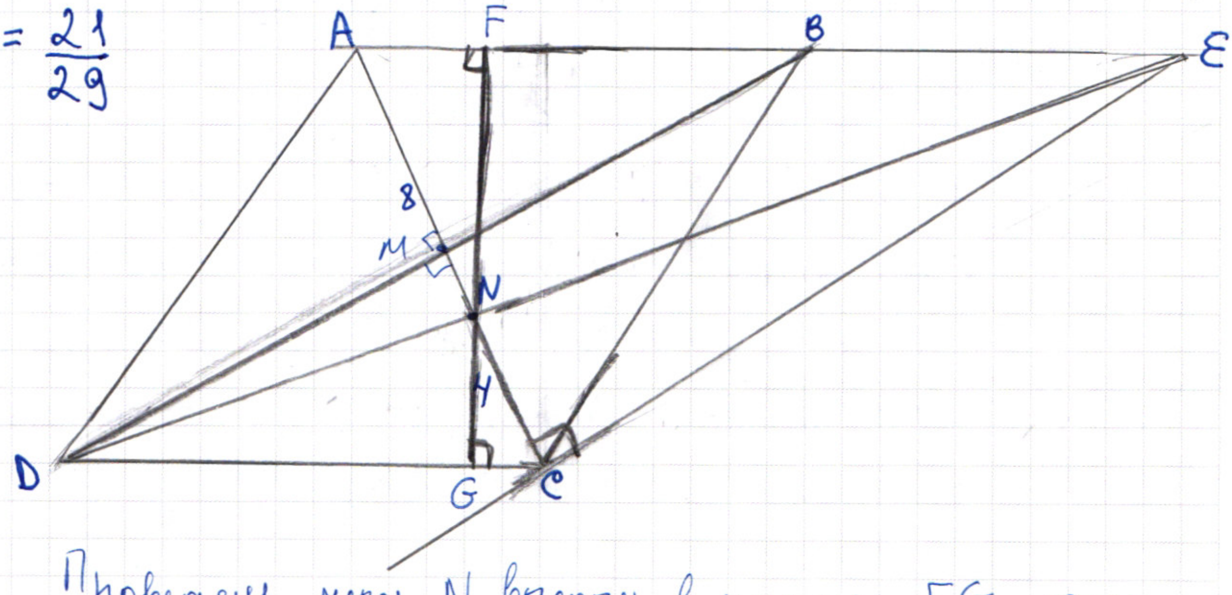
Задача 4.

$$tg\left(\frac{1}{2}\angle ADC\right)=\frac{2}{5} \Rightarrow \cos\left(\frac{1}{2}ADC\right)=\sqrt{\frac{1}{1+tg^2\left(\frac{1}{2}ADC\right)}}=$$

$$=\sqrt{\frac{25}{29}}=\frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\cos(ADC)=2\cos^2\left(\frac{ADC}{2}\right)-1=\frac{2\cdot 25}{29}-1=$$

$$=\frac{21}{29}$$



Проведем через N высоту в пар-ме FG, тогда $\triangle ANF \sim \triangle CNG$ (по 2-м $\angle$)

$K=\frac{8}{4}=\frac{AN}{NC}=2$, $\angle AFG=90^\circ=\angle FGC$;

$\angle ANF=\angle GNC$ пос-у верт. $\angle$.

тогда пусть $GC=a$;

$AB=DC=b$, как стороны пар-ма.

тогда $AF = 2a$ (из подобия)

$FB = b - 2a$

$DG = b - a$.

Рас $\triangle DNG$ и $\triangle ENF$ тогда (эти $\triangle \sim$ по 2м $\angle$ аналогично) $k = \frac{FN}{NG} = 2$ (из прошлого $\sim$)

$\Rightarrow FE = 2DG = 2b - 2a$.

$BE = \cancel{AE - AB} = FE - FB = 2b - 2a - b + 2a = b \Rightarrow$

$AB = BE = DC$

Рас прямоугольный $\triangle ACE$; в нем $AB = BE \Rightarrow$ CB - медиана, а медиана проведенная к гипотенузе $= \frac{1}{2}$ гипотенузы $\Rightarrow CB = AB = AE \Rightarrow$ т.к. в парме смежные стороны CB и $AB =$, то $ABCD$ - ромб

$\Rightarrow \angle BAC = \angle CAD = \angle ACB = \angle ACD$.

~~т.к.~~ $\Rightarrow$ проведем диагональ BD (т.к. $ABCD$ - ромб то диагонали $ABCD$ - перпендикулярны) и т.к. $ABCD$ ромб $\angle CDB = \frac{1}{2} \angle ADC$ $\cancel{\Rightarrow}$ и т.к. диагонали в парме точкой пересеч делятся пополам, то CM (M - точка пересеч диагоналей $ABCD$) $= 6$; ~~DM~~ $\frac{CM}{DM} = tg\, MDC$

$\frac{CM}{DM} = \frac{2}{5}$.

~~DM~~ $\frac{6}{DM} = \frac{2}{5} \Rightarrow DM = 15$; $tg\, DCM = \frac{DM}{MC} = \frac{15}{6} =$

$= \frac{5}{2} \Rightarrow tg \angle BAC = \frac{5}{2}$ (т.к. $\angle =$).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S_{\triangle ADC} = \frac{DM \cdot AC}{2} = \frac{15 \cdot 12}{2} = 90$$

т.к. $ABCD$-ромб, то $\triangle ADC = \triangle ABC$ по 3м сторонам

$\Rightarrow S_{ADC} = S_{ABC} = 90.$

$S_{ABC} = S_{BCE}$ т.к. CB-медиана, $S_{ECA} = S_{ABC} + S_{BCE} = 180$

$$S_{ENA} = \frac{AN}{AC} \cdot S_{ECA} = \frac{180 \cdot 8}{12} = 120.$$

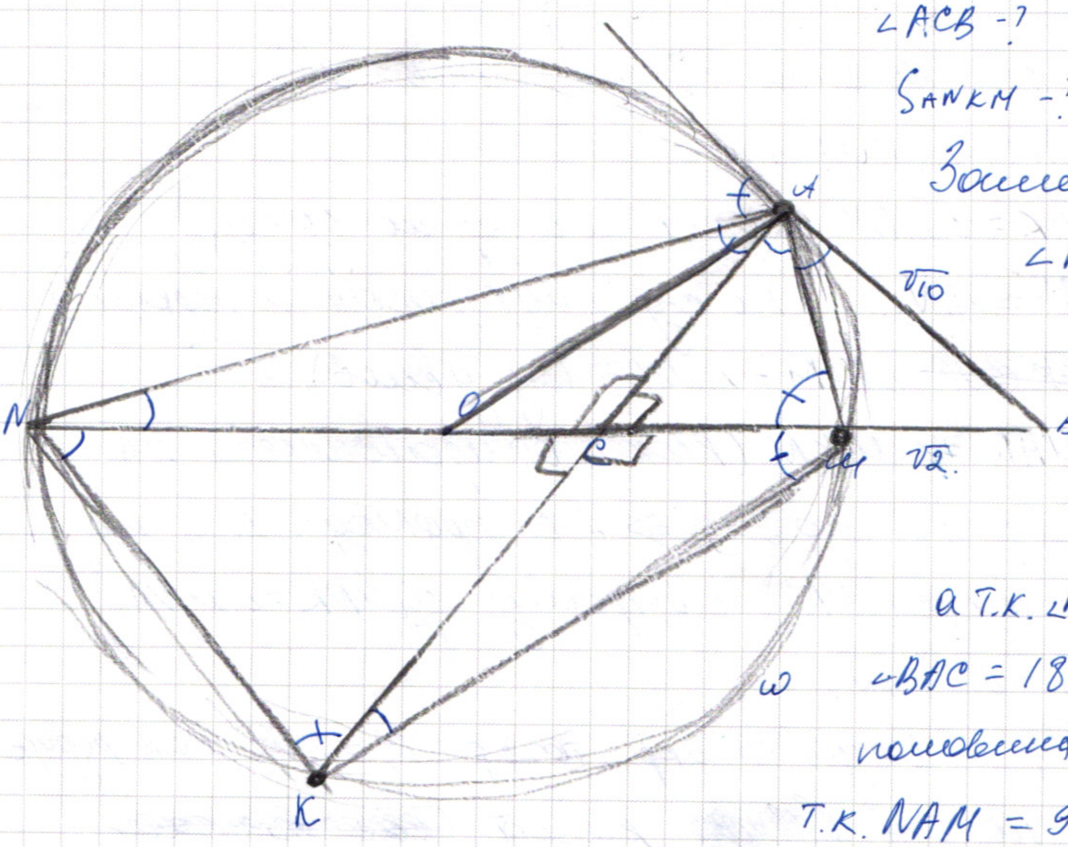
Ответ: а) $\frac{5}{2}$ б) 120

Задача 5.

r_ω -? ω-окр. из условия

$\angle ACB$ -?

S_{ANKM} -?



Заметим, что $\angle NAM = 90°$, т.к. $= \frac{\angle BAC}{2} + \frac{\text{внешний} \angle BAC}{2}$

а т.к. $\angle BAC$ + внешний $\angle BAC = 180$ то их половина 90,

т.к. $NAM = 90°$, то NM — диаметр окружности ω $\Rightarrow \frac{1}{2} NM = r_\omega$

Степень точки $B = AB^2$ т.к. AB - косат $\Rightarrow$

степень $B = (\sqrt{10})^2 = 10$.

степень $B = BN \cdot BM \Rightarrow 10 = BN \cdot \sqrt{2}$

$BN = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$.

$NM = BN - BM = 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow R_\omega = \frac{4\sqrt{2}}{2} =$

$= 2\sqrt{2}$.

$\angle ACB = \frac{\cup AM}{2} + \frac{\cup NK}{2}$

т.к. $\angle$ м-у косат и хордой $= \frac{1}{2}$ дуги на которую опер, то $\angle$ ~~AM~~ $BAM = \frac{1}{2} \cup AM$. , т.к. $\angle BAM = \angle MAK$ как бессектрисса, то $\frac{\cup AM}{2} = \angle MAK$

$\frac{\cup AM}{2} + \frac{\cup NK}{2} =$ ~~[illegible]~~ $\angle MAK + \angle NAC =$

$= \angle NAM = 90°$ по выше сказ $\Rightarrow \angle ACB = 90°$.

$\Delta NAM = \Delta NKM$ т.к.

$\begin{cases} \angle MAK = \angle MNK. \text{ (по с-у } \angle \text{ опер на 1 дугу)} \\ \angle BAM = \angle ANB \text{ (по с-у } \angle \text{ м/у косат и хордой)} \\ \cancel{\angle MAK} \ \angle BAM = \angle MAC \text{ (из услов)}. \end{cases}$

$\angle MAN = \angle MKN$ (как $\angle$ опирающиеся на диаметр и $=$ по $90°$). $\Rightarrow$ 2 прямоуг $\Delta =$ по гипотенузе (MN) и острому $\angle$ ($\angle MNK = \angle MNA$.)

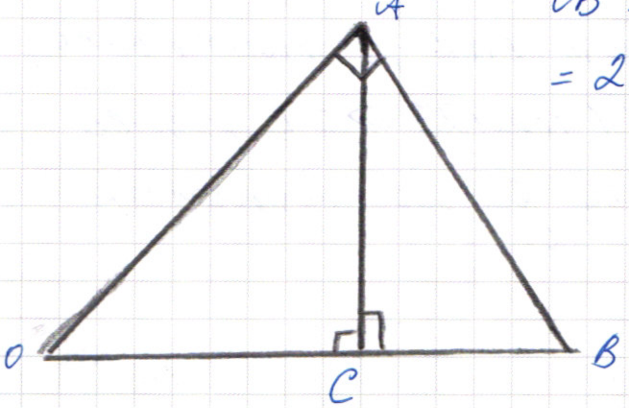
$\Rightarrow S_{ANKM} = 2 S_{NAM}$.

Пусть O - центр окр, тогда $OM = 2\sqrt{2}$ как радиус $\angle OAB = 90°$ по с-у ~~[illegible]~~ касат. (~~[illegible]~~ $\angle$ м-у касат и ~~[illegible]~~ центром окр провед в точку касания $= 90°$),

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рас $\triangle OAB$



$OB = OM + MB = r_\omega + MB =$
$= 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$

$OA = r_\omega = 2\sqrt{2}$

$AB = \sqrt{10}.$

AC - высота в прямоуг $\triangle OAB$.

$\sin\angle AOB = \dfrac{AB}{OB} = \dfrac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ в $\triangle OAB$

$\sin\angle AOB = \dfrac{AC}{OA} \Leftrightarrow AC = \sin\angle AOB \cdot OA = \dfrac{\sqrt{5}}{3} \cdot 2\sqrt{2} =$

$= \dfrac{2\sqrt{10}}{3}$ в $\triangle AOC$.

$S_{NAM} = \dfrac{AC \cdot NM}{2} = \dfrac{\cancel{2}\sqrt{10} \cdot 4\sqrt{2}}{3 \cdot \cancel{2}} = \dfrac{8\sqrt{5}}{3}$ по $S_\triangle$.

Ответ: $r_\omega = 2\sqrt{2}$

$\angle ACB = 90^\circ$

$S_{NAM} = \dfrac{8\sqrt{5}}{3}.$

Задача 6.

Пусть x чисел было $\vdots 5$, но $\not\vdots 7$ и y чисел $\vdots 7$, но ~~не~~ $\not\vdots 5$, тогда всего чисел на доске $(x+y)$, а кол-во способов выбрать 3 числа чтоб имелось хотябы по 1 каждого вида

$\frac{x \cdot y \ (x+y-2)}{2}$, т.к. 1 число которое $\vdots 5$ можно выбрать x способами, 2 число $\vdots 7$ – y способами, а третье число выбираем из оставшихся (x+y-2) чисел, но т.к. данное число либо $\vdots 5$ либо $\vdots 7$, то мы можем его выбрать как дополнительное 3 число, как и основное (1 или 2) $\Rightarrow$ т.о. кол-во способов удваивается поэтому делим пополам

$$\frac{xy\,(x+y-2)}{2} = 49$$

$$xy\,(x+y-2) = 98$$

$$98 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \Rightarrow 98 = 1 \cdot 98 = 98 \cdot 1 = 14 \cdot 7 =$$
$$= 7 \cdot 14 = 49 \cdot 2 = 2 \cdot 49$$

$\begin{cases} xy = 1 \\ x+y-2 = 98 \end{cases}$ – не имеет решений в N числах

~~$x+y = 100 \Rightarrow$ т.к. $x+y \geq 2\sqrt{xy}$, то~~

$\begin{cases} xy = 98 \\ x+y-2 = 1 \end{cases}$ – не имеет решений в N числах

$$\begin{cases} xy = 14 \Leftrightarrow y = \frac{14}{x} \\ x+y-2 = 7 \Leftrightarrow y = 9-x \end{cases}$$

$$\frac{14}{x} + x - 9 = 0 \quad | \cdot x$$

$$14 + x^2 - 9x = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 14 = 25$$

$x_1 = \frac{9+5}{2} = 7$ $\quad x_2 = \frac{9-5}{2} = 2$
$y_1 = 2$ $\quad y_2 = 7$

$\Rightarrow$ всего ~~49~~ 9 чисел выписано

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\begin{cases} xy=7 \\ x+y-2=14 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ в N числах всего 2 решения $x=1$ $y=7$ или $x=7$ $y=1$ т.к. 7 простое тогда $x+y=8$.

$8-2\neq 14$ $\Rightarrow$ система не имеет реш. в N числах.

$\begin{cases} xy=49 \\ x+y-2=2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $x+y=4$ $\Leftrightarrow$ $\frac{x+y}{2}=2$, по

неравенству о средних $\frac{x+y}{2}\geq\sqrt{xy}$ $\Rightarrow$ $\sqrt{xy}$ максимум 2 $\Rightarrow$ xy max 4, но $xy=49$ $\Rightarrow$ система не имеет решений в N числах.

$\begin{cases} xy=2 \\ x+y-2=49 \end{cases}$ $\rightarrow$ в N числах всего 2 решения $x=1$ $y=2$ или $x=2$ $y=1$, ~~тогда~~ т.к. 2 - простое, тогда $x+y=3$; $3-2\neq 49$

$\Rightarrow$ система не имеет решений в N числах $\Rightarrow$

всего было 9 чисел среди которых:

а) (7): 5 и (2): 7 ответ: 9.

б) (7): 7 и (2): 5.

Задача 3.

Рассмотрим данные послед степени 10 для 6ти знач чисел, т.к. 12468 - пятизначное число, то это точно не $10^1, 10^2, 10^3$ т.к. это 4х значное число минимум не $10^0, 10^2, 10^3$ по аналогич причинам,

$10^2, 10^3, 10^4$ - может быть

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

$10^3, 10^4, 10^5$ - может быть

$10^4, 10^5, 10^6$ - нет т.к. тогда в сумме остатки от деления как минимум 6значное число

потому что остаток от дел на 10^6 - само шестизначное число => последовательности вида $10^i, 10^{i+1}, 10^{i+2}$ при $i \geq 4$ дают после проделования операций из условия > чем 5значное число

тогда рассмотрим сколько чисел обладают данным свойством для $10^2, 10^3, 10^4$

остаток от дел на $10^2, 10^3$ и 10^4 дает ~~оп~~ последнюю 2, 3, 4 цифры числа соответственно => рассмотрим максимальные последние цифры: 9999, 999, 99

$9999 + 999 + 99 = 11096 < 12468$ => последовательные степени $10^2, 10^3$ и 10^4 не могут удволетворять условию => мы можем получить 12468, только для остатков из $10^3, 10^4, 10^5$, остатки для из

эти числа дают последние 3, 4, 5 цифр. соответственно, число образованное последними 5 цифрами < 12468, в противном случае сумма остатков > 12468.

последние три цифры остатков одинаковы и ~~последней~~ ~~цифре~~ т.к. делим на 10^3 => 3X имеет 8 на конце => X = 6; последняя цифра у каждого

~~послед~~ предпоследняя цифра

$10^4\overline{a} + 30y + 6 \cdot 3 = \overline{a68}$

$10^4\overline{a} + 30y = \overline{a50}$ => $y = 5$,

цифра разряда сотен:

$10^3\overline{ba} + 300z + 150 + 18 = \overline{b\,468}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$10^3\overline{b} + 300z + 168 = \overline{b468}$

$10^3\overline{b} + 300z = \overline{b\,300} \Rightarrow z = 1.$

$\Rightarrow$ последние три цифры $= 156$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

k - ~~зна~~ разность прогрессии причем т.к.

$c < 0 < a \Rightarrow k < 0$

$a \quad a-k \quad a-2k \quad a-3k$ - 4ой член

$ax^2 + 2(a-k)x + a - 2k = 0$

$D = (a-k)^2 - 4a(a-2k) =$

$= a^2 - 2ak + k^2 - 4a^2 + 8ak = -3a^2 + 6ak + k^2 \geq 0.$

$$\frac{-2a+2k + \sqrt{-3a^2+6ak+k^2}}{2a} = a - 3k.$$

~~x_1~~ $a-3k. \quad x_2 > a-3k.$

$$\frac{(a-3k) \cdot x_2}{\cancel{x_1}} = \frac{a-2k}{a}$$

$$x_2 = \frac{a-2k}{a(a-3k)} \quad a(a-3k) \quad a-3k.$$

$$\frac{a-2k}{a(a-3k)} + (a-3k) = \frac{2(a-k)}{a}$$

$(a-2k) + (a-3k)^2 a - 2(a-k)(a-3k) = 0.$

$a(a-3k)^2 + 2(a-k)(a-3k) + a - 2k = 0.$

$a^3 - 6ka^2 + 9k^2a + 2a^2 - 6ak - 2ak + 6k^2 + a - 2k = 0$

$a^3 - 6ka^2 + 9k^2a + 2a^2 - 8ak + 6k^2 + a + 2k.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$a, b, c, \boxed{d}$ $\qquad c<0<a.$

$ad^2+2bd+c=0 \qquad d=c+b-a.$

$a(c+b-a)^2+2b(c+b-a)+c=0$

$4b^2-4ac$

$$\frac{-2b+2\sqrt{b^2-ac}}{2a}=$$

$$=\frac{-b+\sqrt{b^2-ac}}{a}=a+3k. \qquad b=a+k. \quad c=a+2k \quad d=a+3k$$

$$\frac{-a-k-\sqrt{a^2+\cancel{2ak}+k^2-\cancel{a^2}-\cancel{2ak}}}{a}=$$

$$=\frac{-a-k+k}{a}=-1.$$

$57 \times 2 = 114$; $125 - 114 = 11$

$x+\sqrt[3]{x^2-y^2}=57$

$y+\sqrt[3]{x^2-y^2}=-68. \qquad 57-\frac{a^3+b^3}{2}=-68-\frac{b^3-a^3}{2}$

$\sqrt[3]{(x-y)}=a$

$\sqrt[3]{(x+y)}=b. \qquad 57-\frac{a^3}{2}-\frac{b^3}{2}=-68-\frac{b^3}{2}+\frac{a^3}{2}.$

$\frac{a^3+b^3}{2}=x \qquad 57+68=125 \qquad 125=a^3. \qquad \boxed{a=5.}$

$\cancel{a^3-b^3}, \ \frac{b^3-a^3}{2}=y.$

$\frac{a^3+b^3}{2}+ab=57 \qquad \frac{b^3}{2}+\frac{125}{2}+5b-57=0.$

$\frac{b^3-a^3}{2}+ab=-68. \qquad b^3+11+10b=0.$

$b=-1.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

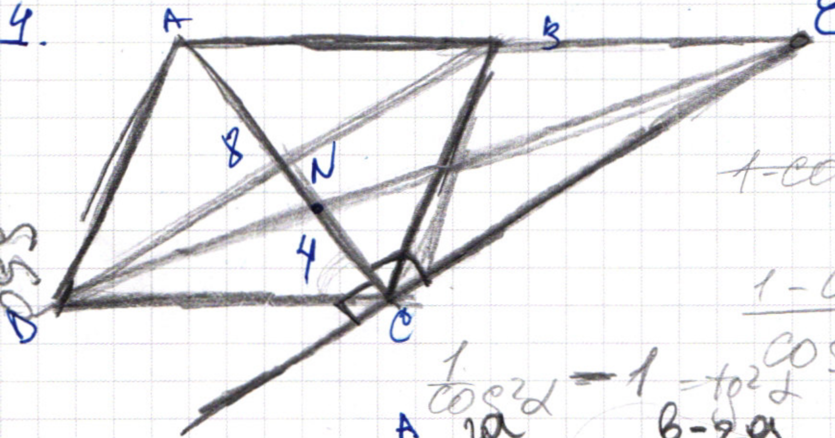
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$180-x-y+90-180+y$ $\cos 2\alpha = \frac{25}{29}\cdot 2 - 1 = \frac{21}{29}$

бсти знач.

4.

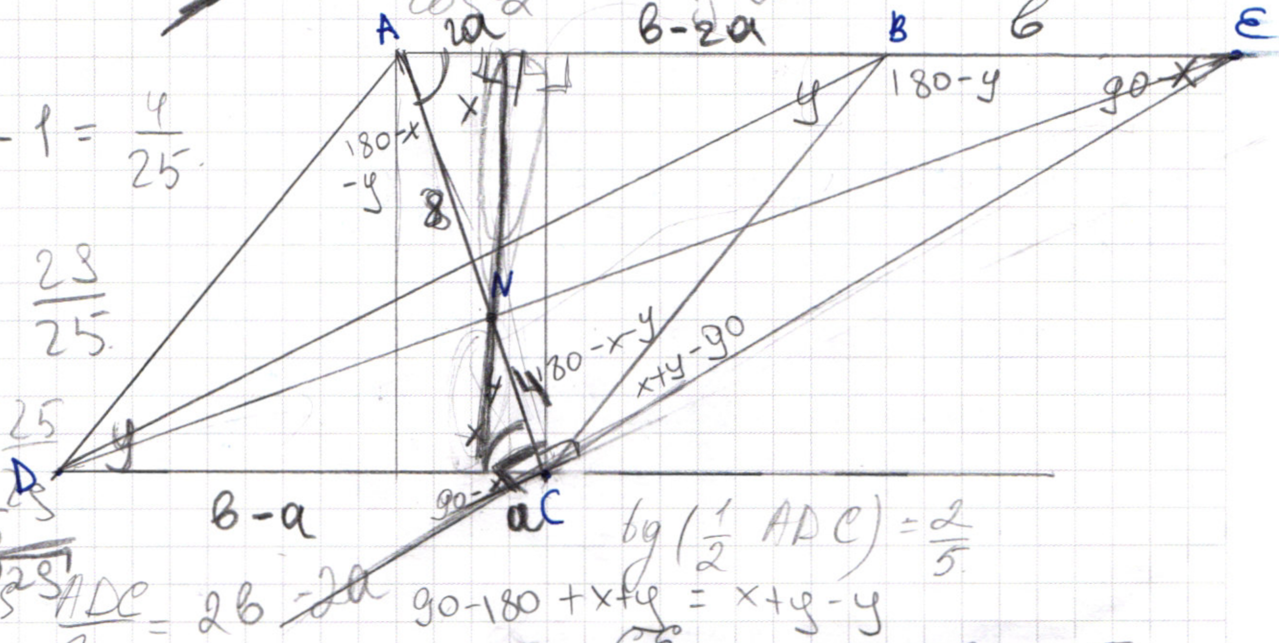


$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha$

$1-\cos$

$\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = tg^2\alpha$



$\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \frac{4}{25}$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{29}{25}$

$\cos^2\alpha = \frac{25}{29}$

$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$tg\left(\frac{1}{2} ADC\right) = \frac{2}{5}$

$\cos\frac{ADC}{2} = 2b - 2a$ $90-180+x+y = x+y-y$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ $\frac{CE}{AC}$ $2\cos\alpha\sin\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2 2\alpha$ $\cos\frac{\alpha}{2}$

$\cos 30 = \sqrt{3}$

$\cos 60 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{1}{2} = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 - \frac{3}{12}$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$tg 2\alpha = \frac{1+2tg\alpha}{1-2tg\alpha}$

$\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right)\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1-(2\sqrt{3})}{1+2\sqrt{3}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1+2\sqrt{3}}{1-2\sqrt{3}}$

$\sqrt{3} - 6 = 1 + 2\sqrt{3}$

$2\cos^2\alpha - 1$

$\frac{1}{2} = 2\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

1099 999 999 10/100

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

Пусть $x \vdots 5$ $y \vdots 7$, тогда $\vdots 5$ чтоб возрасть

$xy(x+y-2)$

$\frac{x \cdot y(x-1)}{2} + \frac{xy(y-1)}{2} = 548$

$\frac{xy(x+y-2)}{2} = 49 \vdots 7 \vdots 7 \Rightarrow$

$xy(x+y-2) = 98 = 2 \cdot 7 \cdot 7$

$1 \quad 98$

$98 \quad 1$

$14 \cdot 4 = 56$

$5.6 \left(\frac{\sqrt{140}}{3}\right)^2 +$

$\frac{\sqrt{140}}{3}$

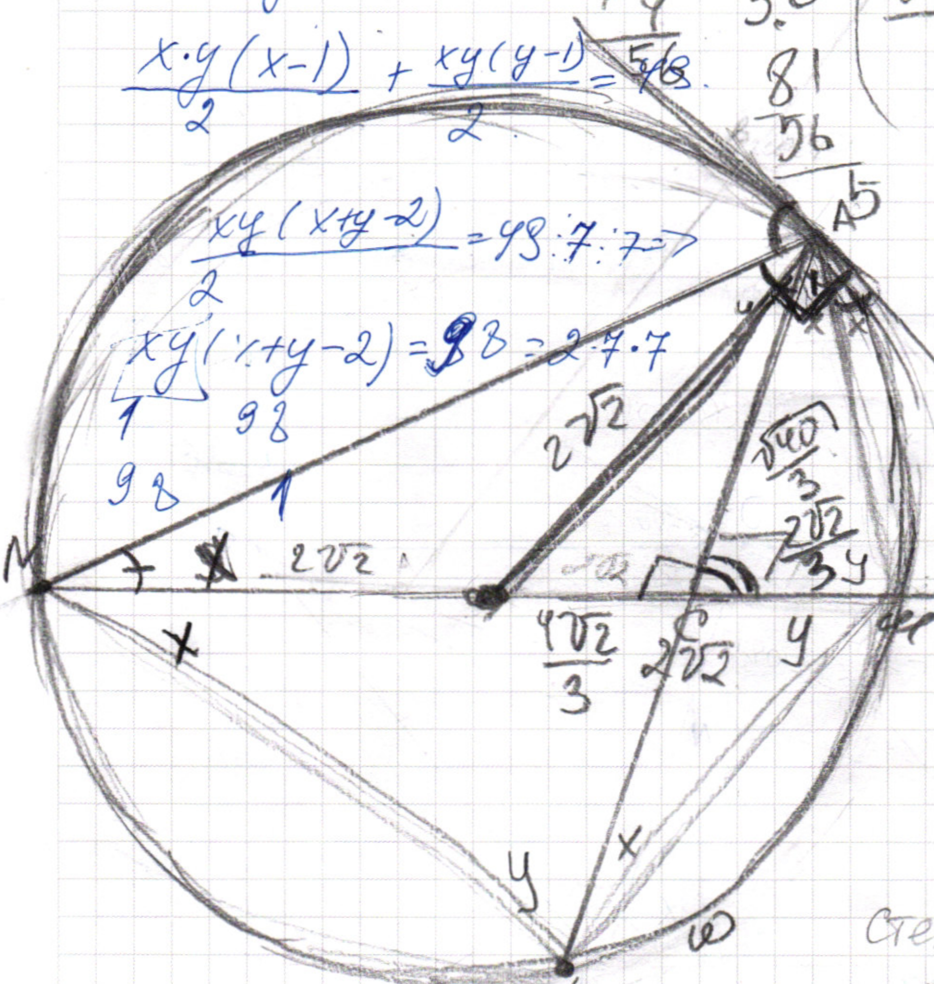
$2\sqrt{2} \cdot 2 =$

$9999 + 999 = 10998$

$\sqrt{20} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{2}$

$\cdot 2\sqrt{2} \cdot 2$

3



$r_\omega = 2\sqrt{2}$

$10998 + 98 = 11096$

$\angle ACB = 90$

$S_{ANKM} =$

Степень точки $B = 10$

$\sqrt{2} \cdot NB = 10$

$\Rightarrow NB = \frac{10}{\sqrt{2}} \Big/ \sqrt{2} \quad \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

$NM = \frac{10}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow$

$r = 2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2} - \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$10 + 8 = 18$

$8 - \frac{32}{9} = \sqrt{\frac{40}{9}} = \frac{\sqrt{40}}{3} \quad \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$\sin \boxed{\frac{2}{3}}$

$\frac{x}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$

$x \frac{4\sqrt{2}}{3}$ $3\sqrt{2}$

$\frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot 3\sqrt{2} = 8$