МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45°$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

1. $ax^2 + 2bx + c = 0$

первый член − a

пусть $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = f$

тогда $b = af$, $c = af^2$. Пусть четвертый член − d

Тогда $d = af^3$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$D = 4b^2 - 4ac = 4a^2f^2 - 4a\cdot a\cdot f^2 = 0$

Значит, корень один, и он равен $d = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} = -f$

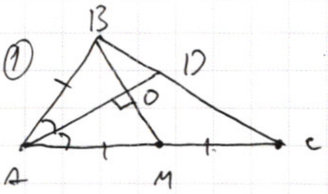
Но $d = cf$

Тогда $cf = -f$

$c = -1$

Ответ: −1.

2. ①

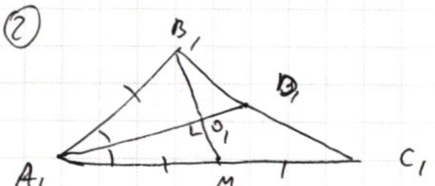


пусть в $\triangle ABC$ биссектриса $AD \perp BM$ медиане

Тогда $\triangle AOM = \triangle AOB$ как прямоугольные по катету (AO) и острому углу ($\angle MAO = \angle OAB$)

Тогда $BA = AM = \frac{1}{2} AC$

②



Пусть в $\triangle A_1B_1C_1$ $A_1B_1 = \frac{1}{2} A_1C_1$;

B_1M_1 − медиана, A_1D_1 − биссектриса

Тогда в $\triangle A_1B_1M_1$ A_1O_1 − биссектриса по опр. Но он р/б по опр.

Значит, A_1O_1 − высота

Тогда $A_1D_1 \perp B_1M_1$

Значит, чтобы ~~~~ одна из биссектрис была $\perp$ одной из медиан, необходимо и достаточно, чтобы одна из сторон была в два раза больше другой.

Пусть в $\triangle$ одна сторона равна a, другая − $2a$, 3-я − b

a, b − натуральные числа по усл.

Тогда $3a + b = 1200$

Значит, b делится на 3, Пусть $b = 3t$

Тогда $3a + 3t = 1200$

$a + t = 400$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. $x+|2x-1|$

$2x-1 \geq 0$ $\quad 3x-1$

$2x \geq 1$

$x \geq \frac{1}{2}$

$x < \frac{1}{2}$ $\quad 1-x$

$8x^2 - x - 1$

$x_0 = \frac{1}{4}$

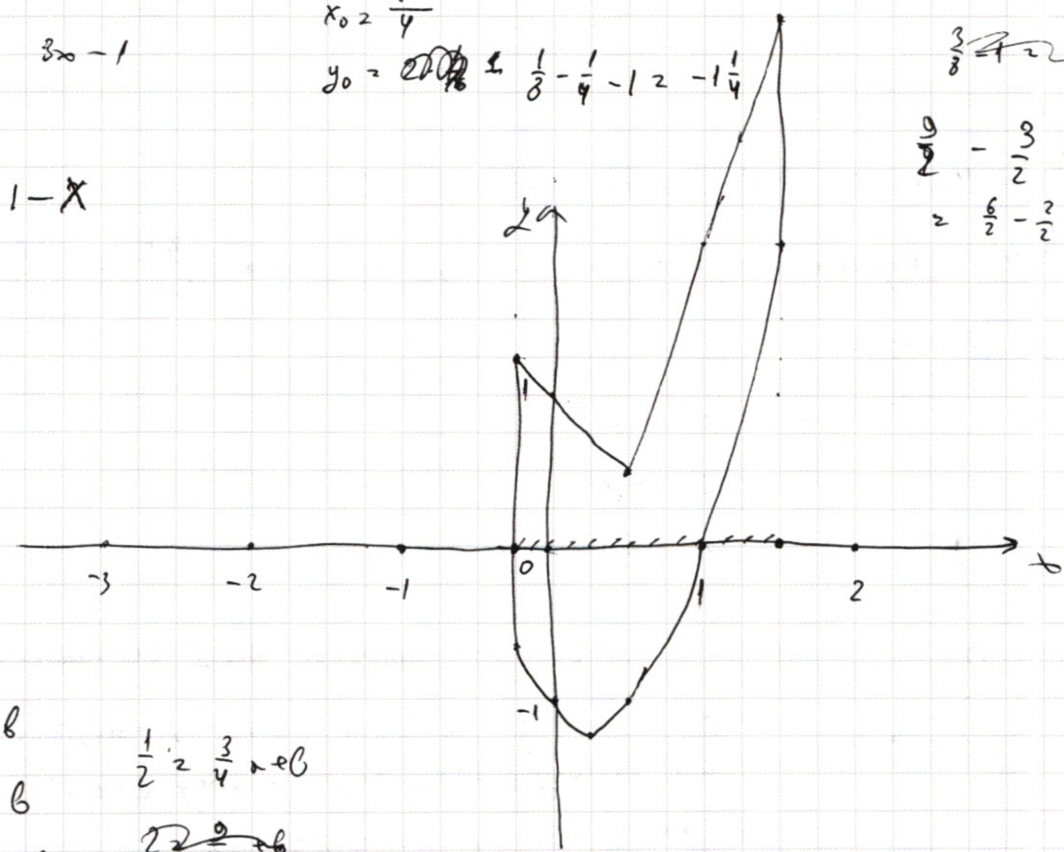
$y_0 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -1\frac{1}{4}$

$\cancel{\frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1}$

$\frac{3}{8} - 1 = \frac{3-8}{8} = \frac{-5}{8}$

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1$

$= \frac{6}{2} - \frac{2}{2} = \frac{4}{2} = 2$



$y = ax + b$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}a + b$

$2 = \frac{3}{2}a + b$

$\frac{3}{2} = a$

$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} + b$

$\cancel{2 = \frac{9}{4} + b}$

$2 = \frac{9}{4} + b$

$b = \frac{8-9}{4}$

$b = -\frac{1}{4}$

$\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

$y = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}+1\right) = -\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} =$

$= -\frac{5}{8}$

$-\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{5}{8}$

92

$6 + 16 = 22$

42 $\quad$ 90 $\quad$ 182

$\cancel{z = f(x/y) = f(x) + f(\frac{1}{y})}$

2

$f(\frac{1}{2}) = -1$

$f(\frac{1}{3}) = -1$

$f(\frac{1}{4}) = -2$

$f(\frac{1}{5}) = -2$

$f(1) = 0$

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$f(4) = 2$

$f(5) = 2$

$f(6) = 2$

$f(7) = 3$

$f(8) = 3$

! $f(9) = 2$

$f(10) = 3$

$f(11) = 5$

$f(12) = 3$

$f(13) = 6$

$f(14) = 4$

$f(15) = 3$

$f(16) = 4$

$f(17) = 8$

$f(18) = 3$

$f(19) = 9$

$f(20) = 4$

$f(21) = 4$

$20 + 18 + 18 + 14 \cdot 4 +$
$+ 8 \cdot 6 + 4 \cdot 4 + 3 + 2 + 1 + 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$b = 400 - a$

~~Тогда~~

но по неравенству треугольника:

$3a > b$

$b + 2a > 2a \quad b > a$

и $b + a > 0$

$3a > b$, значит $a > t$

$b > a$, значит $3t > a$

подставим вместо t $400 - a$

$\begin{cases} a > 400 - a \\ 1200 - 3a > a \end{cases}$ $\begin{cases} 2a > 400 \\ 4a < 1200 \end{cases}$ $\begin{cases} a > 200 \\ a < 300 \end{cases}$

тогда таких треугольников ровно 99.

Отв: 99.

3. $\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y - 2x = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3 \end{cases}$

пусть $\begin{cases} a = x - 1 \\ b = y - 2 \end{cases}$ $\begin{cases} b - 2a = \sqrt{ab} \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases}$

выразим из второго b: $b^2 = 3 - 2a^2$

$b = \pm\sqrt{3 - 2a^2}$

~~Расс~~ рассм. 2 случая:

1) $b = \sqrt{3 - 2a^2}$

$\sqrt{3 - 2a^2} - 2a = \sqrt{a\sqrt{3 - 2a^2}}$ $\boxed{a \geq 0}$

возведем в квадрат

~~$3 - 2a^2 + 4a^2 = 3a^2 - 2a$~~

$3 - 2a^2 + 4a^2 - 4\sqrt{3a^2 - 2a^4} = \sqrt{3a^2 - 2a^4}$

$3 + 2a^2 = 5\sqrt{3a^2 - 2a^4}$

$9 + 4a^4 + 12a^2 = 25(3a^2 - 2a^4)$

$7a^2 - 6a^4 - 1 = 0$

пусть $a^2 = t$

$6t^2 - 7t + 1 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = \frac{1}{6} \end{array}\right.$$ тогда $$\left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = \frac{1}{\sqrt{6}} \end{array}\right.$$ тогда $$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{6}} \\ b = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \end{cases} \end{array}\right.$$

2 случай:

$b = -\sqrt{3-2a^2}$

$-\sqrt{3-2a^2} - 2a = \sqrt{a(-\sqrt{3-2a^2})}$ $\boxed{a \le 0}$

$3-2a^2+4a^2+4a\sqrt{3-2a^2} = -a\sqrt{3-2a^2}$

$3+2a^2 = -5a\sqrt{3-2a^2}$

$3+2a^2 = 5\sqrt{2a^4-3a^2}$

$9+4a^4+12a^2 = 25(2a^4-3a^2)$

$9+4a^4+12a^2 = 50a^4-75a^2$

$46a^4-87a^2+9=0$ $\varnothing$.

~~$a^2 = t$~~

~~$46t^2-87t+9=0$~~

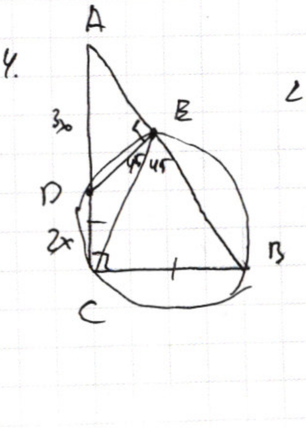
~~$D = 87^2 - 4 \cdot 46 \cdot 9 = 7569$~~

Но при возведении уравнения в квадрат возможно появление посторонних корней. Сделаем проверку.

$\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ — не подх. $\begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{6}} \\ b = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \end{cases}$ — подх.

Ответ: $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

4.



$\angle DEB + \angle DCB = 180°$. Значит, около $CDEB$ можно опис. окр.

$DC = CB$, т.к. дуги DC и CB равны.

$CD = 2x$

Тогда $AB = x\sqrt{29}$

Тогда $tg\angle BAC = \frac{CB}{AC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

а) Ответ: 0,4.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) 3 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ по 2 углам

$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$ $\qquad \sin\angle CBA = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$DE = \frac{6x}{\sqrt{29}}$ $\qquad \sin\angle CBA = \sin\angle CDE$

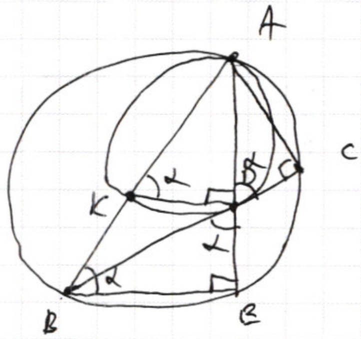
$$S_{\triangle CED} = \frac{2x\cdot\frac{6x}{\sqrt{29}}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}}{2} = \frac{30}{29}x^2$$

4 $AL = \sqrt{29}$, $5x = \sqrt{29}$, $x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

Тогда $\frac{30}{29}\cdot x^2 = \frac{30}{29}\cdot\frac{29}{25} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5} = 1{,}2$

Ответ: 1,2.

5.



Точка касания и центры окр. лев на одной прямой. Тогда

AK — диаметр ω

$\angle ADK = \angle AEB = 90^\circ$ (опир на диаметр)

$\angle BLA = 90^\circ$

$BE = 3\sin\alpha$ $\qquad AD = \frac{1}{\cos\alpha}$ $\qquad AC = \operatorname{tg}\alpha$

$DE = 3\cos\alpha$

из прямоугольных $\triangle$.

Пусть R — радиус Ω, r — радиус ω

$BE = 2R\cos\alpha = 3\sin\alpha$ $\qquad AD = 2r\sin\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$

$R = \frac{3}{2}\operatorname{tg}\alpha$ $\qquad r = \frac{1}{\sin 2\alpha}$

$\frac{AC}{AB} = \frac{2}{3} = \sin(\alpha-(90-\alpha)) = \sin(2\alpha-90) =$

$= \sin 2\alpha\cos 90^\circ - \sin 90^\circ\cos 2\alpha =$

$= \sin^2\alpha - \cos^2\alpha$

$$\begin{cases}\frac{2}{3} = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha\\ 1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha\end{cases} \qquad \begin{cases}\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{6}}\\ \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}\end{cases}$$

$r = \frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{3}{\sqrt5}$

$R = \frac{3}{2}\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2}\sqrt5$

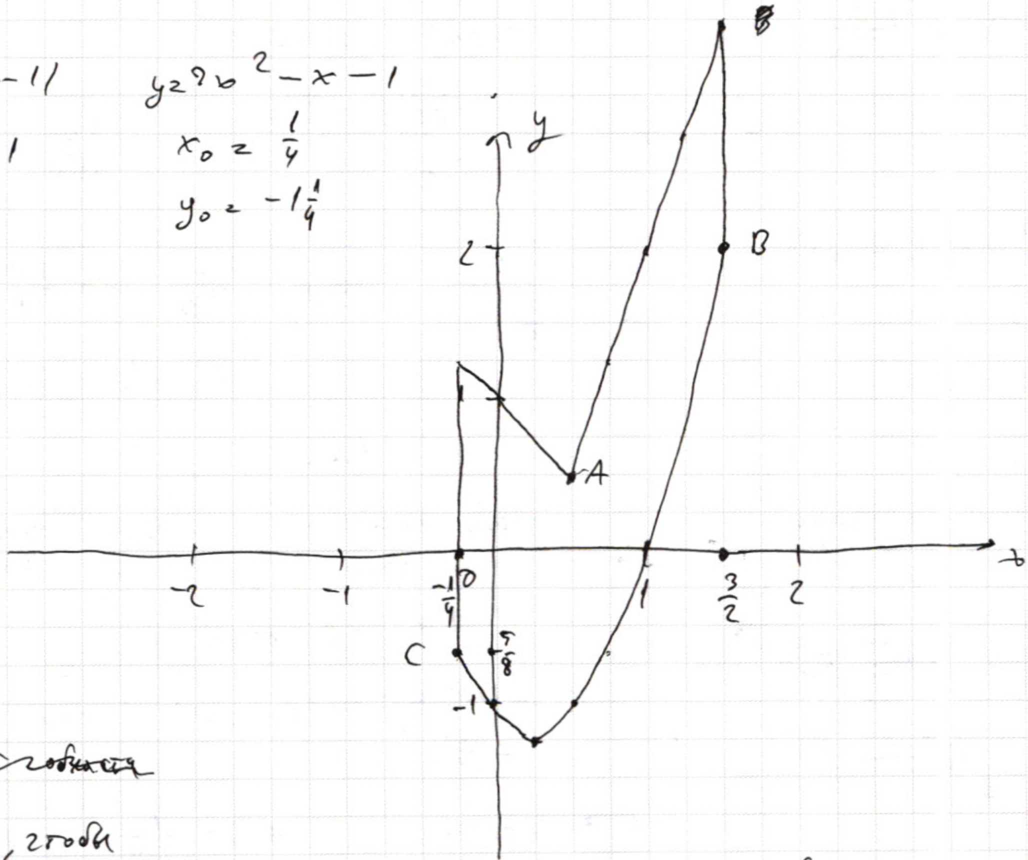
$S_{BACE} = \frac{3\sqrt5}{4} + \frac{3\sqrt5}{2} + \frac{3\sqrt5}{2} + \frac{\sqrt5}{2} = \frac{3\sqrt5 + 6\sqrt5 + 6\sqrt5 + 2\sqrt5}{4} =$

$= \frac{17}{4}\sqrt5$

Ответ: $\frac{3}{\sqrt5}$; $\frac{3}{2}\sqrt5$; $\frac{17}{4}\sqrt5$.

6. $y = x + |2x-1|$ $\quad y = 2x^2 - x - 1$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 3x - 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} y = 1 - x \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$ $\quad x_0 = \frac{1}{4}$, $\quad y_0 = -1\frac{1}{4}$



~~Внутри этой области~~

Необходимо, чтобы прямая лежала проходила внутри этой области на промежутке по x $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$

прямая, проход. через точки A и B $A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ $B\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

~~Ответ~~ $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

Она проходит и через $C\left(-\frac{1}{4}; \frac{5}{8}\right)$

если сдвинуть эту прямую или изм. угол наклона выйдет за пределы области на необх. промежутке либо сверху (за точку A) либо снизу (за точку B),

поэтому это единственная прямая. Ответ: $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7. просчитаем f для всех ~~нат~~ целых чисел, больших либо равных 1 и меньших либо равных 21:

$f(1) = 0$, т.к. $f(a) = f(a) + f(1)$

$f(2) = 1$, т.к. 2 - простое

$f(3) = 1$ (простое)

$f(4) = f(2) + f(2) = 2$

$f(5) = 2$ - простое

и так далее:

$f(6) = 2$	$f(12) = 3$	$f(18) = 3$
$f(7) = 3$	$f(13) = 6$	$f(19) = 9$
$f(8) = 3$	$f(14) = 4$	$f(20) = 4$
$f(9) = 2$	$f(15) = 3$	$f(21) = 4$
$f(10) = 3$	$f(16) = 4$	
$f(11) = 5$	$f(17) = 8$	

для дробей: $f(2 \cdot \frac{1}{2}) = f(1) = f(2) \cdot f(\frac{1}{2})$

$f(\frac{1}{2}) = f(1) - f(2) = -f(2)$

$f(\frac{1}{a}) = 0 - f(a) = -f(a)$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) - f(y)$

$f(x) - f(y) < 0$

$f(y) > f(x)$

переберем все встреч. x от 0 до y и чтобы посчитать кол-во пар $(x; y)$ $f(y) > f(x)$.

Нужно умножить кол-во каждого значения $f(x)$ на

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

кол-во значений функции, которые больше $f(x)$.

~~для~~ для $f(x)=0$ $\quad 1\cdot 20=20$

для $f(x)=1$ $\quad 2\cdot 18=36$

для $f(x)=2$ $\quad 4\cdot 14=56$

для $f(x)=3$ $\quad 6\cdot 8=48$

для $f(x)=4$ $\quad 4\cdot 4=16$

для $f(x)=5$ $\quad 1\cdot 3=3$

для $f(x)=6$ $\quad 1\cdot 2=2$

для $f(x)=8$ $\quad 1\cdot 1=1$

для $f(x)=9$ $\quad 1\cdot 0=0$

всего: $20+36+56+48+16+3+2+1=182$

Ответ: 182.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $b_1 \quad d$ $\qquad ax^2+2bx+c=0$

$b_2 = b_1 d$ $\qquad ax^2+2adx+ad^2=0$

$b_3 = b_1 d^2$ $\qquad \cancel{x} a^2d^6 + 2adad^3 + ad^2 = 0 \quad | : ad^2$

$b_4 = b_1 d^3$ $\qquad a^2d^4 + 2ad^3 + 1 = 0$

$c^2 + 2cd + 1 = 0$

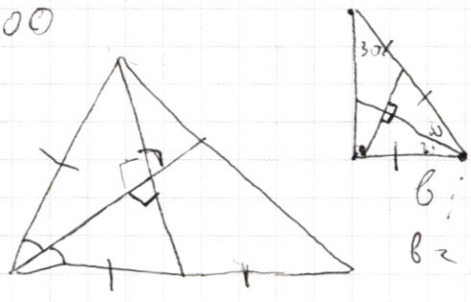
$c^2 + 2cd + 1 = 0$

$D = 4b^2 - 4ac =$ $\qquad ad^3$

$= 4a^2d^2 - 4a^2d^2 = 0$ $\qquad cd = -d$

$x_0 = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} = -\frac{ad}{a} = -d$ $\qquad \underline{c=-1}$

2. $P = 1200$



~~$3a+x=1200$~~

$3a+b=1200$

$b \vdots 3$ $\qquad 3a+3t=1200$

$b=3t$ $\qquad a+t=400$

$3a > b$ $\qquad b+2a>a$

$b+a>2a$ $\qquad b+a>0$

$b>a$

~~$a=250$~~

~~$t=150$~~

~~$(a-250)+(t-150)=0$~~

$t = 400-a$

$b = 1200-3a$

$3a = 1200-b$

$a = 400-\frac{b}{3}$

$\begin{cases} 400-\frac{b}{3} > 200 \\ 400-\frac{b}{3} < 300 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{b}{3} < 200 \\ \frac{b}{3} > 100 \end{cases}$

$b < 600$

$b > 300$

$\begin{cases} 3a>b \\ b>a \end{cases}$ $\qquad 3a>3t \quad a>t$

$3t>a$

$\begin{cases} a>t \\ 3t>a \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} a>400-a \\ 1200-3a>a \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} 2a>400 \\ 4a<1200 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} a>200 \\ a<300 \end{cases}$

Отв: 99.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

3.

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4y-4x+3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y-2x = \sqrt{x(y-2)-(y-2)} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2x^2-4x+2+y^2-4y+4=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y-2x = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ 2(x-1)^2+(y-2)^2=3 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} y>2x \\ \begin{cases} y\geq 2 \\ x\geq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} y<2 \\ x<1 \end{cases} \end{array}\right.$$

$4x^2+y^2-4xy-4y-4x+3=2x^2-4xy$

$(2x-y)^2 = 2x^2+4x+4y-4xy-3$

① $xy-2x-y+2=2x^2+4x+4y-4xy-3$

$\cancel{5xy-6x-5y+5-2x^2=0}$

$x-1=a$

$y-2=b$

$\cancel{a-2b = x-1-2y+2 = x-}$

$b-2a = y-2-2x+2 = y-2x$

$$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

$b^2+4a^2-4ab=ab$

$b^2=3-2a^2$

$b=\pm\sqrt{3-2a^2}$

+ $\sqrt{3-2a^2}-2a=\sqrt{a\sqrt{3-2a^2}}$

$\sqrt{3-2a^2}-2a=\sqrt[4]{3a^2-2a^4}$

$3-2a^2+4a^2-4a\sqrt{3-2a^2}=\sqrt{3a^2-2a^4}$

$3+2a^2-4\sqrt{3a^2-2a^4}=\sqrt{3a^2-2a^4}$

$3+2a^2-5\sqrt{3a^2-2a^4}=0$

$25(3a^2-2a^4)=9+4a^4+12a^2$

$75a^2-50a^4=9+4a^4+12a^2$

$63a^2-54a^4-9=0$

$7a^2-6a^4-1=0$

$7t-6t^2-1=0$

$6t^2-7t+1=0$

$t=1$ или $t=\frac{1}{6}$

$a^2=1$

$a=\sqrt{1}$

$a=\pm\sqrt{1}$

$b=\sqrt{3-2}$

$b=1$

или

$b=\sqrt{3-2\cdot\frac{1}{6}}$

$b=\sqrt{3-\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{9-1}{3}}=\sqrt{\frac{8}{3}}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-\sqrt{3-2a^2} - 2a = \sqrt{a\cdot(-\sqrt{3-2a^2})}$ $a \le 0$

$3 - 2a^2 + 4a^2 + 2a\sqrt{3a-2a^2} = -a\sqrt{3-2a^2}$

$3 + 2a^2 + 3a\sqrt{3a-2a^2} = 0$

$8\sqrt{3a^2-2a^4} = -2a^2-3$

$87 \cdot 87$: 609, 696, 7569

$\left[\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}\right.$ $\begin{cases} x=\frac{1}{\sqrt6}+1 \\ y=\frac{2\sqrt2}{\sqrt3}+2 \end{cases}$

$\frac{2\sqrt2}{\sqrt3} + \cancel{2} > \frac{2}{\sqrt2\sqrt3} + \cancel{2}$

$\frac{\sqrt2}{\sqrt3} > \frac{1}{\sqrt2\sqrt3}$

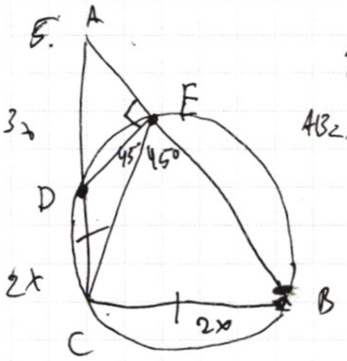
$\sqrt2 > \frac{1}{\sqrt2}$

$2\cdot\frac16 + \frac83 = 3$

$\frac13 + \frac83 = 3$

$\frac{2\sqrt2}{\sqrt3} - \frac{2}{\sqrt2\sqrt3} = \sqrt{\frac{8}{18}}$

5.



$25x^2 + 4x^2 = 29x^2$

$AB = x\sqrt{29}$

$\frac52$

$\sin BAC = \frac{5}{\sqrt{29}}$

$\frac{2\sqrt2}{\sqrt3} - \frac{2}{\sqrt2\sqrt3} = \sqrt{\frac23}$

$\frac{4-2}{\sqrt2\sqrt3} = \frac{\sqrt2}{\sqrt3}$

$\frac{2}{\sqrt2\sqrt3} = \frac{\sqrt2}{\sqrt3}$

$\frac{2}{\sqrt2} = \sqrt2$

$36 \cdot 46$: 216, 144, 1656

$2869 - 1656 = 5913$

$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$

$\frac{DE}{2x} = \frac{3x}{x\sqrt{29}}$

$DE = \frac{6x}{\sqrt{29}}$

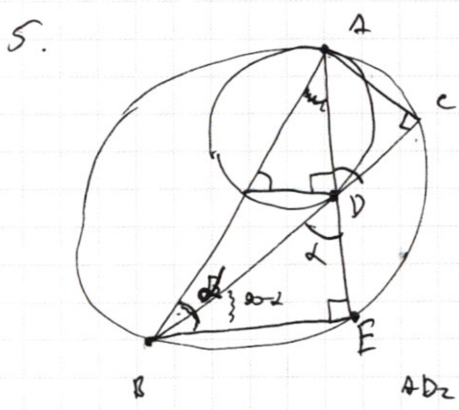
$S_{CDE} = \frac{2x\cdot\frac{6x}{\sqrt{29}}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}}{2} = \frac{30x^2}{29}$

$5x = \sqrt{29}$

$x = \frac{\sqrt{29}}{5}$

$\frac{30\,\frac{29}{25}}{29} = \frac{30}{25} = \frac65 = 1{,}2$

5.



$CD = 1$

$BD = 3$

$\frac{AD}{DC} = \frac{1}{\cos\alpha}$

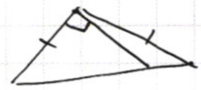
$DC = AD\cos\alpha$

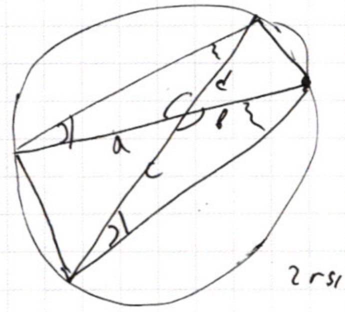
$AD = \frac{1}{\cos\alpha}$

$AD = 2r\sin\alpha$

$BE = 3\sin\alpha$

$DE = 3\cos\alpha$



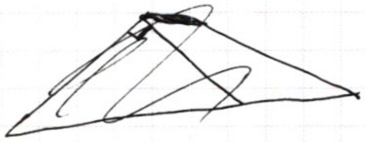


$2r\sin\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$

$r = \frac{1}{\sin 2\alpha}$

$2R\cos\alpha = 3\sin\alpha$

$R = \frac{3}{2}\operatorname{tg}\alpha$



$\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$

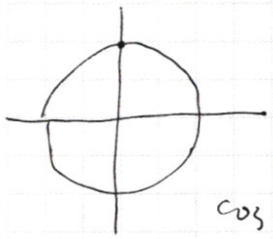
$ab = cd$

$b = \frac{1}{\cos\alpha} \cdot 3\cos\alpha$

$AC = AD\sin\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} \cdot \sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha$

$\frac{2}{3} = \sin(\alpha - 90 + \alpha) = \sin(2\alpha - 90) =$

$\frac{2}{3} = \sin 2\alpha \cos 90 - \sin 90 \cos 2\alpha$



$\frac{2}{3} = -\cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\begin{cases} \frac{2}{3} = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha \\ 1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \end{cases}$

$2\sin^2\alpha = \frac{5}{3}$

$\sin^2\alpha = \frac{5}{6}$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{6}}$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$

$r = \frac{1}{2\frac{\sqrt{5}}{6}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$

$R = \frac{3}{2}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{3}{2}\frac{\sqrt{5}}{1} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$

$S_1 = 4{,}5\frac{\sqrt{5}}{6} = \frac{9\sqrt{5}}{12} = \frac{3\sqrt{5}}{4}$

$S_2 = 0{,}5 \cdot \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$S_3 = \frac{1}{\cos\alpha} \cdot 0{,}5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} - 1{,}5\sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

$S_4 = 0{,}5 \cdot 3\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)