МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 12

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c – соответственно первый, второй и третий члены некоторой арифметической прогрессии (при этом a, b, c не заданы, но известно, что $c < 0 < a$). Меньший корень уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$ является четвёртым членом этой прогрессии. Найдите его.

2. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + \sqrt[3]{x^2 - y^2} = 57, \\ y + \sqrt[3]{x^2 - y^2} = -68. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите количество шестизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12468.

4. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм с тупым углом C. Пусть E – точка пересечения прямой AB с перпендикуляром к AC, проходящим через C, а прямая ED пересекает диагональ AC в точке N. Известно, что $CN = 4$, $AN = 8$, $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle ADC\right) = \frac{2}{5}$.

   а) Найдите $\operatorname{tg}\angle BAC$.

   б) Найдите площадь треугольника ENA.

5. [5 баллов] Биссектрисы внутреннего и внешнего угла A треугольника ABC пересекают прямую BC в точках M и N соответственно. Окружность, описанная вокруг треугольника AMN, касается стороны AB в точке A. Прямая AC повторно пересекает окружность в точке K. Найдите радиус окружности, угол ACB и площадь четырехугольника $ANKM$, если известно, что $AB = \sqrt{10}$, $BM = \sqrt{2}$.

6. [5 баллов] На доску выписаны попарно различные натуральные числа: часть из них делятся на 5, но не делятся на 7, остальные же наоборот делятся на 7 и при этом не делятся на 5. Оказалось, что выбрать тройку чисел из выписанных на доску так, чтобы среди них оказалось хотя бы одно кратное 5 и хотя бы одно кратное 7, можно 49 способами. Сколько было выписано чисел?

7. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$4 - 3x - |6x - 2| \leqslant ax + b \leqslant \frac{17 + 15x}{5 + 3x}$$

выполнено для всех x на промежутке $[-1; 1]$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\begin{cases} x+\sqrt[3]{x^2-y^2}=57 \\ y+\sqrt[3]{x^2-y^2}=-68 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=125 \\ x+y+2\sqrt[3]{(x+y)(x-y)}=-11 \end{cases} \Rightarrow x+y+5\cdot 2\sqrt[3]{x+y}=-11$$

Пусть $a=x+y$, тогда: $a+10\sqrt[3]{a}=-11 \Rightarrow (10\sqrt[3]{a})^3=(-11-a)^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1\,000\,a=-(11^3+3\cdot 11^2 a+33a^2+a^3) \Rightarrow a^3+33a^2+1363a+1331=0$

$a=-1$ по схеме Горнера:

	1	33	1363	1331
-1	1	32	1331	0

$(a+1)(a^2+32a+1331)=0$

$\frac{1}{4}D=16^2-1331<0 \Rightarrow a=-1$, получаем: $\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=125 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=-1-y \Rightarrow 2y=-126 \quad y=-63 \Rightarrow x=62$

Ответ: $x=62$; $y=-63$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№1 a $c<0$ $d<0$

$b=a+d$ $a>0$

$c=a+2d$ $ax^2+2bx+c=0$

? $x_2=a+3d$ $x_1=-\frac{b+\sqrt{b^2-ac}}{a}$

$x_2=-\frac{b-\sqrt{b^2-ac}}{a}$ – меньший

$a+3d=\frac{-a-\cancel{d}-\sqrt{(a+d)^2-a(a+2d)}}{a}$ $d=-|d|$

$a^2+3ad=-a-d-\sqrt{a^2+2ad+d^2-a^2-2ad}$ $a^2+3ad+a+d+|d|$

$a^2+a(3d+1)=0$

$a(a+3d+1)=0$

$\left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=-3d-1 \end{array}\right.$ $a\neq0$

~~1 если $a=0$~~

~~$b=d$~~

~~$c=2d$~~

~~$2bx+c=0$~~

~~$2d^2+2d=0$~~

~~$2d(1+d)=0$~~

$\left\{\begin{array}{l} a=-3d-1 \\ b=-2d-1 \\ c=-d-1 \\ x_2=-1 \end{array}\right.$

№3

$S=$

$k=\overline{abcdef}:10^n+\overline{abcdef}:10^{n+1}+\overline{abcdef}:10^{n+2}=12468$ =>

263875

124680

$n\in$ =>

Варианты: $n=1$: $f+\overline{ef}+\overline{def}$ max: 9+99+999 X

$n=2$: $\overline{ef}+\overline{def}+\overline{cdef}$ X

$n=3$: $\overline{def}+\overline{cdef}+\overline{bcdef}$ ✓

$n=4$: $\overline{cdef}+\overline{bcdef}+\overline{abcdef}$ X

$n=5$: $\overline{bcdef}+\overline{abcdef}+\overline{abcdef}$ X

$n=6$: $\overline{abcdef}\cdot3$ X

$n\geq6$: $3k$

$a,b,c,d,e,f\in[0;9]$

$a\neq0$

10.000+100+10=11100

9999+999+99

12345 6 :10^8

$$\begin{array}{r} 9\,999 \\ +\;\;999 \\ \hline 10\,998 \\ +\;\;\;99 \\ \hline 11\,097 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Пусть d – разность между 2мя членами ар. прогрессии, тогда:

1. $a = a$
2. $b = a + d$
3. $c = a + 2d$
4. $x_2 = a + 3d$

$\left.\begin{array}{l} c < 0 \\ a > 0 \end{array}\right| \Rightarrow$ ар. прогрессия убывает, и $d < 0$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$x_1 = \frac{-2b + \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - ac}}{a}$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ – меньший член

$a + 3d = \frac{-b - \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ $\quad a(a+3d) = -(a+d) - \sqrt{(a+d)^2 - a(a+2d)} \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 + 3ad + a + d + \sqrt{a^2 + 2ad + d^2 - a^2 - 2ad} = 0 \Rightarrow a^2 + 3ad + d \overset{+a}{+} |d| = 0$

т.к. $d < 0 \Rightarrow |d| = -d \Rightarrow a^2 + 3ad + a = 0 \quad a(a + 3d + 1) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -3d - 1 \end{array}\right.$, но $a \neq 0$ по усл ($a > 0$) $\Rightarrow a = -3d - 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_2 = -3d - 1 + 3d = -1$

Ответ: -1.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

12.468 o(k)ocm. 10:10

$1{,}2\,4{,}6\,8\,5 : 10^5$
100.000
10^4
10^5
10^6

при $n \geq 6$:

$n=5$: $2k' + \overline{bcdef} = 12.468$ x

$12468 \,|\, 3 = 4156$

$n = 3$ $\overline{def} + \overline{cdef} + \overline{bcdef} =$

$= k - a\cdot 100.000 + k - a\cdot 100.000 - b\cdot 10.000 + k -$
$- a\cdot 100.000 - b\cdot 10.000 - c\cdot 1.000 =$

$= 3k - 300.000a - 20.000b - 1.000c = 12.468$

$b=1$ $c=1$ $a=1..9$

$3k = 12.468 + 300.000a + 20.000 + 1000 = 33.468 + 300.000a$

$3k = 333.468 \,|\, 3 = 111156$

$111.156 : 10^3 = 156$
$111.156 : 10^4 = 1156$
$111.156 : 10^5 = 11156$
$= 12.468$

$\boxed{\cancel{a=1},\ \cancel{a=2},\ \cancel{a=3}}$

633.468

933.468

~~234.8916~~

234.891 | 1000000

$\overline{bcdef} + \overline{cdef} + \overline{def} = 12.468$ $f=6$

$$\begin{array}{r} + \;b\,c\,d\,e\,f \\ + \;c\,d\,e\,f \\ d\,e\,f \\ \hline 12.468 \end{array}$$ $= 124$

$3e+1=6$ $3e=15$ $e=5$

$3d+1=4\,/\,14$ $d=1$

$2c = 2\,/\,12$

$c=1$
$c=6$

если $c=1$, то $b=1$ f

если $c=6$, то $b=0$

$k = 318.468 \,|\, 3 = 106.156$

$3k = 12.468 + 300.000a + 6.000 = 318.468$

Отв: 18 числа: ~~333~~ 111.156, 106.156

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

Пусть n - степень 10; a, b, c, d, e, f - цифры числа k, ~~так~~ $a \neq 0$. $\overline{abcdef} = k$, a, b, c, d, e, f $\in [0;9]$, $\in \mathbb{Z}$ $a \in (0;9]$, $\in \mathbb{Z}$

Рассмотрим значения в зависимости от n.

$n=0$: $0 + \overline{f} + \overline{ef} = 12468$ - невозможно, т.к. max сумма $= 9+99 = 108$

$n=1$: $\overline{f} + \overline{ef} + \overline{def} = 12468$ - невозможно, max: $9+99+999 = 1107$

$n=2$: $\overline{ef} + \overline{def} + \overline{cdef} = 12468$ - невозможно, max: $99+999+9.999 = 11.097$

$n=3$: $\overline{def} + \overline{cdef} + \overline{bcdef} = 12468$ - возможно

$n=4$: $\overline{cdef} + \overline{bcdef} + \overline{abcdef} = 12.468 \Rightarrow \overline{cdef} + \overline{bcdef} + k = 12468$ - невозможно т.к. k - 6-ти значное число, а в сумме с другими дает 5-ти значное.

при $n > 4$ ~~тоже~~ сумма будет еще больше $\Rightarrow n = 3$.

Получаем:

$\overline{def} + \overline{cdef} + \overline{bcdef} = 12.468$. Заметим, что последние цифры f присутствуют в 3х числах, значит $3f = 8$, либо, осуществлен переход через десяток и $3f = 18$; $f \in [0;9] \Rightarrow 3f \in [0;27]$ и f-целое $\Rightarrow 3f = 18 \Rightarrow f = 6$.

~~12.468 = 3f + 3e + 3d + 2c + b. Если f = 6, то:~~

~~3e + 3d + 2c + b = 12.45~~ ~~12468 - 18 = 12450~~

~~„e" тоже встречается в 3х числах $\Rightarrow$~~ $\cancel{3f} = 5$

$\cancel{3f} = 15$ (e) | подходит

$\cancel{3f} = 25$ (e) | ~~3fe~~ $3e = 15 \Rightarrow$

~~$\Rightarrow e = 5$~~.

Продолжение на стр. 4

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

x

№ 2 $\begin{cases} x+\sqrt[3]{x^2-y^2}=57 \\ y+\sqrt[3]{x^2-y^2}=-68 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-y^2=(57-x)^3 \\ x^2-y^2=-(68+y)^3 \end{cases}$

$57-x=-68-y$

$x-y=125=5^3$

$\sqrt[3]{125(x+y)}=5\sqrt[3]{x-125}$

$y=x-125$

$x+y=5^3+2y$

$x^2-y^2=57^3-3\cdot57^2x+3\cdot57x^2-x^3$

$x^2-y^2=-(68^3+3\cdot68^2y+3\cdot68y^2+y^3)$

$x+5\sqrt[3]{x-125}=57$

$5\sqrt[3]{x-125}=57-x$ $\quad 125x-125^2=57^3-3\cdot57^2x+3\cdot57\cdot x^2-x^3$

$x^3-3\cdot57x^2+3\cdot57^2x+125x-125^2-57^3=0$

$\cancel{x^3+x(3\cdot57\cdot58}$

$\cancel{x^3+3\cdot57\cdot58x}$ $\quad x^3-3\cdot57x^2+x(3\cdot57^2+125)-125^2-57^3=0$

$57\cdot57=3249$, $3249\cdot57=185213$

$57=3\cdot19$

$\begin{cases} x+5\sqrt[3]{x+y}=57 \\ y+5\sqrt[3]{x+y}=-68 \end{cases}$

$x+y+10\sqrt[3]{x+y}=-11$ $\quad x+y=a=5^3+2y$ $\quad y$

$a+10\sqrt[3]{a}=-11$ $\quad 10\sqrt[3]{a}=-(11+a)$

$1000a+(11^3+3\cdot11^2a+33a^2+a^3)=0$ $\quad 121\cdot11=1331$

$\cancel{1000a=-}$

$\cancel{a^3+33a^2+1993a+}$ $\quad a^3+33a^2+1363a+1331=0$

$33-1-1363+1331$

$a^3+3\cdot11a^2+(1000+3\cdot11^2)a+11^3=0$

$62-5=57$

$-63-5=-68$

$\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=125 \end{cases}$ $\quad x=-1-y$

$+1+2y=-125$

$2y=-126$

$y=-63$

$\cancel{x=+64}$

$x=62$

$a=-1$

	1	33	1363	1331
-1	1	32	1331	

$(a+1)(a^2+32a+1331)$

$16\cdot16=256$

$a=-16+\sqrt{16^2-1331}$

$-63-5=-68$

$+62+\sqrt[3]{125\cdot-1}$ $\quad \cancel{=-64-5}$ $\quad 62-5=57$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение:

$\cancel{12.468} =$ $\overline{def} = f + e\cdot 10 + d\cdot 100$

$\overline{cdef} = f + e\cdot 10 + d\cdot 100 + c\cdot 1000$

$\overline{bcdef} = f + e\cdot 10 + d\cdot 100 + c\cdot 1000 + b\cdot 10.000$

$12.468 = 3f + 30e + 300d + 2000c + 10.000b$

$12.450 = 30e + 300d + 2.000c + 10.000b$

$30e = 50$ или $30e = 150$ или $30e = 250$, подходит $30e = 150 \Rightarrow$

$\Rightarrow e = 5$.

$12.300 = 300d + 2.000c + 10.000b$

$300d = 300 / 1300 / 2300 \Rightarrow 300d = 300$ $d = 1$

$12.000 = 2.000c + 10000b$ $\quad 2.000c = 2.000 / 12.000 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} c = 1 \\ c = 6 \end{array}\right.$ если $c = 1$, то $b = 1$; если $c = 6$, то $b = 0$.

„a" - любое, удовлетворяющее усл.

Итого получаем 2е группы чисел:

1) $\overline{a11156}$ $a \in [1; 9]$ - 9 вариантов

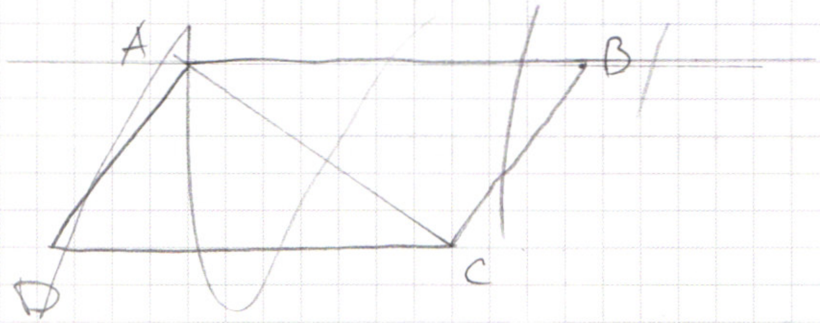
2) $\overline{a06156}$ $a \in [1; 9]$ - еще 9 вариантов

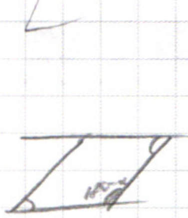
Итого 18 ~~вариантов~~ чисел: 111156, 211156, 311156, 411156, 511156, 611156, 711156, 811156, 911156, 106156, 206156, 306156, 406156, 506156, 606156, 706156, 806156, 906156.

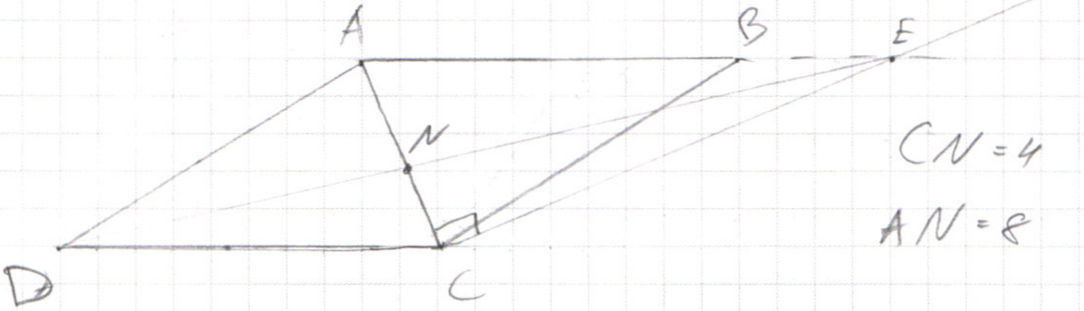
Ответ: 18 чисел.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)







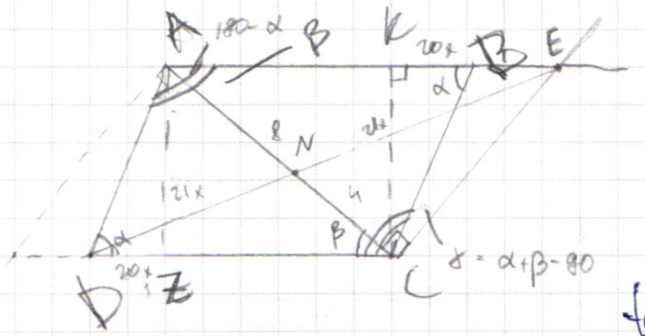
$CN = 4$

$AN = 8$

$\alpha = \angle ADC$

$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3}$

$tg(\frac{1}{2}\angle ADC) = \frac{2}{5}$



$tg2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{2\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$ $\Big|:\frac{\cos\alpha}{tg}$

$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha\cdot tg\beta}$?

$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$

$tg\,\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$

$tg\alpha = \frac{\frac{4}{5}}{1-\frac{4}{25}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{21}{25}} = \frac{4\cdot 25}{5\cdot 21} = \frac{20}{21}$

$\cancel{180-\alpha}$

$\angle BCA = 180 - \alpha$

$\angle ACD = \beta$

~~$\angle ABC$~~ $\angle ACB = 180 - \alpha - \beta$

$\angle DCE = 180 - \alpha + \gamma$

$\angle ACE = 90° = \angle DCE - \beta = 180 - \alpha + \gamma - \beta = 90$

$\gamma = \alpha + \beta - 90$

$\frac{BK}{CK} = \frac{2}{5}$ $\quad tg\beta = \frac{AB - 20x}{21x}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

Пусть набор чисел, делящихся на 5 = n; делящихся на 7 = k.

Чтобы выбрать тройку, сначала выберем 2 из делящихся на 5 и на 7. Данное число будет $k \cdot n$. т.к. для каждого k выбирается n или наоборот. 3е число выбирается произвольно из оставшихся чисел, их $(n+k-2)$. Но это число нужно разделить на 2, т.к. наборы будут повторяться два раза. Получаем формулу $\frac{n \cdot k \cdot (n+k-2)}{2} = 49$

$nk(n+k-2) = 7 \cdot 7 \cdot 2 \quad n=2 \ \ k=7 \quad n+k=9$

либо

$n=7 \ \ k=2$

Других вариантов быть не может т.к. $n, k, n+k-2$ - простые числа 7, 7, 2. А вариант $n=7$ $k=7$ не подходит

Ответ: 9

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

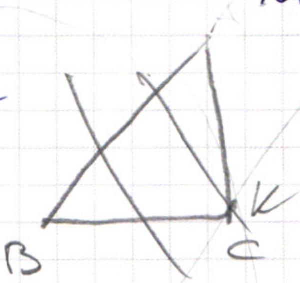
№5

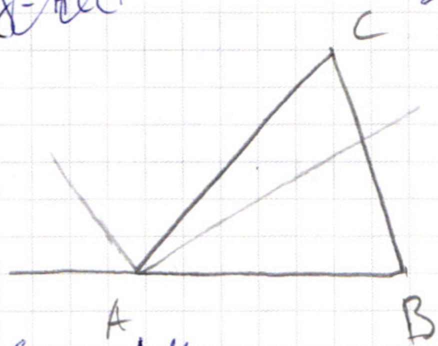
$\cos\gamma = AC^2 +$

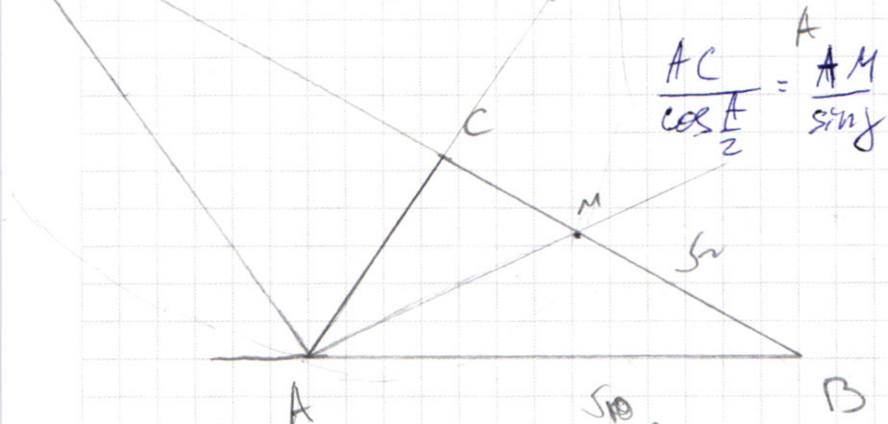
$\cancel{\frac{\sqrt{10}}{r+\sqrt{2}} = \frac{BZ}{}}$

$\frac{NA}{\sin\cos\frac{A}{2}} = 4\sqrt{2}$

$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$





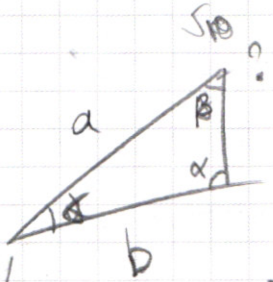


$\frac{AC}{\cos\frac{A}{2}} = \frac{AM}{\sin\gamma}$

$\frac{AB}{OB} = \frac{BZ}{NB} = \frac{OA}{NZ}$

$\frac{\sqrt{10}}{r+\sqrt{2}} = \frac{BZ}{2r+\sqrt{2}} = \frac{r}{NZ}$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$



$BN^2 = NZ^2 + BZ^2$

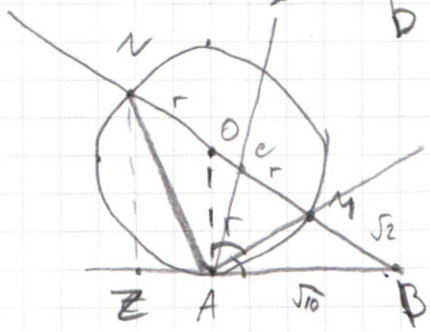
$BO^2 = AO^2 + AB^2$

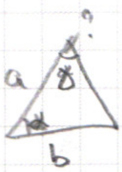
$\angle ACB - ?$

$\frac{NM}{2} - ?$

$S_{ANKM} - ?$

$4:5 = 9:2$





$AB = \sqrt{10}$

$BM = \sqrt{2}$

$2\sqrt{2}+\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$\sqrt{1-\sin^2\frac{A}{2}}$

$\sin\gamma = \sin(\frac{A}{2}+M) = \sin\frac{A}{2}\cos M + \sin M\cos\frac{A}{2} =$

$\cancel{= \sqrt{5}\sin M\cos}$

$= \sqrt{5}\sin M\cos M + \sin M\sqrt{1-5\sin^2 M}$

$NM = 2\sqrt{5} - \sqrt{2}$

$(2r+\sqrt{2})^2 = NZ^2 + BZ^2$

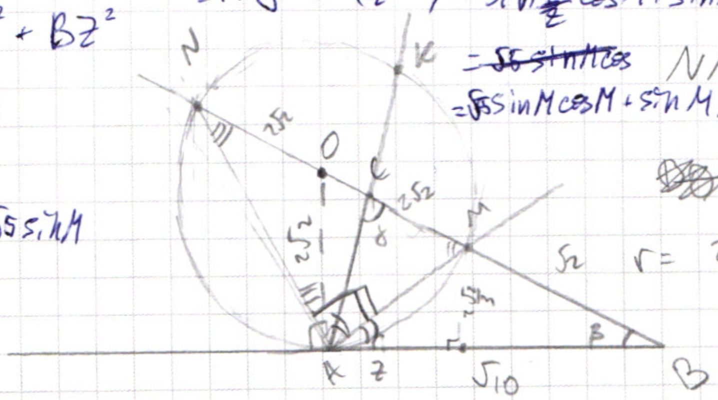
$(r+\sqrt{2})^2 = r^2 + 10$

$2\sqrt{2}r = 8$

$r = 2\sqrt{2}$

$\sin\frac{A}{2} = \sqrt{5}\sin M$

$\frac{A}{2} + M = \gamma$



$\cancel{2\sqrt{2}}$

$r = 2\sqrt{5} - \sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{10}}{\sin\gamma} = \frac{AC}{\sin\beta}$

$\cancel{BN = BM \cdot AB = 2\sqrt{5}}$

$\frac{\sqrt{10}}{\sin\gamma} = \frac{3}{2}AC$

$\cancel{AB^2 = AC}$

$\frac{\sqrt{10}}{\sin M} = \frac{\sqrt{2}}{\sin\frac{A}{2}}$

$tg\beta = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin\beta = \frac{2}{3} = \frac{x}{\sqrt{2}}$

$\cancel{\sin\gamma = 3A}$

$\sin\gamma = \frac{2\sqrt{10}}{3AC}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

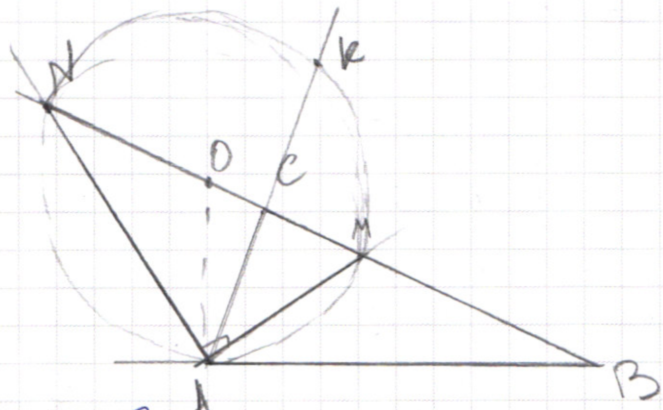
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5



Дано

$AB = \sqrt{10}$

$BM = \sqrt{2}$

Найти

r, $\angle ACB$,

S_{ANKM} - ?

Решение

Пусть O - центр окруж.

Пусть $\angle CAB = \alpha$, тогда: $\angle CAM = \frac{\alpha}{2}$; внеш. уг. к A = $180 - \alpha$ => $\angle NAC = 90 - \frac{\alpha}{2}$ => $\angle NAM = 90^\circ$ => NM - диаметр.

AB - касат. к окруж. ~~=> OA~~ => OA - радиус => $OA \perp AB$

~~по~~ Пусть r - радиус. по т Пифагора: $OB^2 = OA^2 + AB^2$ =>

$(r + MB)^2 = r^2 + \cancel{(\sqrt{10})^2} AB^2 \Rightarrow r^2 + 2r\sqrt{2} + 2 = r^2 + 10$ $r = 2\sqrt{2}$

~~$\angle ACB$~~ =

Ответ: $r = 2\sqrt{2}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

N6 $n+k-?$

n: 5 10 15 20 25 30 40

k: 7 14 21 28 42

$49=7\cdot 7$

~~n·k·l~~ $\cancel{n\cdot k(n-1)(k-1)=49}$

$(n^2-n)(k^2-k)\cdot$ $\cancel{n(n-1)k}$ $n(n-1)k(k-1)=49$

n: 5 10 15

k: 7 14 21 28

5 7 10 5 14 10

5 7 14 5 14 15

5 7 15 7 14 15

10 7 14

10 7 15

10 14 15

$\frac{(n+k-2)\cdot n\cdot k}{2}=49$

$\frac{3\cdot 3\cdot 2}{2}=18$

$7\cdot 7\cdot 2$

$(n+k-2)n\cdot k=7\cdot 7\cdot 2$

$n=7$
$k=2$

Отв: 9

n: 5 10 15 20 7

k: 7 14 5

~~n² k+~~ $xy(x+y-2)=49$

$x^2y+xy^2-2xy=49$

$y^2x+y(x^2-2x)-49=0$

$D=(x^2-2x)^2+4\cdot 49\cdot x=x^2(x-2)^2+4\cdot 49\cdot x=x^2(x^2-4x+4)+$

$+4\cdot 49x=x^4-4x^3+4x^2+4\cdot 49x$

$n\cdot k(n+k-2)=7\cdot 7\cdot 2$

$y=-x^2+2x\pm\sqrt{D}$

$n=7$ $k=7$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)