МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

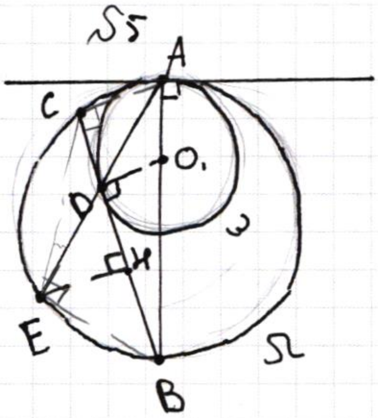
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $CD = 2$, $BD = 3$

Найти: $r(\omega)$, $R(\Omega)$, S_{BACE}

Решение:

1) $\angle BCA$ - прямой - опирается на диаметр AB.

2) $\angle CBA$ - общий, $\triangle CAB$ и $\triangle DO_1B$ - прям. => они подобны.

$AB = 2R$. $AO_1 = r$ (O_1 - центр окр. ω)

$$\frac{CB}{DB} = \frac{2R}{2R-r} = \frac{2R-r+r}{2R-r} = 1 + \frac{r}{2R-r} = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{r}{2R-r} = \frac{2}{3}$$

$3r = 4R - 2r$

$5r = 4R$

$r = \frac{4}{5}R$

$R = \frac{5}{4}r$

3) DO_1B - прям. =>

$O_1B^2 = DO_1^2 + DB^2$.

$DO_1 = r$

$(2R - r)^2 = r^2 + 9$

$4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + 9$

$4R^2 - \frac{16}{5}R^2 - 9 = 0$

~~$R = \frac{\frac{16}{5} + \sqrt{\frac{16^2}{5^2} + 9\cdot 16}}{8} = \frac{\frac{16}{5} + 4\sqrt{\frac{16}{25}+9}}{8} = \frac{\frac{4}{5} + \frac{\sqrt{61}}{5}}{2} = 0{,}4 + 0{,}1\sqrt{61}$~~

~~$r = \frac{2}{25}(4 + \sqrt{61}) = 0{,}32 + 0{,}08\sqrt{61}$~~

$\frac{4}{5}R^2 = 9$

$R = \frac{3}{2}\sqrt{5}$

$r = \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{5} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

S_{BACE}.

$EH \perp CB$.

$$\frac{CA}{EH} = \frac{CD}{DH} = \frac{AD}{DE} = \frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = 4$$

$(2R)^2 - CB^2 = CA^2 = 45 - 25 = 20$ $\quad CA = 2\sqrt{5}$

$CA^2 + CD^2 = AD^2 = (2R)^2 - CB^2 + CD^2 = 9\cdot 5 - 25 + 4 = 24$

$AD = 2\sqrt{6}$

$CD \cdot DB = AD \cdot DE$

$DE = \frac{6}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$EH = \frac{\sqrt{5}}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

$S_{CEB} + S_{CBA} = S_{BACE} = (EH \cdot CB + CA \cdot CB)\frac{1}{2} =$

$= \frac{CB}{2}(EH + CA) = \frac{CB}{2} \cdot \frac{5}{2}\sqrt{5} = \frac{25}{4}\sqrt{5}$

Ответ: $S_{BACE} = \frac{25\sqrt{5}}{4}$; $r = \frac{6}{\sqrt{5}}$; $R = \frac{3}{2}\sqrt{5}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано: a, b, c — члены геом. прогрессии

IV член: $ax^2 - 2bx + c = 0$ IV член = 6

III член -? $\equiv c$

Пусть $b = aq$, $c = aq^2$. Тогда:

$$\cancel{a}x^2 - 2\cancel{a}qx + \cancel{a}q^2 = 0$$

$$x^2 - 2qx + q^2 = 0$$

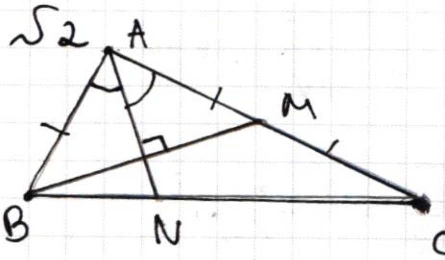
$$x = q = aq^3$$

$$1 = aq^2 \equiv c$$

Т.к. q^2 - неотриц., то и a неотриц.
$a > 0$

Ответ: $c = 1$.

№2



Дано: $AN \perp BM$
$P_\Delta = 900$.
N -?

Решение:
Возьмём ΔABC у которого бис. AN и мед. BM $\perp$.
Тогда в ΔABM бис. и высота совп., значит, ΔABM - равнобед.

$$BA = \frac{1}{2}AC = AM.$$

Значит, в нужных нам Δ $a = \frac{1}{2}b$
(три стороны a, b, c)

Должны выполниться условия:

$b < a + c$ $(a < b)$
$c < a + b$

$b < \frac{1}{2}b + c$
$\frac{1}{2}b < c$

$c < \frac{3}{2}b$

$b \in (300; 450)$

$\frac{1}{2}b < c < \frac{3}{2}b$

$a + b + c = \frac{3}{2}b + c = 900$

$c \in (\frac{1}{2}b; \frac{3}{2}b)$

$\frac{3}{2}b + \frac{1}{2}b \leq 900$
$2b = \frac{4}{2}b < 900$
$b < 450$

$\frac{6}{2}b > 900$
$3b > 900$
$b > 300$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

в можно выбрать $450-300-1=149$ способами. При этом c восстанавливается однозначно, т. к. $a=\frac{1}{2}b$.

Ответ: 149.

∫3

ОДЗ: $(x-6)(y-1)>0$

$x-6y>0$

$x>6y$

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6}=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0. \end{cases}$$

$(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0$

Пусть $x-6=a$

$y-1=b$

$x-6y=a-6b$

$\cancel{a-6b=\sqrt{ab}}$

$\cancel{a^2+2b^2-18=0}$

$\cancel{a^2-12ab+36b^2=ab}$

$\cancel{a^2-13ab+36b^2=0}$

$\cancel{34b^2+18-13ab=0}$

$\cancel{b=\frac{13a\pm\sqrt{169a^2-18\cdot 34}}{68}}$

$(a-6b>0)$

$a-6b=\sqrt{ab}$

$a^2+2b^2-18=0$

$a^2=2(9-b^2)$

$a=\sqrt{2(9-b^2)}$

$$\frac{\sqrt{2(9-b^2)}-6b}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{2(9-b^2)}}=1=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}-6\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$$

$\cancel{\frac{\sqrt[4]{2(9-b^2)}}{\sqrt{b}}-\frac{6\sqrt{b}}{\sqrt[4]{2(9-b^2)}}}$

$\cancel{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}+6\sqrt{b}}{\sqrt{a}}}$

$$1=\frac{a}{b}-12+36\frac{b}{a}$$

$$13=\frac{a^2+36b^2}{ab}$$

$13ab=a^2+36b^2$ $\qquad a^2-13ab+36b^2=0$

$(a-9b)(a-4b)=0$

$a=9b$ или $a=4b$

$x-6=9y-9$ $\qquad x-6=4y-4$

$x+3=9y$ $\qquad x-2=4y$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Подставим во II уравнение.

$(x+3)^2 = x^2+6x+9 = 81y^2$

$(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0$

$(9y-9)^2+2(y-1)^2-18=0$

$81(y-1)^2+2(y-1)^2-18=0$

$83(y-1)^2-18=0$

$83y^2-166y+83-18=0$

$83y^2-166y+65=0$

$y = \frac{83\cdot 2 \pm \sqrt{(83\cdot 2)^2-83\cdot 65\cdot 4}}{83\cdot 2} =$

$= 1 \pm \sqrt{1-\frac{65}{83}} = 1 \pm \sqrt{\frac{18}{83}}$

$x_1 = \left(1+\sqrt{\frac{18}{83}}\right)\cdot 9+3 = 12+9\sqrt{\frac{18}{83}}$

$x_2 = 12 - 9\sqrt{\frac{18}{83}}$

$(x-6)^2+2(y-1)^2-18=0$

$(4y-4)^2+2(y-1)^2-18 = 18(y-1)^2-18=0$

~~$y^2-2y+4=0$~~ $y^2-2y-2=0$

$y = \frac{2\pm\sqrt{4+8}}{2} = 1\pm\sqrt{3}$

$x_3 = 2+4\sqrt{3}$

$x_4 = 2-4\sqrt{3}$

~~Ответ: $(2+4\sqrt{3};\ 1+\sqrt{3})$; $(2-4\sqrt{3};\ 1-\sqrt{3})$; $(12+\sqrt{\frac{162}{83}};\ 1+\sqrt{\frac{12}{83}})$; $(12-\sqrt{\frac{162}{83}};\ 1-\sqrt{\frac{12}{83}})$ не входит в ОДЗ~~

Ответ:

$\left(12+9\sqrt{\frac{18}{83}};\ 1+\sqrt{\frac{18}{83}}\right)$;

$\left(12-9\sqrt{\frac{18}{83}};\ 1-\sqrt{\frac{18}{83}}\right)$;

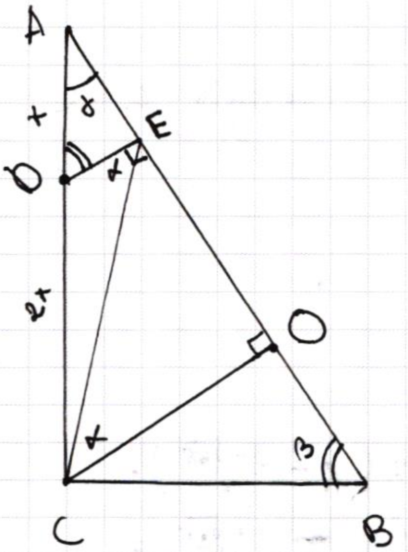
~~$(2+4\sqrt{3};\ 1+\sqrt{3})$;~~

~~$(2-4\sqrt{3};\ 1-\sqrt{3})$~~

не входят в ОДЗ.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



Дано: $\alpha = 30°$; $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ $DE \perp AB$; $AC = \sqrt{7}$

Найти: $tg\angle BAC$; $S_{\triangle CED}$.

Пусть $\angle CBA = \beta$, тогда $\angle ADE = \beta$, $\angle CAB = \gamma$

$\angle CEB = 90 - \alpha = 60°$

$\frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$ Пусть $AD = x$.

$\cancel{x^2 = AE^2 + tg^2\gamma AE^2 = (1+tg^2\gamma)AE^2 = \frac{AE^2}{\cos^2\gamma}}$

$\cancel{9x^2 = AE^2 + EC^2 + \sqrt{3}\, AE\cdot EC}$

$\cancel{BE^2 + CB^2}$ $\cancel{CE^2 + EB^2 - CE\cdot EB = CB^2}$

$\cancel{AE^2 + EB^2 + 2AE\cdot EB - 9x^2 = CB^2}$

$\cancel{(AE+EB)^2 = CE^2 + EB^2 - CE\cdot EB + AE^2 + EC^2 + \sqrt{3}AE\cdot EC}$

Проведём $CO \perp AB$. $AO : AE = 3:1$ $EO = 2AE$

$CE = \frac{EO}{\sin\alpha} = 2EO = 4AE$.

$AE = AD\cos\gamma = x\cos\gamma$

$9x^2 = AE^2 + (4AE)^2 + 2\cancel{\sqrt{3}}\cdot\overset{60°}{\cos(180-90-\alpha)}\cdot AE\cdot 4\cdot AE. = AE^2(17+4) = AE^2\cdot 21$

$= \cancel{AE^2(1+16+4\sqrt{3}) = AE(17+4\sqrt{3})}$

$3\cancel{9}\cancel{x^2} = \cancel{x^2}\cos^2\gamma\,\cancel{(17+4\sqrt{3})}\ 21\ 7$ $\qquad \frac{1}{\cos^2\gamma} = \frac{7}{3} = 1 + tg^2\gamma$

$\cancel{\frac{1}{\cos^2\gamma} = 1 + tg^2\gamma = \frac{1}{9}(17+4\sqrt{3}) = \frac{17+4\sqrt{3}}{9} = 1 + \frac{8+4\sqrt{3}}{9}}$

$\cancel{tg\gamma = \frac{2}{3}\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ $\qquad \frac{4}{3} = tg^2\gamma \Rightarrow tg\gamma = \frac{2}{\sqrt{3}}$

а) Ответ: $tg\angle BAC = \cancel{\frac{2}{3}\sqrt{2+\sqrt{3}}}\ \frac{2}{\sqrt{3}}$

$AC = \sqrt{7}$. $\qquad$ б) Ответ: $\cancel{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2+\sqrt{3}}}$ $\frac{2}{3\sqrt{3}}$

$S_{\triangle CED} = \sin\alpha\cdot DE\cdot EC\,\frac{1}{2} = \frac{1}{4}\cdot AE\cdot tg\gamma\cdot AE\,4 = \cancel{\frac{4}{4}}\,tg\gamma\, AE^2 =$

$= \cancel{\frac{4}{4}}\,tg\gamma\cdot AD^2\cdot\cos^2\gamma = \frac{tg\gamma}{1+tg^2\gamma}\cdot AC^2\cdot\frac{1}{9} = \cancel{\frac{9}{8+4\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{9}\cdot 7\cdot\frac{2}{3}\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$

$= \cancel{\frac{14}{6\sqrt{2+\sqrt{3}}}\ \frac{7}{3}\ \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$. $\qquad \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{7}}\cdot 7\cdot\frac{1}{\cancel{9}_3}\cdot\frac{3}{7} = \frac{2}{3\sqrt{3}}$

№ 6

$8x - 6|2x-1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$ $(a;b) - ?$

$x \in [-\frac{1}{2}; 1]$

~~1) для данного промежутка $|2x-1| = 1-2x$~~

1) для $x \le \frac{1}{2}$: $|2x-1| = 1-2x$

$x > \frac{1}{2}$: $|2x-1| = 2x-1$

Ответ: $a=2$; $b=3$.

~~$8x - 6(1-2x) \le ax+b$~~

~~$8x - 6 + 12x \le ax+b$~~

~~$20x - 6 \le ax + b$~~ ~~для $x \le \frac{1}{2}$~~

~~$6 - 4x \le ax + b$~~ ~~для $x > \frac{1}{2}$~~

~~$-8x^2 + 6x + 7 = 0$~~

~~$x = \frac{-3 \pm \sqrt{65}}{-8}$~~

~~$x_1 = \frac{3-\sqrt{65}}{8}$~~

~~$x_2 = \frac{3+\sqrt{65}}{8}$~~

~~$ax + b \le -8\left(x - \frac{3-\sqrt{65}}{8}\right) \cdot \left(x - \frac{3+\sqrt{65}}{8}\right) = -8\left(\frac{(8x-3)^2 - 65}{64}\right) = \frac{65 - (8x-3)^2}{8}$~~

для $x \le \frac{1}{2}$: $8x + 2x \cdot 6 - 6 = 20x - 6 = f_1(x)$

для $x > \frac{1}{2}$: $8x - 12x + 6 = 6 - 4x = f_2(x)$

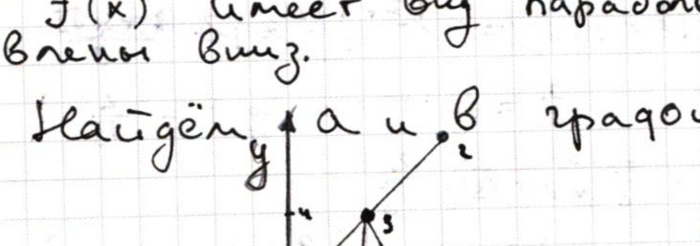
$f(x) = -8x^2 + 6x + 7$

$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{8}{4} + \frac{-6}{2} + 7 = -2 - 3 + 7 = 2$

$f(1) = -8 + 6 + 7 = 5$

$f(x)$ имеет вид параболы, ветви которой направлены вниз.

Найдём a и b графически.



$ax+b$ должен проходить выше графиков $f_1(x)$ и $f_2(x)$, а также ~~пересекая график $f(x)$~~ его значение ~~в точках~~ при $x \in [-\frac{1}{2}; 1]$ не превышает значение $f(x)$. На графике все крайние точки образуют прямую. Согласно гр. $b=3$; $a=2$

☐ черновик ☑ чистовик Страница №7

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} = \sqrt{(x-6)(y-1)}$

$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$

$x - 6 = a$

$y - 1 = b$

$x - 6y$

$a - 6b$

$(x - 6)^2 - 18 + \cancel{2(y-1)^2}$

$+ 2(y-1)^2 = 0$

$a^2 + 2b^2 - 18 = 0$

$a^2 = 2(9 - b^2)$

$a^2 = 2(9 - b^2)$

$a = \sqrt{2(9 - b^2)}$

$x - 6y = \sqrt{ab}$

$\cancel{x^2 + 36y^2 - 12xy = xy - 6y - x + 6}$

$(a - 6b) = \sqrt{ab}$

$83 - 65 =$
$= 18$

$\cancel{(2\sqrt{9 - b^2} - 6b) = \sqrt{\sqrt{2(9-b^2)}\,b}}$

$-\begin{array}{r}83\\18\\\hline 65\end{array}$

$x^2 + 6x + 9 = y^2$

$-3x - 9$

$a - 6b = \sqrt{ab}$

$a^2 + 2b^2 - 18 \cdot 18$

$18a^2 + 36b^2 - 18^2$

$a - 6b - \sqrt{ab} = 0$

$\cancel{(\sqrt{a} + \sqrt{6b})^2}$

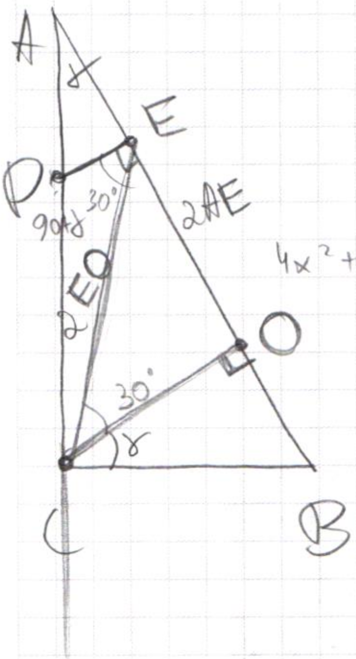
$a^2 + 36b^2 - 12ab = ab$

$a^2 - 13ab + 36b^2$

$(a - 9b)(a - 4b)$

$34b^2 - 13ab + 18 = 0$

$D = \sqrt{169a^2 - 1}$



$\cancel{180}^{90} - 90 - 30° - \gamma = \angle DCE$

$60° - \gamma = \angle DCE$

$4x^2 + CE^2 - \cos(60° - \gamma)\ 2x \cdot CE =$

$30 + \gamma$

C

$OE = 2AE$

~~3AE~~

$AO + OB = AB$

$AO = AC\cos$

$\boxed{tg\angle A}\ EC = 4AE$

$AE = AD\cos\gamma$

$-8x^2 + 6x + 7 =$

$=$

$D = \overset{4\cdot 9}{36} + 8\cdot 7\cdot 4$

$9 + 56 =$
$= 65$

$-8x^2 + 6x + 7 =$

$D = 36 + 8\cdot 7\cdot 4 =$

$= 36 + 224 =$
$= 260$

$\times \begin{array}{r}32\\7\\\hline 224\end{array}$

$\dfrac{-\overset{3}{\cancel{6}} \pm \cancel{2}\sqrt{65}}{-\cancel{16}8}$

$\dfrac{-3 \pm \sqrt{65}}{-8}$

$\dfrac{3-\sqrt{65}}{8}$ $\dfrac{3+\sqrt{65}}{8}$

$\sqrt{6}$

$8x - 6|2x - 1| \le ax + b \le -8x^2 + 6x + 7$

$\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ $x - \dfrac{3-\sqrt{65}}{8}$

$(8x-3) - \sqrt{65}$
$(8x-3) + \sqrt{65}$

~~8x~~ $- 6\cdot 2 \le -8x^2 - 2x + 15$

$0 \le -8x^2 - 2x + 15$

$0 \le -\frac{8}{4} + 1 + 15$

$8x - 6|2x - 1|$

$8x - 6(1 - 2x)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a - 6y6b = \sqrt{ab}(y-1)$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{6\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = 1$

$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$

$\frac{2-4\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3}$

$2y^2 - 4y + 2 = x^2 - 12x$

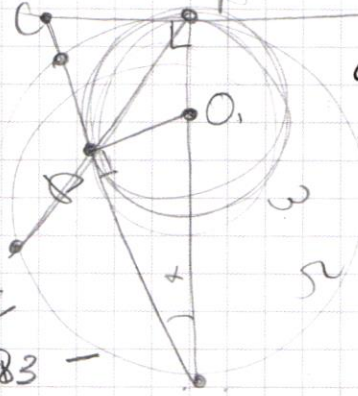
$\frac{a}{b} + 36\frac{b}{a} - 12 = 1$

13

$a^2 + 36b^2 - 13ab = 0$

$\frac{BD}{CB} = \frac{2R-r}{2R}$

$(R-r)^2 = r^2 + DB^2$



S BACE

CD=2

BD=3

$9 \times 5 = 45$

$+\begin{array}{r}45\\16\\\hline 61\end{array}$

$\boxed{CD = CA}$ кас.

$144 \cdot 83 -$

$\frac{CD}{BD+CD} = \sin\alpha$

$\sqrt{ab} \geq 0$

$r =$

$83y^2 + 83 - 18 - 2 \cdot 83y = 0$

65

$a - \sqrt{ab}y - 6b = 0$

$\frac{a}{c}$

$D = (2 \cdot 83)^2 - 83 \cdot 65 \cdot 4$

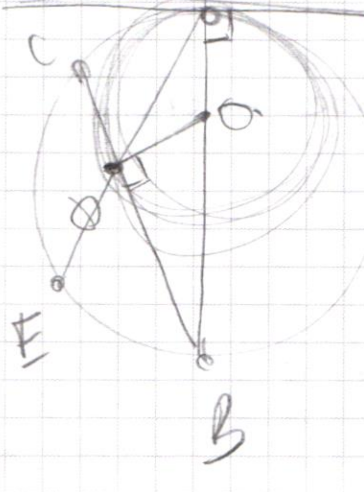
$b^2 = c^2 - a^2 = \frac{a^2}{\sin^2\alpha} - a^2 =$

$= \frac{a^2}{\sin^2\alpha}(1 - \sin^2\alpha)$

$\frac{83 \cdot 1 \pm \sqrt{(1\cdot 83)^2 - 83\cdot 65 \cdot 1}}{83 \cdot 1}$

$a - 6b \geq 0$

$(a - \sqrt{ab} - 6b)(a - \sqrt{ab} - 6b)$



$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 - 18 = 0$

$(x+3-9)^2 + 2(y-1)^2$

$1 \pm \sqrt{\frac{83 \cdot 18}{83^2}}$

$(9y-9)^2 + 2(y-1)^2 - 18 = 0$

$81(y-1)^2 + 2(y-1)^2 - 18 = 0$

$83(y-1)^2 - 18 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$8x a - 6, |2x-1| \le ax+b \le -8x^2+6x+7$

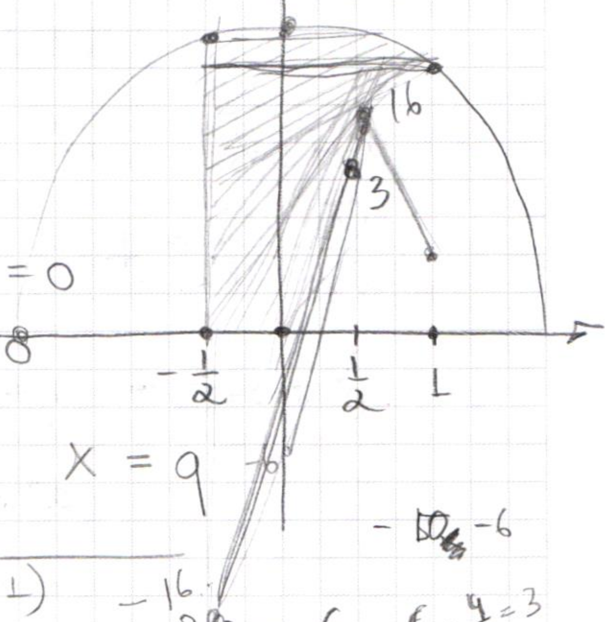
$ax^2 - 2bx + c = 0$

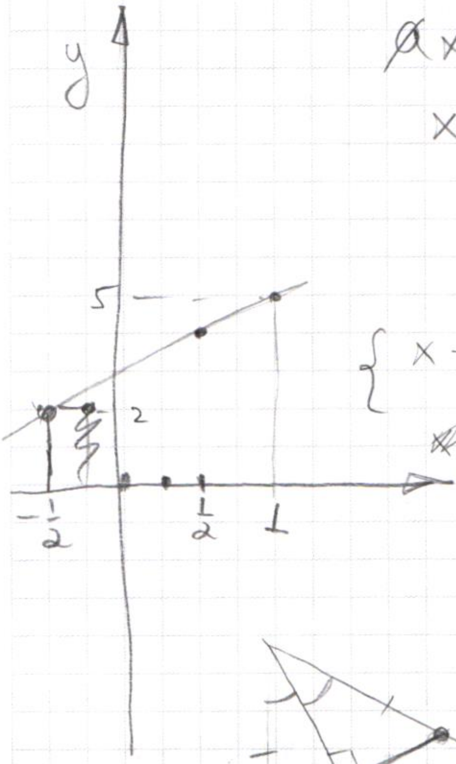
$a \quad b = aq \quad c = aq^2$

$\cancel{a}x^2 - 2\cancel{a}qx + \cancel{a}q^2 = 0$

$x^2 - 2qx + q^2 = 0$

$x = q$





$\left\{ x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)} \right.$

$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$

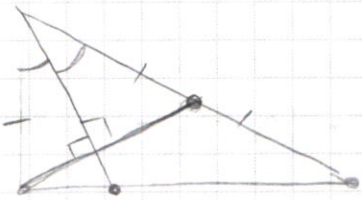
$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4(2y^2}}{2}$

$20x - 6$

$6 - 4x$

$6 - \frac{4}{2} = 3$

$6 - 4x$



$f \quad a, b$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/2]$ наиб. целое число

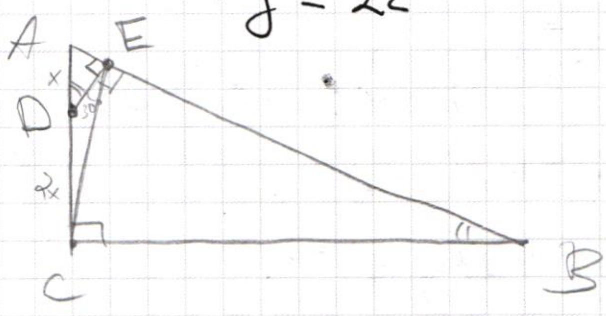
$f \frac{x}{y} < 0$

$P = 900$

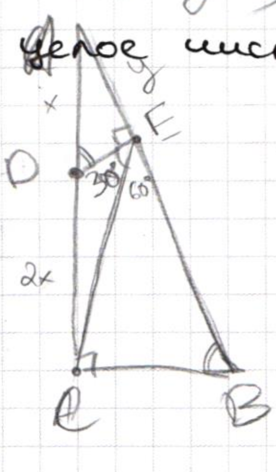
$2 \le x \le 22$

$2 \le y \le 22$

0 - целое число!



$180 - 90 - 30 = 60$



$5 - 6 = -1$

$\frac{3}{8} \cdot 20 - 6 = \frac{15}{2} = 7,5 - 6 = 1,5$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)