



# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

### 10 класс

ВАРИАНТ 9

ШИФР \_\_\_\_\_

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа  $a, b, c$  являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа  $a, b, c$  не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения  $ax^2 + 2bx + c = 0$ . Найдите третий член прогрессии.
2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AC$  и гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно, такие что  $AD : AC = 3 : 5$  и  $DE \perp AB$ . Найдите тангенс угла  $BAC$ , если известно, что  $\angle CED = 45^\circ$ .
- б) Пусть дополнительно известно, что  $AC = \sqrt{29}$ . Найдите площадь треугольника  $CED$ .

5. [5 баллов] Окружности  $\Omega$  и  $\omega$  касаются в точке  $A$  внутренним образом. Отрезок  $AB$  – диаметр большей окружности  $\Omega$ , а хорда  $BC$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $D$ . Луч  $AD$  повторно пересекает  $\Omega$  в точке  $E$ . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника  $BACE$ , если известно, что  $CD = 1, BD = 3$ .

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел  $(a; b)$  такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$

выполнено для всех  $x$  на промежутке  $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$ .

7. [5 баллов] Функция  $f$  определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел  $a$  и  $b$  из этого множества выполнено равенство  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , и при этом  $f(p) = [p/2]$  для любого простого числа  $p$  ( $[x]$  обозначает наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ ). Найдите количество пар натуральных чисел  $(x; y)$  таких, что  $1 \leq x \leq 21, 1 \leq y \leq 21$  и  $f(x/y) < 0$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

Пусть  $a = p$ ,  $b = pq$ ,  $c = pq^2$ ,  $x_1 = pq^3$ ,  $q \neq 0$ ,  $p \neq 0$

$$ax^2 + 2bx + c = 0$$

$$D = 4b^2 - 4ac = 4p^2q^2 - 4 \cdot p \cdot pq^2 = 0$$

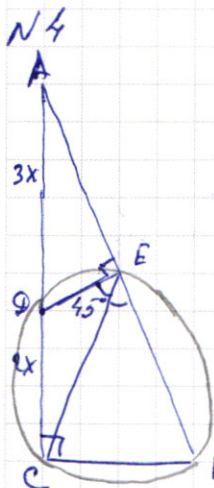
Значит уравнение имеет только одно решение

$$x_1 = \frac{-2b}{2a} = \frac{-2pq}{2p} = -q$$

$x_1 = -q = pq^3$  делим обе части на  $q$  т.к.  $q \neq 0$

$$-1 = pq^2 = c$$

Ответ: -1



$AD:AC = 3:5$ ) т.к.  $DE \perp AB$ , а  $\angle CED = 45^\circ$ , то EC - биссектриса

$DE \perp AB$   $CE \in \angle C$  - вписанной т.к. сумма противополо-

$\angle CED = 45^\circ$  лопных углов  $180^\circ$

$\angle C \angle BAC$ ? т.к. EC - биссектриса, то DC = CB как основания  
равных вписанных углов

Тогда  $CB = 2x$

$$\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3} \quad \text{Ответ: } \operatorname{tg} \angle BAC = \frac{2}{3}$$

$$a) AC = \sqrt{29}$$

$$BC = \frac{\sqrt{29} \cdot 2}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{\sqrt{29} \cdot \frac{2}{5} \sqrt{29}}{2} = \frac{29 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{29}{2}$$

$$\text{Ответ: } S_{ABC} = \frac{29}{2}$$

№6

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + 12x - 1 \quad \text{при } x \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$$

$2x^2 - x - 1$  - парабола с ветвями вверх и вершиной в  $(\frac{1}{2}; -1)$

$x + 12x - 1$  можно представить как  $\begin{cases} 3x - 1, & \text{при } x \in [\frac{1}{2}, +\infty) \\ 1 - x, & \text{при } x \in (-\infty, \frac{1}{2}] \end{cases}$

точка пересечения функций  $x + 12x - 1$  в точке  $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

~~Чтобы прямая  $ax + b$  выполняла условия задачи в заданном диапазоне должна проходить ниже точки  $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$  или проходить через нее и проходить через одну из точек  $(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8})$  и  $(\frac{3}{2}; 2)$~~

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ x = 1 \end{cases} \quad \text{- корни}$$

$$\text{При } x = -\frac{1}{4}, y = -\frac{5}{8}$$

$$\text{При } x = \frac{3}{2}, y = 2$$

Рассмотрим случай, когда  $ax + b$  проходит через точки  $(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8})$  и  $(\frac{3}{2}; 2)$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}a + b = 2 \\ -\frac{1}{4}a + b = -\frac{5}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + \frac{2}{3}b = \frac{4}{3} \\ -a + 4b = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + \frac{2}{3}b = \frac{4}{3} \\ \frac{2}{3}b = -\frac{7}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + \frac{2}{3}b = \frac{4}{3} \\ b = -\frac{7}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{7}{6} \end{cases}$$

Проверим проходит ли прямая  $\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$  через точку  $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

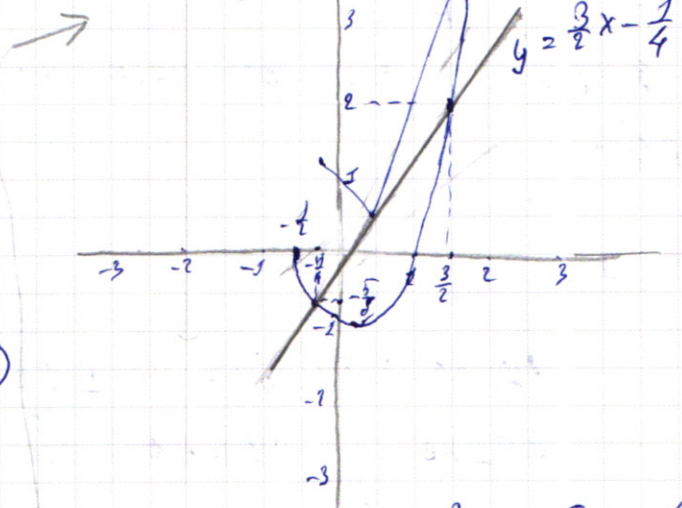
$$\text{При } x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$$

Значит прямая  $\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$  проходит

через 3 точки  $(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8}), (\frac{3}{2}; 2)$  и  $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

Эта прямая будет единственной прямой, удовлетворяющей условию и.к. в ином случае будет касаться график функции  $x + 12x - 1$  или будет ниже

точек параболы  $2x^2 - x - 1$



Ответ:  $a = \frac{3}{2}; b = -\frac{1}{4}$

N3

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases} \quad \text{Пусть } (x-2)=b, (y-2)=a$$

$$\begin{cases} (y-2)-(2x-2) = \sqrt{(y-2)(x-2)} \\ (y-2)^2+2(x-2)^2-3=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} a-2b = \sqrt{ab} \\ a^2+2b^2-3=0 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} -4ab+2b^2+2=ab \\ a^2+2b^2-3=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} -5ab+2b^2+2=0 \quad (1) \\ a^2+2b^2-3=0 \quad (2) \end{cases}$$~~

~~$$(1) \quad 2b^2-5ab+2=0 \\ D=25-16=9$$~~

~~$$b = \frac{5a \pm 3}{4}$$~~

~~$$b = \frac{1}{4}a + \frac{3}{4}$$~~

~~$$b = \frac{1}{4}a - \frac{3}{4}$$~~

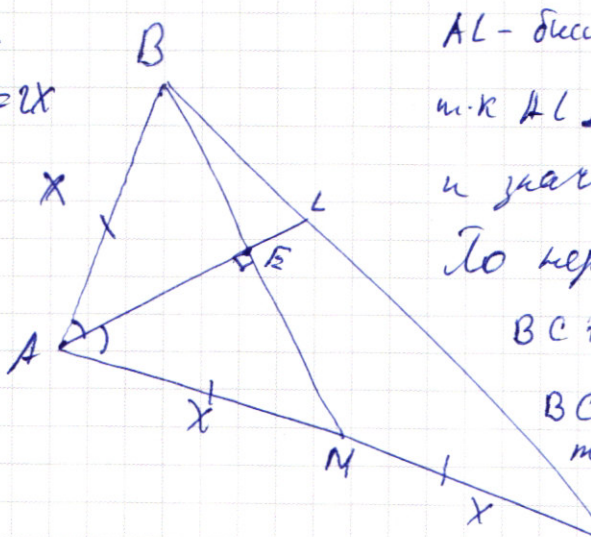
~~$$\begin{cases} a-2b = \sqrt{ab} \\ a^2+2b^2-3=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} a^2-4ab+4b^2=ab \\ a^2+2b^2-3=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} -5ba+2b^2+3=0 \quad (1) \\ a^2+2b^2-3=0 \quad (2) \end{cases}$$~~

~~$$(1) \quad 2b^2-5ab+3=0 \\ D=25-4 \cdot 3 \cdot 2=1$$~~

~~$$b = \frac{5a \pm 1}{4}$$~~

N2

AC=2x



AL - биссектриса, BM - медиана

т.к.  $AL \perp BM$ , то  $\Delta ABM$  равнобедренный

и значит  $AB = AM = MC$

По неравенству треугольника  $BC < AB + AC$

$BC + AB + AC = 1200$  по условию

ВС не может быть меньше половины AC т.к тогда не будет выполняться неравенство

ВС не может быть больше  $AB + AC$  т.е.  $\frac{AC}{2} + 1$ , но есть когда  $\frac{AC}{2} + 1$  не превышает  $\frac{3}{2}x - 1$   
 $2x$  - четное число не больше чем 999 и не меньше чем 401

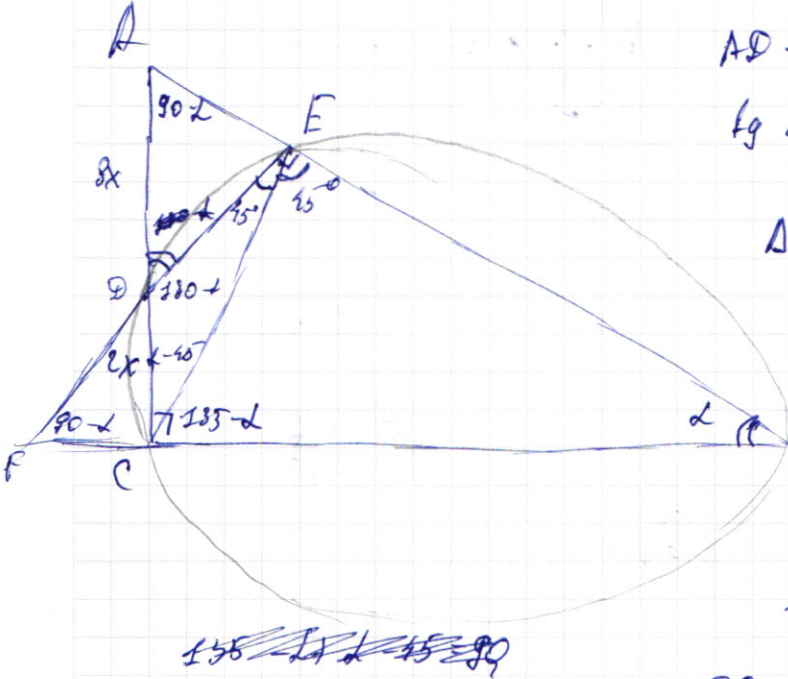


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Когда каких треугольников можно дать (599 - 409) : 9 = 99

Ответ: 99 треугольников

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$AD \cdot AC = AE \cdot AB = 3x \cdot 5x = 15x$$

$$\angle C \text{ в } \triangle ABC = \frac{BC}{AC}$$

$\triangle DAE \sim \triangle ABC$  по 3 углам

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{3x}{AB} = \frac{AE}{5x}$$

$$180^\circ - 135^\circ = 45^\circ = 90^\circ$$

$$45^\circ - 90^\circ$$

FC - диаметр

$\triangle DC \sim \triangle DAE$

$$\frac{FC}{FE} = \frac{CB}{EB}$$

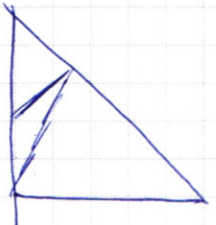
$$\frac{FC}{AE} = \frac{DC}{DE} = \frac{AD}{AB}$$

$$FC \cdot EF = FE \cdot CB$$

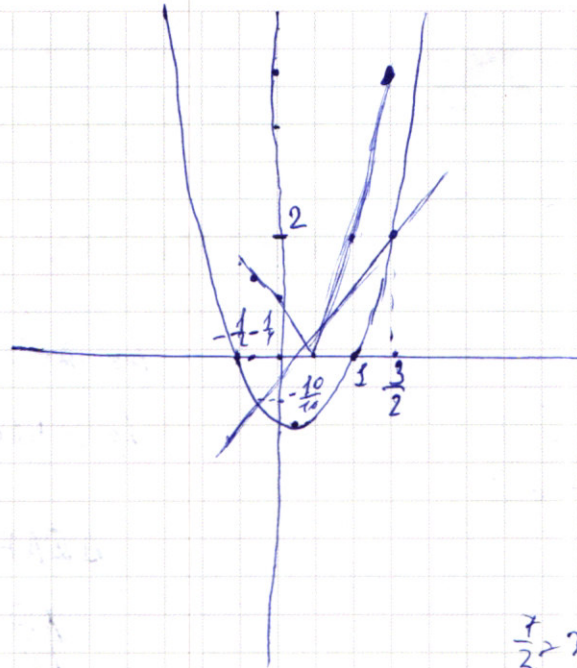
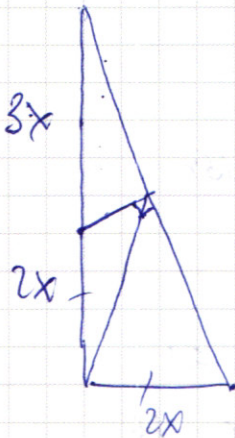
$$\frac{FC}{AE} = \frac{AD}{AB}$$

$$\frac{AD \cdot AE}{3x \cdot FE} = \frac{CB}{EB}$$

$$FC = \frac{AD \cdot AE}{3x}$$







$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + 12x - 1$$

$$x \in \left[-\frac{1}{4}, \frac{3}{2}\right]$$

$2x^2 - x - 1$  - парабола с ветвями вверх

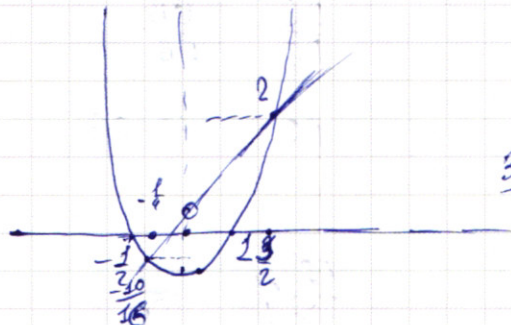
$$D = 1 + 8 = 9$$

$$x_1 = \frac{1+3}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{2} = 3,5$$

$$-\frac{5}{8} \quad \frac{6}{8}$$



$$2x - 1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3 \cdot 3}{2} - 1 = \frac{9}{2}$$

$$2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1$$

$$\frac{2}{16} + \frac{1}{16} - 1 = \frac{3}{16} - 1 = -\frac{13}{16}$$

$$\frac{2 \cdot 9}{4} - \frac{3}{2} - 1$$

$$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x + 12x - 1$$

$$\begin{cases} x + 2x - 1, & \text{если } x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right) \\ x - 2x + 1, & \text{если } x \in (-\infty, \frac{1}{2}] \end{cases}$$

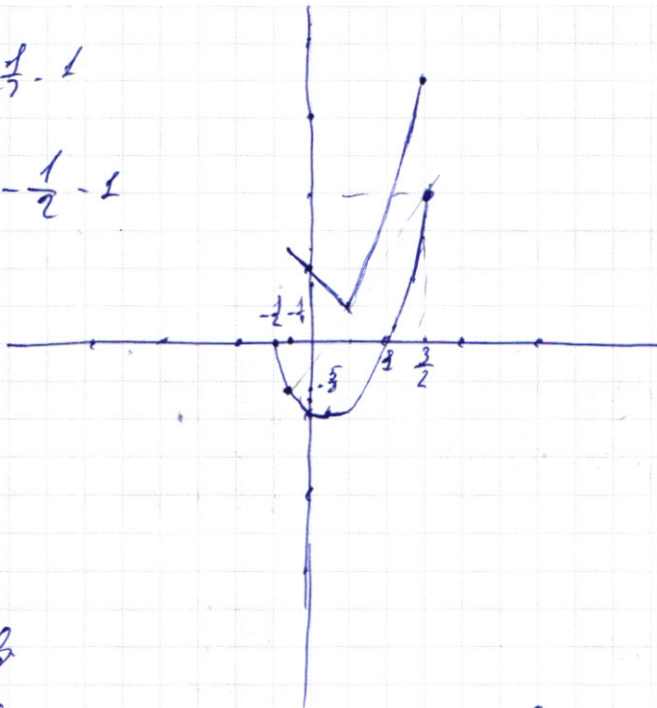
$$3x - 1$$

$$1 - x$$

$$2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 1$$

$$\frac{2 \cdot 1}{4} - \frac{1}{2} - 1$$

$$\frac{2}{4}$$



$$2x^2 - x - 1$$

$$2 \cdot \frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1$$

$$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 1 = 1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2 \cdot 1}{16} + \frac{1}{4} - 1$$

$$\frac{2}{16} + \frac{4}{16} - \frac{16}{16} = -\frac{10}{16} = -\frac{5}{8}$$

~~a+b~~

$$\begin{cases} \frac{3}{2}a + b = 2 \\ -\frac{1}{4}a + b = -\frac{5}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}a + b = 2 \\ -\frac{1}{4}a + b = -\frac{5}{8} \end{cases} \begin{cases} 3a + 2b = 4 \\ -2a + 8b = -5 \end{cases}$$

$$a + b = -1$$

$$a + \frac{2}{3}b = \frac{4}{3}$$

$$-a + 4b = -\frac{5}{2}$$

$$4 \cdot \frac{2}{3}b = -\frac{7}{6}$$

$$\frac{15}{3}b = \frac{7}{6}$$

$$90b = -21$$

$$b = -\frac{21}{90}$$

$$b = -\frac{7}{30}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{5}{2} = \frac{8}{6} - \frac{15}{6} = -\frac{7}{6}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}a + b = 2 \\ -\frac{1}{4}a + b = -\frac{5}{8} \end{cases}$$

$$-a + 4b = -\frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} a + \frac{2}{3}b = \frac{4}{3} \\ -a + 4b = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$\left\{ \right.$

$$\frac{8}{6} - \frac{15}{6}$$

$$4 \cdot \frac{2}{3}b = \frac{4}{3} - \frac{5}{2}$$

$$4 \cdot \frac{2}{3}b = -\frac{7}{6}$$

$$\frac{14}{3}b = -\frac{7}{6}$$

$$84b = -21$$

$$b = -\frac{21}{84}$$

$$b = -\frac{1}{4}$$

$$1,5a - \frac{1}{4} = 2$$

$$1,5a = 2\frac{1}{4}$$

$$6a = 8$$

$$a = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{2}a = \frac{9}{7}$$

$$\frac{3}{2}a - \frac{1}{4} = 2$$

$$\frac{6}{4}a = \frac{9}{4}$$

$$\frac{3}{2}a = 2\frac{1}{4}$$

$$a = 1,5$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

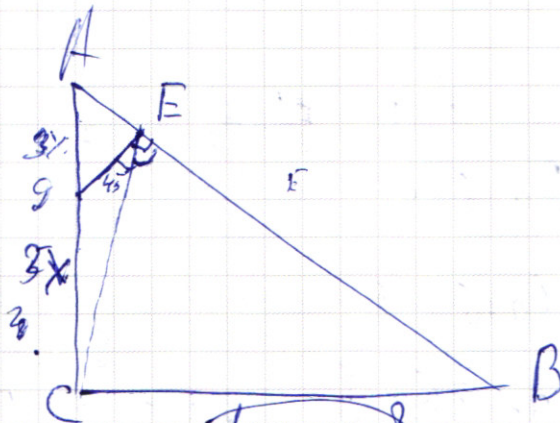
$$2x^2 + (y-2)^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} & y(y-4) \\ & 2x(x-2) + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{2} \cancel{1} \cancel{2} \cancel{5} \\ \cancel{2} \cancel{1} \cancel{2} \cancel{5} \\ \cancel{1} \cancel{6} \cancel{2} \cancel{5} \\ \cancel{2} \cancel{5} \cancel{0} \\ \hline 1 \cancel{2} \cancel{5} \\ \hline 1 \cancel{6} \cancel{2} \cancel{5} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + y^2 - 6x - 3y + 3 &= \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2(x^2 - 3x + 2,25) + (y^2 - 3y + 2,25) &= 2,75 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{2} \cancel{1} \cancel{5} \\ \cancel{2} \cancel{1} \cancel{5} \\ \hline 2 \cancel{7} \cancel{5} \\ \hline 2 \cancel{5} \\ \hline \cancel{2} \cancel{5} \end{array}$$

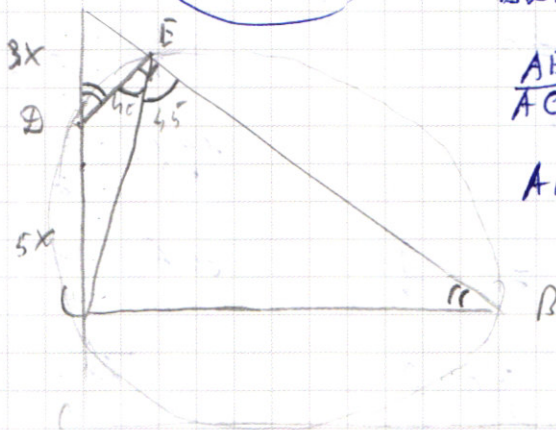


$\angle C = 90^\circ$

$\triangle AEC \sim \triangle ABC$  по 3 углам

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BC} = \frac{3x}{AB}$$

$$AE \cdot AB = 24x$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 37}}{66}$$

$$33a^2 - 15a - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} 33 \overline{) 159} \\ \underline{-2} \phantom{0} \\ 11 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{cases} a - 2b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 2b^2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 33 \overline{) 2} \\ \underline{159} \phantom{0} \\ 53 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159 \overline{) 3} \\ \underline{153} \phantom{0} \\ 6 \phantom{0} \end{array}$$

$$-\frac{15 \pm 3 \sqrt{2 \cdot 53}}{66}$$

$$a^2 - 4ab + 4b^2 = ab$$

$$a = \sqrt{2 - 2b^2}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 &= 0 \\ (y^2 - 4y + 4) - 1 + 2x^2 - 4x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (y-2) - (2x+2) \\ (y-2) - 2(x-1) \\ \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x \\ 2x^2 - 4x + 2 - 3 \\ 2(x-1)^2 - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (y^2 - 4y + 4) + 2x^2 - 4x + 2 - 2 &= 0 \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y & \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 33 \cdot 2 \\ x^3 \overline{) 3} \\ \underline{1} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \end{array}$$

$$2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3 = 0$$

$$-5ab + 2b^2 + 3 = 0$$

$$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2 + 4 - 3 = 0$$

4

$$8a^2 + 25a^2 + 10a + 1 - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 \overline{) 4} \\ \underline{13} \phantom{0} \\ 264 \end{array}$$

$$25 - 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$33a^2 + 10a - 2 = 0$$

$$a^2 + \frac{2(5a+1)^2}{16} - 5 = 0$$

$$a = \frac{-10 \pm \sqrt{100}}{66}$$

$$a^2 + 25a^2$$

$$a^2 + 7 \cdot \frac{(25a^2 + 10a + 1)}{16} - 3 = 0$$

$$\begin{cases} a - 2b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 2b^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

$$a - \sqrt{ab} - 2b = 0$$

$$a^2 - 4ab + 4b^2 = ab$$

$$\begin{cases} a^2 + 2b^2 = 5ab \\ a^2 + 2b^2 = 3 \end{cases}$$

$$2b^2 = 5ab - 3$$

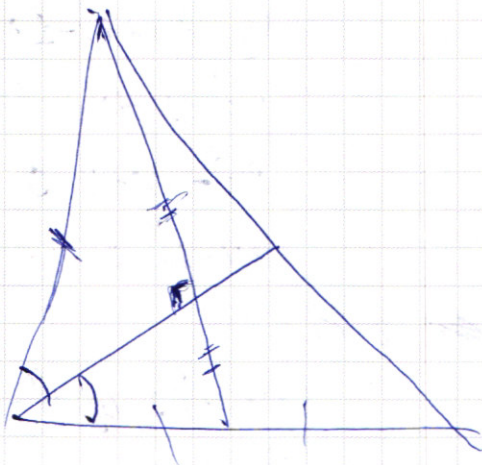
$$a^2 - a + 2b^2 + 2b - 3 - \sqrt{ab} = 0$$

$$a(a-1) + 2b(b+1) - \sqrt{ab}$$

$$\left(\frac{1}{2}\sqrt{a} + \frac{1}{2}\sqrt{b}\right)^2$$

$$\frac{1}{4}(a + \sqrt{ab} + b)$$

$$\sqrt{a}$$



400

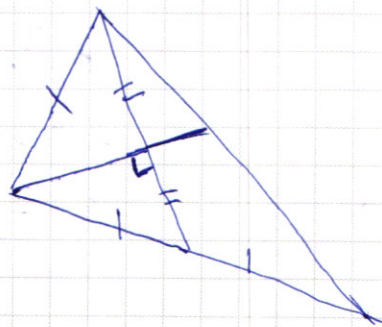
20

$$\begin{array}{r} 599 \\ 601 \\ \hline 1998 \end{array}$$

99

$$1200 = 1 \times 11$$

$$600 + 300 + 301$$



$$449 + 150 + 300$$

$$400$$

$$200 + 1998 + 400$$

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

~~2x+1~~

$$\frac{106}{3} \Big| 3$$

$$-2(x-1) + y(x-1)$$

106

$$(y-2)(x-1)$$

$$y-2x = \sqrt{(y-2)(x-1)}$$

$$y^2-4y+4 = (y-2)^2$$

$$2x^2-4x-1$$

$$2(x^2-2x-0,5)$$

$$2(x^2-2x+1-1,5)$$

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{xy-2x-y+2} \\ y-2x = \sqrt{(y-2)(x-1)} \end{cases}$$

318 | 3

106 | 3

$$\begin{cases} y-2x = \sqrt{(y-2)(x-1)} \\ (y-2)^2(x-1)^2 = 2 \end{cases}$$

$$(y-2)-2(x-1)+2$$

$$y-2-2x+2$$

$$y-2-2x+2$$

$$\begin{matrix} a & b \\ (y-2)-2(x-1) = \sqrt{(y-2)(x-1)} \end{matrix}$$

$$(y-2)^2+2(x-1)^2-2=0$$

$$a^2-4ab+4b^2=ab$$

$$a^2+2b^2-2=0$$

$$-4ab+2b^2+2=ab$$

$$-5ab+2b^2+2=0$$

$$2b^2-5ab+2=0$$

$$b = \frac{5a \pm \sqrt{25-16}}{4}$$

$$b = \frac{5a \pm 3}{4}$$

$$a-2b = \sqrt{ab}$$

$$a^2+2b^2-2=0$$

$$a = \sqrt{ab}$$

$$a^2+a+2b^2-2b-2 = \sqrt{ab}$$

$$a^2 + 2\left(\frac{5a+3}{4}\right)^2 - 2 = 0$$

$$a^2 + \frac{25}{8}a^2 + \frac{15}{4}a + \frac{9}{8} - 2 = 0$$

$$a^2 + \frac{25}{8}a^2 + \frac{15}{4}a + \frac{9}{8} - 2 = 0$$

$$8a^2 + 25a^2 + 16a + 9 - 16 = 0$$

$$33a^2 + 16a - 7 = 0$$

$$a = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 + 4 \cdot 33 \cdot (-7)}}{66}$$

$$\frac{5 \cdot 3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$5 \cdot 3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 3 + 7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$3(25 \cdot 3 + 7 \cdot 4 \cdot 11)$$

$$3 \cdot (75 + 28 \cdot 11)$$

$$\frac{15}{4}$$

$$\frac{15}{2 \cdot 2 \cdot 5}$$

$$\begin{array}{r} \times 28 \\ 11 \\ \hline 28 \\ 318 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 28 \\ \hline 318 \end{array}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} a &= p \\ b &= pq \\ c &= pq^2 \\ x &= pq^3 \end{aligned}$$

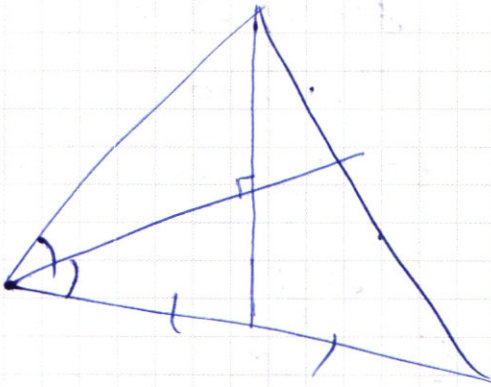
$$\begin{aligned} ax^2 + 2bx + c &= 0 \\ pq^3 + 2pq^2 + pq^2 &= 0 \\ p(q^2q^2 + 2pq^2 + q^2) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4b^2 - 4ac & \quad D \\ pq^3 &= \frac{-2b \pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2a} \\ pq^3 &= \frac{-2pq \pm \sqrt{4p^2q^2 - p^2q^2}}{2p} \end{aligned}$$

$$4b^2 - 4ac = 4pq^2 - 4p^2q^2 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-2b}{2a} & \frac{-2pq}{2p} &= pq^3 & -q &= pq^3 \\ & & & & -1 &= pq^2 \end{aligned}$$

№2



$$\begin{aligned} \begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - 2y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \\ 2x^2 + y^2 - 6x - 3y + 3 = \sqrt{xy - 2x - 2y + 2} \\ 2x(x-3) + y(y-3) + 3 \end{aligned}$$

№3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - 2y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + y^2 - 4y + 3 &= 0 \\ y^2 - 4y + 4 &= (y-2)^2 \\ 2x^2 + (y-2)^2 - 4x - 1 &= 0 \\ x^2 - 2x + 1 &= (x-1)^2 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 + x^2 - 2x - 2 &= 0 \end{aligned}$$