



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа  $a, b, c$  являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа  $a, b, c$  не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения  $ax^2 - 2bx + c = 0$ . Найдите третий член прогрессии.
2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AC$  и гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно, такие что  $AD : AC = 1 : 3$  и  $DE \perp AB$ . Найдите тангенс угла  $BAC$ , если известно, что  $\angle CED = 30^\circ$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $AC = \sqrt{7}$ . Найдите площадь треугольника  $CED$ .
5. [5 баллов] Окружности  $\Omega$  и  $\omega$  касаются в точке  $A$  внутренним образом. Отрезок  $AB$  – диаметр большей окружности  $\Omega$ , а хорда  $BC$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $D$ . Луч  $AD$  повторно пересекает  $\Omega$  в точке  $E$ . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника  $BACE$ , если известно, что  $CD = 2, BD = 3$ .
6. [5 баллов] Найдите все пары чисел  $(a; b)$  такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех  $x$  на промежутке  $[-\frac{1}{2}; 1]$ .

7. [5 баллов] Функция  $f$  определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел  $a$  и  $b$  из этого множества выполнено равенство  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , и при этом  $f(p) = [p/2]$  для любого простого числа  $p$  ( $[x]$  обозначает наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ ). Найдите количество пар натуральных чисел  $(x; y)$  таких, что  $2 \leq x \leq 22, 2 \leq y \leq 22$  и  $f(x/y) < 0$ .



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

т.к.  $a, b, c, d$  - стороны четырехугольника

$$b = a \cdot q; \quad c = a \cdot q^2 \Rightarrow a = d = a \cdot q^3 \Rightarrow$$

$$ax^2 - 2bx + c = 0 \Rightarrow$$

$$q^6 a^3 - 2q^4 a^2 + q^2 a = 0 \Rightarrow$$

$$q^2 a (q^4 a^2 - 2q^2 a + 1) = 0 \Rightarrow$$

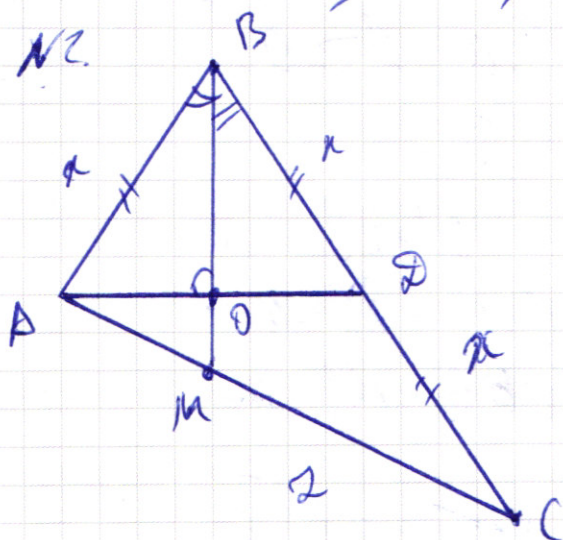
$$t = q^2 a \Rightarrow$$

$$t(t^2 - 2t + 1) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t = 0 \\ t^2 - 2t + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow c = q^2 a = t \Rightarrow$$

Ответ:  $0, 1$  (в см) (профессор:  $90, 0, 0, 0$ )

N2.



Рассмотрим  $\triangle ABD$ .  
 $BO \perp AD$  ( $AD$  - медиана,  $BM$  - биссектриса  $\Rightarrow$  по угл.  $\Rightarrow$ )

$BO$  - биссектриса и высота  
 $\triangle ABD \Rightarrow \triangle ABD$  - равнобедрен  $\Rightarrow$

$$AB = BD = DC \Rightarrow$$

$$AB = x, \quad BC = y, \quad AC = z \Rightarrow y = 2x \Rightarrow$$

$$x + y + z = 3x + z = 900 \Rightarrow z = 900 - 3x, \quad z < 3x \Rightarrow$$

$$900 < 6x \Rightarrow x > 150, \quad \angle BDA < 90^\circ \Rightarrow \angle ADC > 90^\circ \Rightarrow$$

$$z > x \Rightarrow 900 > 4x \Rightarrow x < 225 \Rightarrow 150 < x < 225 \Rightarrow$$

№2. (продолж.)<sup>\*</sup>

$$\Rightarrow x \in \{151, 152, 153, \dots, 222, 223, 224\} \Rightarrow$$

всего:  $224 - 150 = 74 =$  т.к. кол-во треугольников =

Ответ:  $74$  треугольников.

№3

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 12x + 36 - 16 + 2y^2 - 4y + 2 - 2 = 0$$

$$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 - 18 = 0$$

$$x-6 = a$$

$$y-1 = b \Rightarrow a - 6b = x - 6y = 0$$

$$xy - 6y - x + 6 = y(x-6) - x + 6 = (x-6)(y-1) =$$

$$\begin{cases} (a-6b) = \sqrt{a \cdot a \cdot b} \\ a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \cdot b \geq 0 \\ a - 6b \geq 0 \end{cases}$$

$$(a-6b)^2 = ab = 1$$

$$a^2 - 12ab + 36b^2 = ab = 1$$

$$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0 \Rightarrow$$

$$D = (169 - 144) = 25b^2$$

$$a = \frac{13b \pm 5b}{2} = 9b; 4b.$$

$$a^2 + 2b^2 - 18 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 81b^2 + 2b^2 - 18 = 0 \\ 16b^2 + 2b^2 - 18 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 16b^2 + 2b^2 - 18 = 0$$

$$\begin{cases} 83b^2 = 18 \\ 18b^2 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \pm 3\sqrt{\frac{2}{83}} \\ b = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 27\sqrt{\frac{2}{83}} \\ a = \pm 4 \end{cases}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 м.к.

$a, b, c$  - геом. прогр.  $\Rightarrow b = qa; c = q^2a \Rightarrow$

$x = q^3a \Rightarrow$  ~~еще  $q$  - неизвестно~~

$$q^6 a^3 - 20 q^4 a^2 + q^2 a = 0 \Rightarrow$$

$$q^2 a (q^4 a^2 - 2q^2 a + 1) = 0 \Rightarrow$$

$$q^2 a = t \Rightarrow$$

$$t(t^2 - 2t + 1) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t = 0 \\ t^2 - 2t + 1 = 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} t = 0 \\ (t-1)^2 = 0 \end{cases}$$

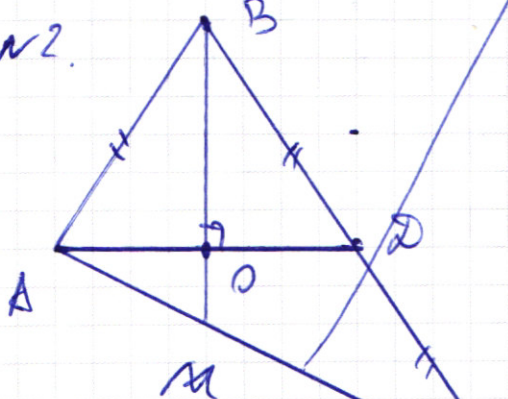
$$\begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases}$$

III.к.

$c = q^2 a$  и  $t = q^2 a \Rightarrow c = t =$  м.к.  $c$  -  
3-й член  $\Rightarrow$

Ответ: 0 или 1

№2.



Рассмотрим  $\triangle ABD$ !

$BO \perp AD$  ( $AD$  - медиана;

$BM$  - биссектриса  $\Rightarrow$  по углу

$\angle ADB + \angle BMD = \angle ADB + \angle BOA \Rightarrow$

$BO$  - биссектриса и высота

$\triangle ABD \Rightarrow AB = BD$  (равно-

бедрен  $\triangle ABD \Rightarrow AB = x; BC = y \Rightarrow BC = 2x$ .

№3 упрощаем: 2

$$a \cdot b \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} a, b \geq 0 \\ a, b < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{все пары значений } a, b$$

$$a - 6b \geq 0$$

$$\text{Вс } (a; b) = (4; 1) \Rightarrow 4 - 6 < 0 \Rightarrow \text{не пара.}$$

$$= (-4; -1) \Rightarrow -6 + 6 > 0 \Rightarrow \text{пара}$$

$$= (2 + \sqrt{\frac{2}{83}}; 3\sqrt{\frac{2}{83}}) \Rightarrow 2 + \sqrt{\frac{2}{83}} - 18\sqrt{\frac{2}{83}} > 0 \Rightarrow \text{пара} \Rightarrow$$

$$= (-2 - 2\sqrt{\frac{2}{83}}; -3\sqrt{\frac{2}{83}}) \Rightarrow -2 - 2\sqrt{\frac{2}{83}} + 18\sqrt{\frac{2}{83}} = \text{не пара} \Rightarrow$$

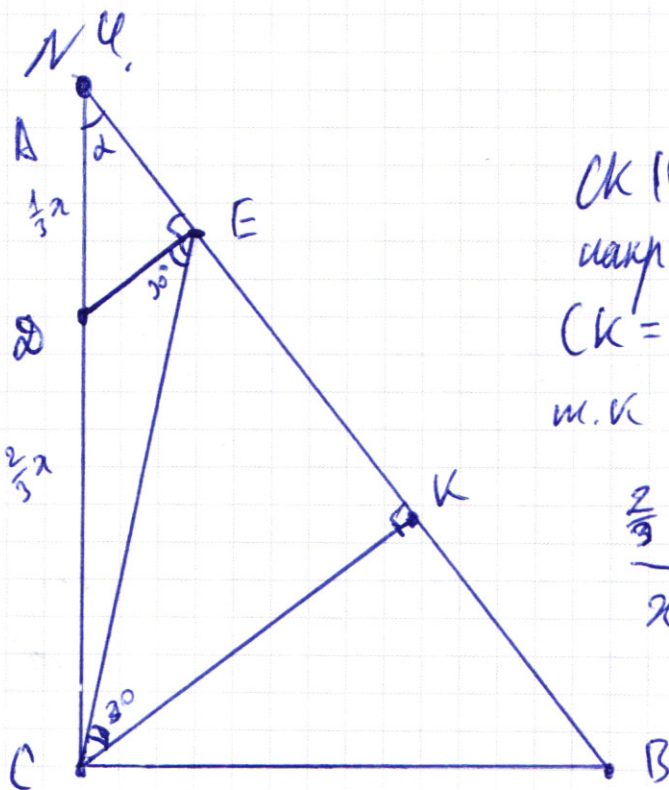
$$(a; b) = (-4; -1); (2 + \sqrt{\frac{2}{83}}; 3\sqrt{\frac{2}{83}}) \Rightarrow$$

$$a = x - 6; b = y - 1 \Rightarrow$$

$$x = a + 6; y = b + 1$$

$$(x; y) = (2; 0); (2 + \sqrt{\frac{2}{83}} + 6; 3\sqrt{\frac{2}{83}} + 1)$$

$$\text{Ответ: } (2; 0), (2 + \sqrt{\frac{2}{83}} + 6; 3\sqrt{\frac{2}{83}} + 1)$$



Опу этим способом СК ⊥ АВ  
 СК (и АЕ) ⊥ СЕ ⊥ СК, как  
 перпендикулярны ⇒ ЕК = СС · cos α;  
 СК = АС · sin α; СС = 2/3 x; АС = x ⇒  
 м.к. ∠СЕК = 30° ⇒  $\frac{ЕК}{СК} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = 1$

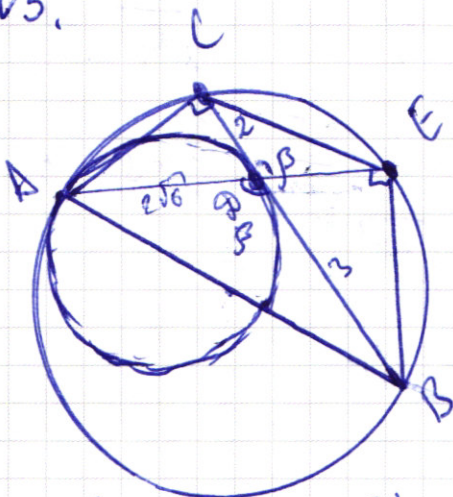
$$\frac{\frac{2}{3} x \sin \alpha \cos \alpha}{x \sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 1$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

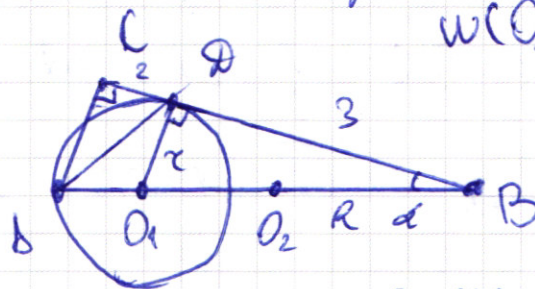
Ответ:  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



Рассмотрим  $\triangle ACB$  и  $\omega$ ;  
 $\omega(O_1; r)$ .



т.к.  $AB$  - диаметр  $\Rightarrow AC \perp CB, \Rightarrow$

$O_1$  - ц.  $\omega'$ ;  $\Rightarrow O_1D \perp BD$  (радиус перпендикулярен хорде)

$$\Rightarrow \triangle O_2(O_1; R) \Rightarrow 2R \cdot \cos \alpha = 5; \quad r \cos \alpha = 2 \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{5}{4}$$

$$\sin \alpha \cdot (2R - r) = 2 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2 \cdot \frac{R}{r} - 1} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow R = \frac{5}{2 \cos \alpha} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$r = \frac{2}{\cos \alpha} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5} \quad \& \Rightarrow \text{по т. косинусов}$$

$$AD^2 = 9 + 4R^2 - 2 \cdot 2R \cdot 3 \cdot \cos \alpha = 9 + 45 - 6 \cdot 5 =$$

$$9 + 45 - 30 = 24 = (2\sqrt{6})^2 \Rightarrow \text{т.к. } \angle CDA = \angle CEA \text{ (вертикальные углы)}$$

и  $\angle ACB = \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle AEB$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{CD}{DE} \Rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{2}{DE} \Rightarrow DE = \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow$$

по т. косинусов  $AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos \beta$

$$12 = 24 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{6} \cdot \cos \beta \Rightarrow$$

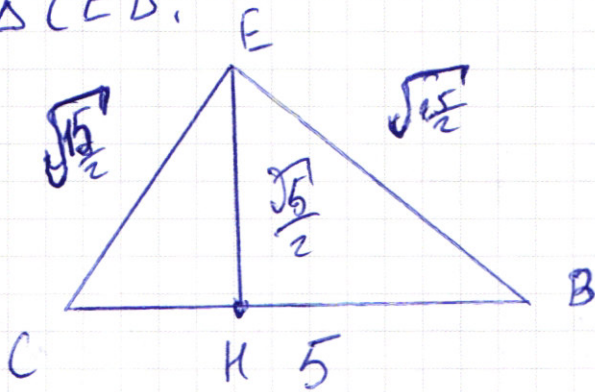
$$\cos \beta = -\frac{12}{12\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{6}}{6} \Rightarrow CE^2 = DC^2 + DE^2 + 2 \cdot DC \cdot DE \cdot \cos \beta =$$

$$CE^2 = 4 + \frac{6}{4} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} = 4 + \frac{3}{2} + 2 = \frac{15}{2}$$

$$CE = \sqrt{\frac{15}{2}}, \quad EB^2 = BD^2 - DE^2 = 9 - \frac{6}{4} = 9 - \frac{3}{2} = \frac{15}{2} \Rightarrow$$



$\triangle CEB:$



$$\sqrt{35} = \sqrt{4 - 0,5} = 2 - \frac{1}{8} = 1,875$$

$$\sqrt{7,5} = \sqrt{9 - 1,5} = 3 - \frac{1}{2} = 2,25$$

$CE = EB = 1$

$EH = \sqrt{\frac{15}{2} - \frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1$

$S_{CEB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 5 = \frac{5\sqrt{5}}{4} = 1$

$S_{ACB} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2R \sin \alpha \cdot r = \frac{3\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 = 5\sqrt{5}$

$S_0 = S_{ACB} + S_{CEB} = 5\sqrt{5} \cdot (1 + \frac{1}{4}) = \frac{25\sqrt{5}}{4}$

Ответ:  $R = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ ,  $r = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ ,  $S = \frac{25\sqrt{5}}{4}$

№6.

$8x - 6(2x - 1) \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7 =$

$x \geq \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 6 - 4x \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7 + 7$

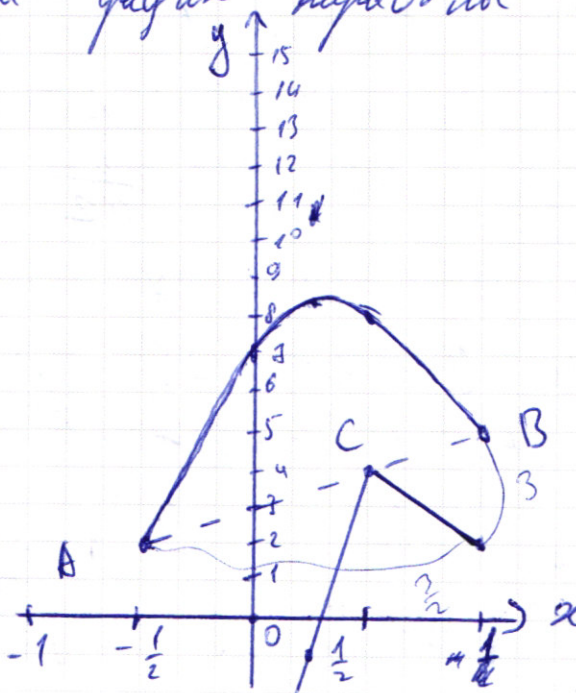
$8x - 12x + 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

$x < \frac{1}{2}$

$8x + 12x - 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7 \Rightarrow 20x - 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

$\Rightarrow$  построим график параболы и прямой!

$-\frac{b}{a} = \frac{3}{-1} = -3 \Rightarrow y = 3x$



Так же график всегда, что прямая AB - ось симметрии графика  $ax + b = 1$   $ab = 1$  единичная гипотенуза равностороннего треугольника или все еще пар. либо иная прямая  $\Rightarrow$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 (продолж.) =)

Из графика не следует, что  $a=2; b=3$

Ответ:  $(2; 3)$ .

№7.

Исследуем функцию  $f(x)$  на монотонность

$$f(x) = f\left(\frac{m}{n}\right); f(x+\Delta x) = f\left(\frac{k}{e}\right); \frac{m}{n} < \frac{k}{e}$$

$m, n, k, e$  - натуральные числа =)

$$f(x+\Delta x) - f(x) = f\left(\frac{k}{e}\right) - f\left(\frac{m}{n}\right) = (f\left(\frac{k}{e}\right) - f\left(\frac{1}{e}\right)) - (f\left(\frac{m}{n}\right) - f\left(\frac{1}{n}\right))$$

~~$f\left(\frac{k}{e}\right) - f\left(\frac{1}{e}\right)$~~   ~~$f\left(\frac{m}{n}\right) - f\left(\frac{1}{n}\right)$~~  ~~так~~ ~~как~~ ~~мы~~ ~~имеем~~  ~~$m > k; n > e$~~  =)

$$(f\left(\frac{k}{e}\right) - f\left(\frac{1}{e}\right)) + (f\left(\frac{1}{n}\right) - f\left(\frac{m}{n}\right)) \text{ при возрастании } < 0 =)$$

она убывает, но  $f(2x) = f(x) + f(x)$  =) ~~убывает~~

$$f(2x) > f(x), \text{ т.е. } f \text{ - не убывает, а } f(2x) > f(x)$$

$$\Rightarrow f(x) - f(y) = f(x) - f(y) < 0$$

Таким образом определим подлинно, что:

$$f(\alpha^a \cdot \beta^b \cdot \gamma^c \dots) = a \cdot f(\alpha) + b \cdot f(\beta) + c \cdot f(\gamma) + \dots$$

$$a \cdot \left[\frac{\alpha}{2}\right] + b \cdot \left[\frac{\beta}{2}\right] + c \cdot \left[\frac{\gamma}{2}\right] + \dots, \alpha, \beta, \dots, a, b, \dots \in \mathbb{N}$$

Также не сложно заметить, что и

$$\text{где } a, b, c, \dots < 0 \text{ - убывает, т.е. } f(\alpha^{-1}) = -f(\alpha)$$

$$\Rightarrow f(x) - f(y) < 0 =)$$

$$x=2 \Rightarrow y \in \mathbb{Z} \quad f(x)=1 \Rightarrow f(y) \geq 2 \Rightarrow y \geq 3 \Rightarrow 20 \text{ вар.}$$

$$x=3 \Rightarrow f(x)=2 \Rightarrow f(y) \geq 3 \Rightarrow y \geq 5 \Rightarrow 10 \text{ вар.}$$

$$x=4 \Rightarrow f(x)=2 \Rightarrow 18 \text{ вар.}$$

$$2 \cdot 0 + 2 \cdot 18 + 2 \cdot 16 + 2 \cdot 14 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot f(21) =$$

$$x=5 \Rightarrow f(x)=3 \Rightarrow 20 + 2 \cdot 18 + 1 \cdot 16 + 2 \cdot 14 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 104$$

$$x=21 \Rightarrow f(x)=2+4=6$$

$f(x)$	1	2	2	3	3	4	4	4	4	6	4	7	5	5	4	9	5	10	5	6	7
$x$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

тогда  $x=2 \Rightarrow y=20$  вар;  $x=3 \Rightarrow y=18$  вар;  $x=4 \Rightarrow y=18$  вар;

$x=5 \Rightarrow y=15$  вар;  $x=6 \Rightarrow y=15$  вар;  $x=7 \Rightarrow y=10$  вар;

$x=8 \Rightarrow y=15$  вар;  $x=9 \Rightarrow 10$  вар;  $x=10 \Rightarrow 10$  вар;  $x=11 \Rightarrow 4$  вар;

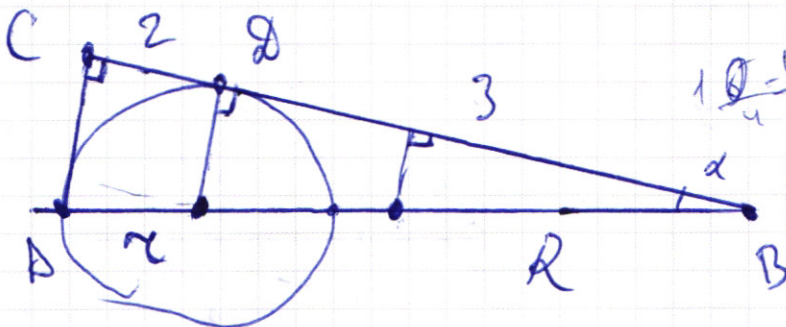
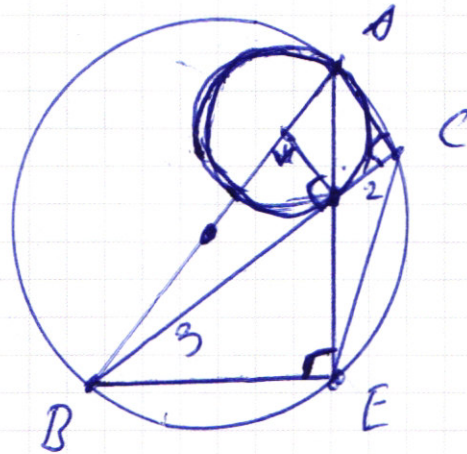
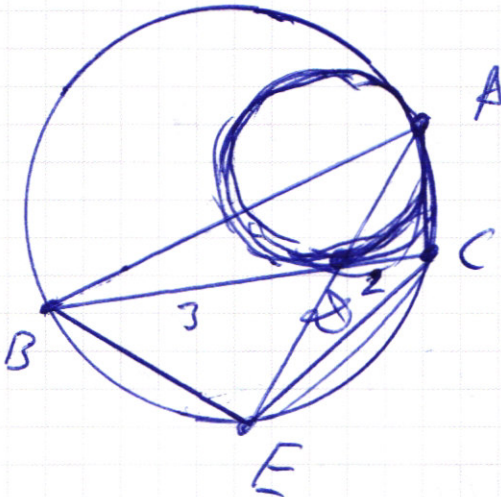
$x=12 \Rightarrow 10$  вар;  $x=13 \Rightarrow 2$  вар;  $x=14 \Rightarrow 6$  вар;  $x=15 \Rightarrow 6$  вар;  $x=16 \Rightarrow 10$  вар;

$x=17 \Rightarrow 1$  вар;  $x=18 \Rightarrow 6$  вар;  $x=19 \Rightarrow 0$  вар;  $x=20 \Rightarrow 6$  вар;

$$S = 2 \cdot 0 + 2 \cdot 18 + 2 \cdot 15 + 10 + 25 + 2 \cdot 10 + 4 + 10 + 2 + 6 + 6 + 10 + 1 + 6 + 0 + 6 + 3 + 2 = 20 + 36 + 30 + 25 + 20 + 14 + 12 + 16 + 7 + 9 + 2 = 56 + 55 + 34 + 28 + 18 = 90 + 46 + 55 = 90 + 101 = 191$$

Ответ: 191 пара.

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



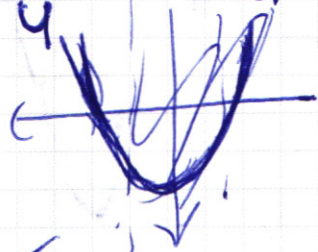
$$1 \frac{10-4}{4} = R_1 = \frac{6}{4} = 1,5$$

$$\Rightarrow 2R \cos \alpha = 5$$

$$r \cdot \cos \alpha = 2 \Rightarrow$$

$$\frac{R}{r} = \frac{5}{4}$$

$$= 1,5$$



$$(2R - r) \sin \alpha = r \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2R}{r} - 1 =$$

$$9 + 2\sqrt{8} - 6\sqrt{8}$$

$$\cdot \frac{2}{5} \cos \alpha$$

$$1 + \cos \alpha - 2\sqrt{8} - 7\sqrt{8} + 2\sqrt{8} \Rightarrow 0$$

$$1 + \cos \alpha + 2\sqrt{8} - 7\sqrt{8} + 2\sqrt{8} \Rightarrow 9 + 2\sqrt{8} + 2\sqrt{8}$$

$$= \frac{2}{5} \Rightarrow \alpha \approx$$

$$1 + \cos \alpha + 2\sqrt{8} - 7\sqrt{8} + 2\sqrt{8} \Rightarrow 1 - 2\sqrt{8} / 9 - 2\sqrt{8}$$

$$f(ab) = f(a) + f(b)$$

$$f(p) = [p/2], \quad p - \text{натуральное}$$

$$f(x), x \geq 0 \\ x \in \mathbb{R}$$

$$2 \leq x \leq 22, \quad 2 \leq y \leq 22, \quad f(xy) < 0$$

$$f(xy) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0 \quad f(1) = 0$$

$$f(a \cdot b) =$$

$$f(a \cdot b \cdot c \cdot d \dots) = f(a) + f(b) + f(c) + f(d) + \dots$$

$$f(xy) = f(x) + f(y)$$

$$f(x) \quad f(2x) \quad f(2x) \quad f(x) \quad f(1/2x)$$

$$f(x) \quad f(2) + f(x) \quad f\left(x = \frac{m}{n}\right)$$

$$or \quad 1 = 9 - 9 \quad 9 =$$

$$3 \quad 4 - 9 \\ 4 = \quad 2 - 9$$

$$x - 9$$

$$5 = 9 + 8 - (4)$$

$$8 = 9 + 3 + 2 - (5)$$

$$f(x)$$

$$7 = 9 + 3 - 2 - (1)$$

$$1 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 2$$

$$8 - 2 + 9 + 2 - 8 -$$

$$= 9 + \frac{8}{9} = 9 + \frac{8}{9} + \frac{8}{9}$$

$$7 = 9 + 3 - 2$$

$$5 = 9 + \frac{8}{9}$$

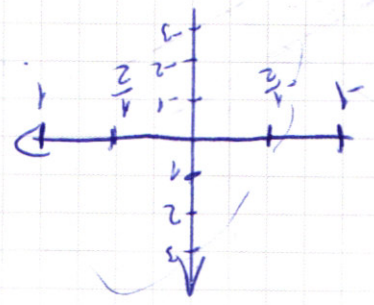
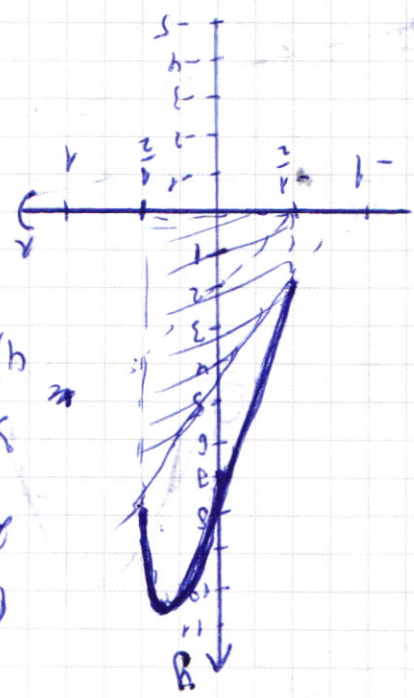
$$= 9 + \frac{8}{9} + \frac{8}{9}$$

$$\frac{8}{9} = \frac{2 \cdot 4}{9} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{9}$$

$$8 = 9 + 3 - 2$$

$$f(2) = \left(\frac{2}{1}, \frac{2}{1}\right)$$

$$8 - 2 + 9 + 2 - 8 -$$



$$x - 6y = \sqrt{y(x-6) - (x-6)^2} \Rightarrow$$

$$(x-6y)^2 = (x-6)(y-1)$$

$$x^2 + 2y^2 - 12ax - 4y + 20 = 0$$

$$x^2 - 12x + 36 - 16 + 2y^2 - 4y + 2 - 2 = 0$$

$$(x-6)^2 - 16 + 2(y-1)^2 - 2 = 0$$

$$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18$$

~~$$x^2 - 12yx + 36y^2 = (x-6)(y-1)$$~~

$$(x-6y)^2 = (x-6)(y-1)$$

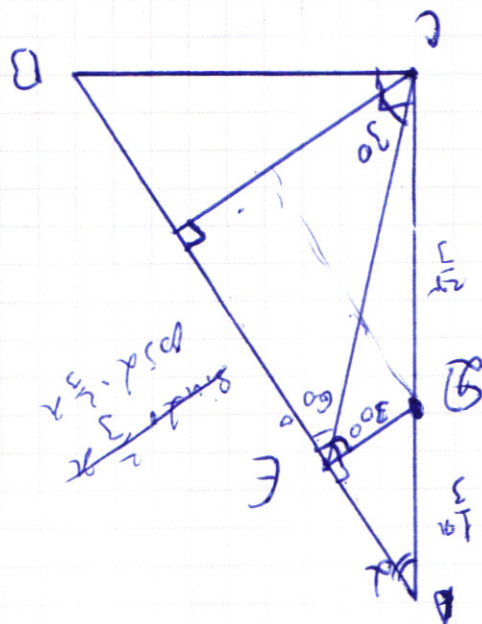
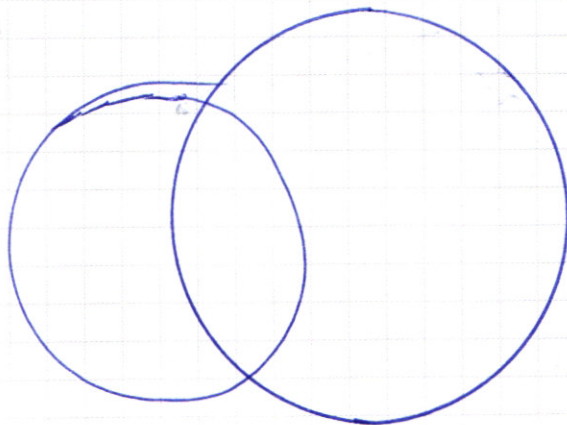
$$x-6 = a \quad ; \quad y-1 = b$$

$$a^2 + 2b^2 - 18 = 0$$

$$(a-6b)^2 = a \cdot b$$

$$x-6y = a-6b$$

$$36 \cdot 4 = 144$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

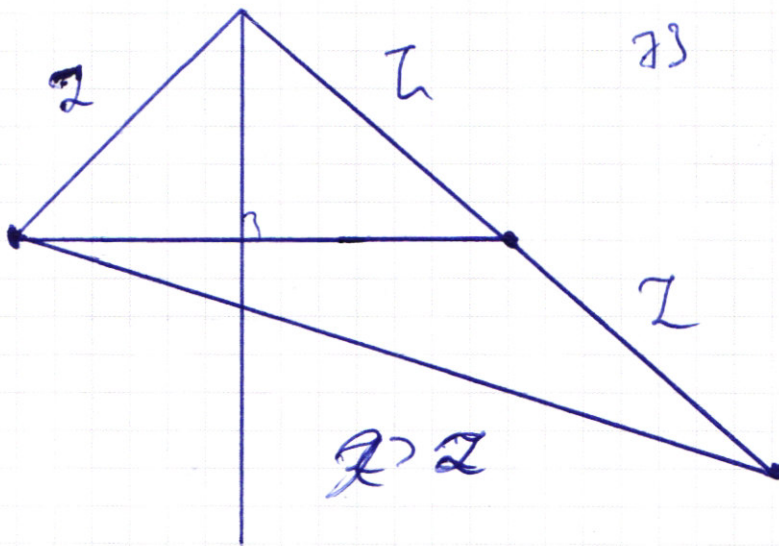
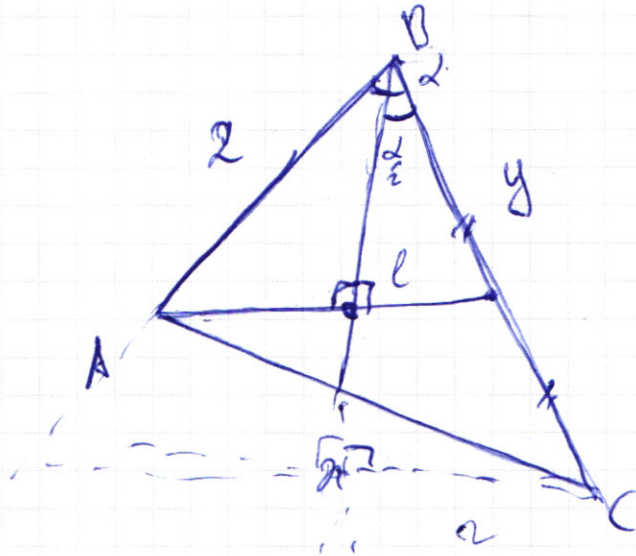
$$a^2 - 12ya + 36y^2$$

$$a + y + z = 900$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2 \cdot l \cdot y}{y + 2z} =$$

$$\frac{2l}{y + 2z}$$

150  
83



$$\frac{900}{u} =$$

$$25 \cdot 9 =$$

$$180 + 45 =$$

$$225$$