МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР __________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] 1) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   2) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Т.к. a, b, c - члены геометр. прогрессии =>

=> $a = \frac{b}{q}$, $c = b \cdot q$ $(q \neq 0)$ q - частное геом прогр., а четвертый член равен bq^2

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$\frac{b}{q}x^2 - 2bx + bq = 0$

Если $b = 0$, то все члены геом. прогрессии $= 0$ => не геом прогресс

Можем разделить на $b \neq 0$ и умножить на $q \neq 0$

$x^2 - 2qx + q^2 = 0$

$(x-q)^2 = 0$

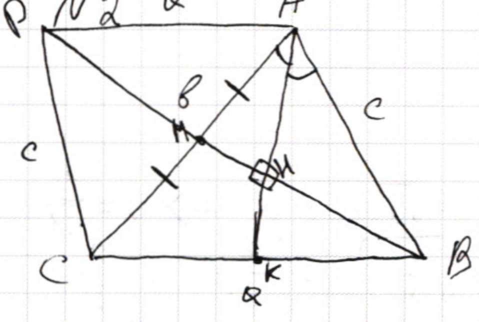
$x = q$ - четвертый член арифм прогрессии

$bq^2 = q \quad | \cdot \frac{1}{q \neq 0}$

$c = bq = 1$ - третий член геом прогрессии

Ответ: 1

№2



$P = 900 = a + b + c$

Треуг => $a + b > c$, $b + c > a$, $a + c > b$ => $900 - c > c$

$a; b; c < 450$

$a + b > 450$

$b + c > 450$

$a + c > 450$

Пусть биссектриса $AK \perp$ медиане BM,

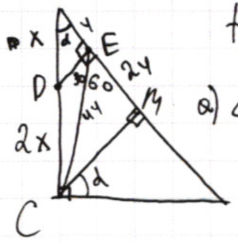
а $AK \cap BM = H$

Т.к AK - биссек => (по св. биссек) $\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{HB} = \frac{\frac{b}{2}}{c} = \frac{b}{2c}$ => $MH = bk$ $HB = 2ck$

Продлим медиану BM в 2 раза до точки D, тогда $ABCD$ - параллелограмм (т.к. диаг точкой пер делятся пополам) =>

=> сумма квадратов диаг равна удвоенной сумме квадр сторон =>

№4



$tg\,\alpha = ?$

а) $\angle CED = 30° \Rightarrow \angle BEC = \angle DEB - \angle DEC = 90-30=60°$

Проведем $CM \perp AB$
$DE \perp AB$ $\Big| \Rightarrow CM \parallel DE \Rightarrow$

$\Rightarrow$ по т. Фалеса $AE = y$ $EM = 2y$

$\triangle AED \sim \triangle CAM$ по 2 углам $\Rightarrow \frac{DE}{CM} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

По т. Пиф $DE = \sqrt{x^2-y^2}$ $CM = 3\sqrt{x^2-y^2}$

Т.к ABC − прямоуг $\Rightarrow \angle ABC = 90-\alpha \Rightarrow \angle MCB = \alpha$
т.к $\triangle CMB$ − прямоуг

Т.к $\angle CEM = 60°$ $\Rightarrow CE = 4y$
и $EM = 2y$ $CM = 2\sqrt{3}\,y$

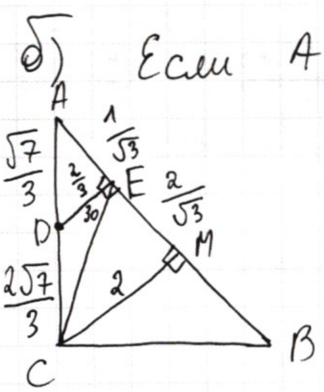
Приравняем выражения для CM

$$2\sqrt{3}\,y = 3\sqrt{x^2-y^2} \quad \uparrow^2$$
$$12y^2 = 9x^2 - 9y^2$$
$$9x^2 = 21y^2$$
$$3x^2 = 7y^2$$
$$x = \sqrt{\tfrac{7}{3}}\,y \quad \text{(отриц не может быть)}$$

$$tg\,\alpha = \frac{CM}{AM} = \frac{2\sqrt{3}\,y}{3y} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{3}}}$$

~~Ответ: $\frac{2}{\sqrt{3}}$ на пункт а~~

б) Если $AC = \sqrt{7} = 3x = 3\sqrt{\tfrac{7}{3}}\,y = \sqrt{3}\cdot\sqrt{7}\,y \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}$



$$DE = \sqrt{x^2-y^2} = \sqrt{\tfrac{7}{3}y^2-y^2} = \sqrt{\tfrac{4}{3}y^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}\,y = \frac{2}{3}$$

$$CM = 3DE = 2$$

По т. Пиф в $\triangle CEM$

$$EC^2 = 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \qquad EC = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$S_{\triangle CED} = \frac{1}{2}\cdot DE\cdot EC\cdot \sin 30 = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{\cancel{4}\,1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}} = \boxed{\frac{2}{3\sqrt{3}}}$$

Ответ: а) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ б) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение №2

$$\Rightarrow (2\cdot BM)^2 + b^2 = 2(a^2+c^2)$$

$$4BM^2 = 2a^2+2c^2-b^2$$

$$BM^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$$

$$BM = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$$

По т. Пиф в $\triangle AMH$ и $\triangle AHB$

$$\frac{b^2}{4} - HM^2 = c^2 - HB^2$$

$$\frac{b^2}{4} - b^2k^2 = c^2 - 4c^2k^2$$

$$b^2(1-4k^2) = 4c^2(1-4k^2)$$

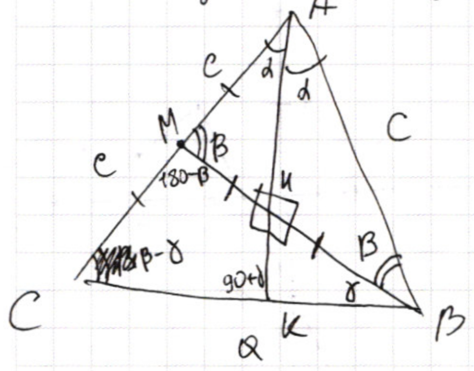
$$b^2 = 4c^2$$

$b = 2c \quad \Rightarrow \quad 2c < 450 \Rightarrow c < 225 \qquad b < 450$

$b + c = 3c > \overset{450}{} \Rightarrow c > 150 \qquad b > 300$

возможностях целочисленных (c) 74 } каждая такая пара дает опред. a

каждое (c) дает подходящее (b) } $\Rightarrow$ $\boxed{74 \text{ треугольника}}$



$\triangle AMH = \triangle AHB$ по остр углу и $\overset{\text{общ}}{\vphantom{x}}$ катету

$\Rightarrow \angle AMH = \angle ABH$

в CMHK $\angle C = \cancel{360} - \cancel{180} + \beta - \cancel{90} - \cancel{90} - \gamma$

$$BM = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 - 2c^2}$$

По т. кос:

$$a^2 = c^2 + 4c^2 - 2\cdot 2c\cdot c\cos\alpha = c^2(1+4-4\cos\alpha)$$

Ответ: 74

№6

$$8x - 6\underset{②}{|2x-1|} \leq ax + b \leq \underset{①}{-8x^2 + 6x + 7}$$

1) Найдем корни $-8x^2+6x+7=0$

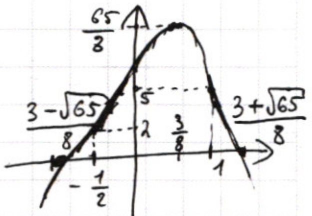
$$8x^2-6x-7=0$$

$$D = 36 + 4\cdot 8\cdot 7 = 4\cdot 5\cdot 13 \qquad \sqrt{D} = 2\sqrt{65}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{65}}{2\cdot 8} = \frac{3\pm\sqrt{65}}{8}$$

$$f(x) = -8x^2+6x+7 = -\left(x - \frac{3+\sqrt{65}}{8}\right)\left(x + \frac{\sqrt{65}-3}{8}\right)$$

$$x_в = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-8\cdot 2} = \frac{3}{8}$$

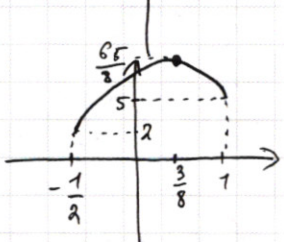


На промежутке $[-\frac{1}{2}; 1]$ выходит

$$f(-\tfrac{1}{2}) = -8\cdot\frac{1}{4} - 6\cdot\frac{1}{2} + 7 = -2-3+7 = 2$$

$$f(1) = -8+6+7 = 5 \qquad f(0) = 7$$

$$f(\tfrac{3}{8}) = -8\cdot\frac{9}{8^2} + 6\cdot\frac{3}{8} + 7 = -\frac{9}{8} + \frac{9\cdot 2}{8} + 7 = \frac{65}{8}$$



2) Проанализируем график на $[-\frac{1}{2}; 1]$

$$8x - 6|2x-1| = y(x)$$

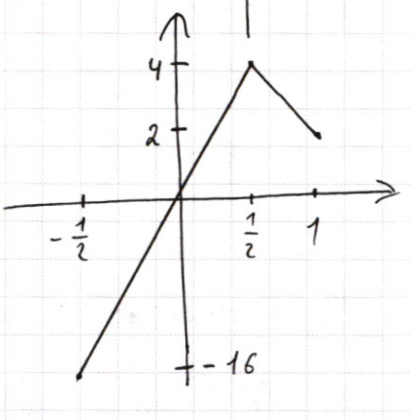
при $x < \frac{1}{2}$: $8x + 12x - 6 = 20x - 6 = y$

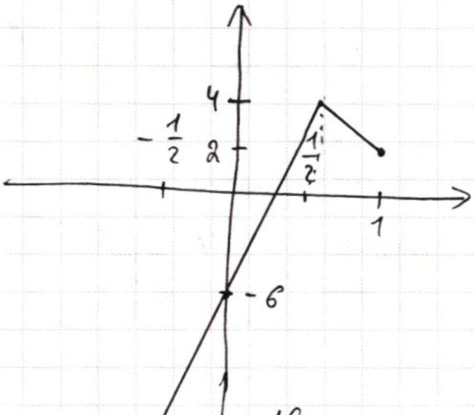
при $x \geqslant \frac{1}{2}$: $8x - 12x + 6 = -4x + 6 = y$

$$y(\tfrac{1}{2}) = 8\cdot\frac{1}{2} = 4$$

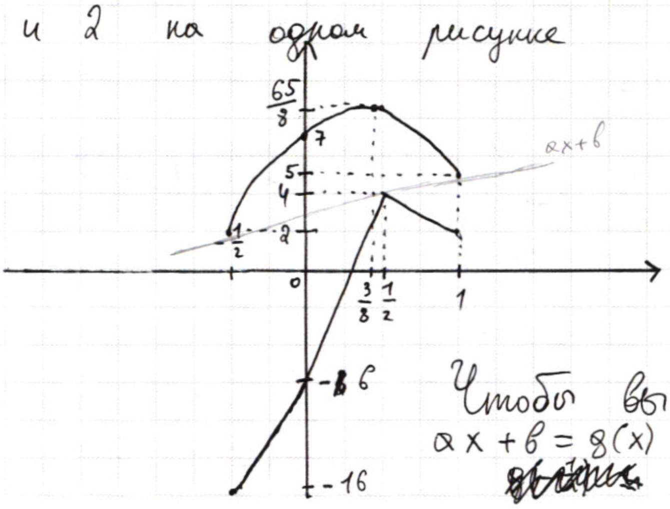
$$y(1) = 8 - 6 = 2$$

$$y(-\tfrac{1}{2}) = -4 - 6\cdot 2 = -16$$





1 и 2 на одном рисунке



Чтобы выполнялось нужное неравенство $ax + b = g(x)$ обязательно должна выполняться

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$$

ОДЗ:

$xy-6y-x+6 \geqslant 0$

$\Downarrow$

$\boxed{ab \geqslant 0}$

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x^2-12x+36)+ \text{[illegible]}\ 2(y^2-2y+1)+20-36-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-6)-6(y-1)=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18 \end{cases}$$

Пусть ~~$\sqrt{(x-6)}=a$ $\sqrt{(y-1)}=b$ $\sqrt{(x-6)}=a$ $\sqrt{(y-1)}$~~

$(x-6)=a$ $(y-1)=b$

$$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$$

Ограничение: $\boxed{a-6b \geqslant 0}$ т.к $a-6b=\sqrt{ab}$

Можем возвести первое в квадрат т.к $a-6b \geqslant 0$ $\sqrt{ab} \geqslant 0$

$$\begin{cases} a^2-12ab+36b^2=ab \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-13ab+36b^2=0 & ① \\ a^2+2b^2=18 & ② \end{cases}$$

① Если $b=0$, то по первому $a=0$, но тогда по второму $0=18 \Rightarrow$ не подх

Если $b \neq 0$ то можем разделить первое на b^2

1) $\left(\frac{a}{b}\right)^2-13\left(\frac{a}{b}\right)+36=0$

$D=169-4\cdot 36=25$ $\sqrt{D}=5$

$\frac{a}{b}=\frac{13\pm 5}{2}=9;4$

Если $\frac{a}{b}=9$, то $a=9b$ $a^2=81b^2$

Подставим в ②

Продолжение №3

$a^2+2b^2=18$

$81b^2+2b^2=18$

$83b^2=18$

$b=\pm\sqrt{\frac{18}{83}}$ Если $b=\sqrt{\frac{18}{83}}$, то $a=9\sqrt{\frac{18}{83}}$ ③

Если $b=-\sqrt{\frac{18}{83}}$, то $a=-9\sqrt{\frac{18}{83}}$ ④

Если $\frac{a}{b}=4$, то $a=4b$ $a^2=16b^2$

Подставим в ②

$a^2+2b^2=18$

$16b^2+2b^2=18$

$b^2=1$ Если $b=1$, то $a=4$ ⑤

$b=\pm1$ Если $b=-1$, то $a=-4$ ⑥

Обратная замена с проверкой по ОДЗ и ограничениям

3) $\begin{cases} x-6=9\sqrt{\frac{18}{83}} \\ y-1=\sqrt{\frac{18}{83}} \\ 9\sqrt{\frac{18}{83}}-6\sqrt{\frac{18}{83}}\geqslant 0 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} x=9\sqrt{\frac{18}{83}}+6 \\ y=\sqrt{\frac{18}{83}}+1 \end{cases}}$

4) $a-6b\geqslant 0$ $-9\sqrt{\frac{18}{83}}+6\sqrt{\frac{18}{83}}\geqslant 0$ не подходит

5) $\begin{cases} x-6=4 \\ y-1=1 \\ 4\cdot 1\geqslant 0 \\ 4-6\cdot 1\geqslant 0 \end{cases}$ не подходит

6) $\begin{cases} x-6=-4 \\ y-1=-1 \\ -4\cdot -1\geqslant 0 \\ -4+6\cdot 1\geqslant 0 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}}$

Ответ: $\left(9\sqrt{\frac{18}{83}}+6;\ \sqrt{\frac{18}{83}}+1\right)$ $(2;0)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение №6

система:

$$\begin{cases} g(-\frac{1}{2}) \le 2 \\ g(\frac{1}{2}) \geqslant 4 \\ g(1) \le 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} -\frac{a}{2} + b \le 2 \\ \frac{a}{2} + b \geqslant 4 \\ a + b \le 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} b \le 2 + \frac{a}{2} \\ b \geqslant 4 - \frac{a}{2} \\ b \le 5 - a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 - \frac{a}{2} \le 2 + \frac{a}{2} \\ 4 - \frac{a}{2} \le 5 - a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \le a \\ \frac{a}{2} \le 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} a \geqslant 2 \\ a \le 2 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$a = 2$$

Если $a = 2$: $\begin{cases} b \le 3 \\ b \geqslant 3 \\ b \le 3 \end{cases} \Rightarrow b = 3$

$g(x) = 2x + 3$

Ответ: $(2; 3)$

№7

f на $>0 \in R$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [p/2]$, где $p \in$ простым

Найти $(x; y)$, где $x; y \in N$

$$\begin{cases} 2 \le x \le 22 \\ 2 \le y \le 22 \\ f(x/y) < 0 \end{cases}$$

$$2 \le x; y \le 22 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{22} \le \frac{1}{y} \le \frac{1}{2} \\ 2 \le x \le 22 \end{cases} \quad x/y \in \left[\frac{1}{11}; 11\right]$$

Если x/y - простое $\Rightarrow f(x/y) = [x/2y]$, где $x/y > 0 \Rightarrow \frac{x}{2y} > 0$

$\Rightarrow [x/2y] \geqslant 0 \Rightarrow f(x/y) \geqslant 0$ не подходит

Продолжение №7

Рассмотрим простые числа на промежутке $[2;22]$

$f(2)=[1]=1 \quad f(3)=[3/2]=1 \quad f(5)=[5/2]=2$

$f(7)=[7/2]=3 \quad f(11)=[11/2]=5 \quad f(13)=[13/2]=6$

$f(17)=[17/2]=8 \quad f(19)=[19/2]=9$

Не простые

$f(4)=f(2)+f(2)=2 \quad f(6)=2 \quad f(8)=3 \quad \dots$

$$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$$

~~Число x если разложить на простые числа~~

если $\frac{x}{y}$ - целое, то $f\left(\frac{x}{y}\right)>0$ не подх

$$f\left(\frac{1}{y}\right)=f\left(y\cdot\left(\frac{1}{y}\right)^2\right)=f(y)+2f\left(\frac{1}{y}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right)=-f(y)$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=f(x)-f(y)$$

Чтобы $f\left(\frac{x}{y}\right)<0$, нужно $f(x)<f(y)$

Такие пары:

$y=22$

1) $f\left(\frac{3}{22}\right)=f(3)-f(11)-f(2)<0$

2) $f\left(\frac{4}{22}\right)=f\left(\frac{2}{11}\right)=f(2)-f(11)<0$

$f\left(\frac{5}{22}\right)=f(5)-f(2)-f(11)<0$

3) $f\left(\frac{6}{22}\right)=f\left(\frac{3}{11}\right)=f(3)-f(11)<0$

4) $f\left(\frac{7}{22}\right)=f(7)-f(2)-f(11)$

5) $f\left(\frac{8}{22}\right)=f\left(\frac{4}{11}\right)=f(2)+f(2)-f(11)<0$

6) $f\left(\frac{9}{22}\right)=f(3)+f(3)-f(11)<0$

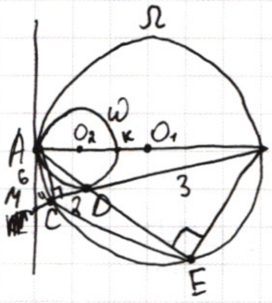
7) $f\left(\frac{10}{22}\right)=f\left(\frac{5}{11}\right)=f(5)-f(11)<0$

8) $f\left(\frac{11}{22}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=-f(2)<0$

9) $f\left(\frac{12}{22}\right)=f\left(\frac{6}{11}\right)= {}^{f(2)+f(3)}-f(11)<0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№5



R - родиус Ω = ?
r - родиус ω = ?
$S_{BACE} = ?$
$CD = 2$
$BD = 3$

Пусть AB пересекает ω повторно в точке K

Т.к. окружности касаются внеш образом, то их центры лежат на одной прямой (AB) с точкой касания ⇒

⇒ AK - диаметр ω

Т.к. AB секущая ω, а BD - касательная ω ⇒ $BD^2 = BK \cdot BA$

$$9 = 2R(2R-2r) = 4R(R-r) = 4R^2 - 4Rr$$

$$r = \frac{4R^2-9}{4R}$$

$O_1O_2 = (R-r)$

Продлим BC до пересечения с общей кас ω и Ω и нозовем точку M

Т.к. MB - сек Ω, а AM - кас ⇒ $AM^2 = MC \cdot (MC+5)$ | ⇒

AM и MD - касат из одной точки к ω ⇒ $AM = MC+2$ |

$$(MC+2)^2 = MC \cdot (MC+5)$$

$$\cancel{MC^2} + 4MC + 4 = \cancel{MC^2} + 5MC$$

$$MC = 4 \Rightarrow AM = 6 \Rightarrow MB = 9$$

AM - кас ⇒ $\angle O_1AM = \angle BAM = 90^\circ$

По т. Пиф в $\triangle ABM$: $4R^2 = 81 - 36 = 45$ $R = \boxed{\frac{3\sqrt{5}}{2}}$ ⇒

Продолжение №5

$$r = \frac{4R^2 - 9}{4R} = \frac{45-9}{6\sqrt{5}} = \frac{36}{6\sqrt{5}} = \boxed{\frac{6}{\sqrt{5}}}$$

$\angle BEA$ – опирается на диаметр $AB \Rightarrow \angle BEA = 90^\circ$

Аналогично $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \angle ACM = 180 - 90 = 90^\circ$

По т. Пиф в $\triangle AMC$:

$AC^2 = 36 - 16 = 20 \quad AC = 4\sqrt{5}$

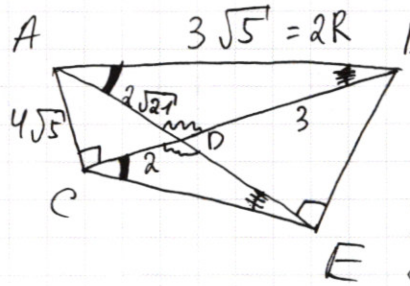
$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CD = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot 4\sqrt{5} \cdot \cancel{2} = \boxed{4\sqrt{5}}$$

$\triangle ACD \sim \triangle BDE$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle DEB}} = k^2 = \left(\frac{AD}{BD}\right)^2 = \frac{AD^2}{9}$

По т. Пиф в $\triangle ACD$:

$AD^2 = 4 + 16 \cdot 5 = 4 \cdot 21 \quad AD = 2\sqrt{21} \Rightarrow k^2 = \frac{4 \cdot \overset{7}{\cancel{21}}}{\cancel{9}\,3} = \frac{28}{3} =$

$= \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle DEB}} \Rightarrow S_{\triangle DEB} = \frac{3}{28} S_{\triangle ACD} = \frac{3 \cdot 4 \cdot \sqrt{5}}{\cancel{28}\,7} = \boxed{\frac{3\sqrt{5}}{7}}$



Т.к $\angle BAE$ и $\angle BCE$ – вписанные и опир на одинаковую дугу $BE \Rightarrow \angle BAE = \angle BCE$

$S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} \cdot 5 = 10\sqrt{5}$

$S_{\triangle ADB} = S_{\triangle ACB} - S_{\triangle ACD} = 10\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = \boxed{6\sqrt{5}}$

$\triangle ABD \sim \triangle CDE$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle CDE}} = k^2 = \left(\frac{AD}{CD}\right)^2 = \left(\frac{\cancel{2}\sqrt{21}}{\cancel{2}}\right)^2$

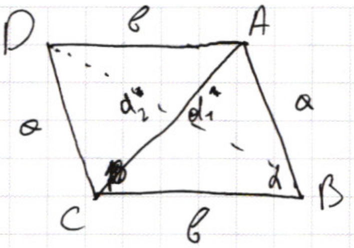
$S_{\triangle CDE} = \frac{1}{21} S_{\triangle ABD} = \frac{6\sqrt{5}}{21} = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{7}}$

$S_{ABEC} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle DEB} + S_{\triangle ABD} + S_{\triangle DCE} = 6\sqrt{5} + 4\sqrt{5} +$

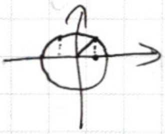
$+ \frac{3\sqrt{5}}{7} + \frac{2\sqrt{5}}{7} = 10\sqrt{5} + \frac{5\sqrt{5}}{7} = \boxed{\frac{75\sqrt{5}}{7}}$

Ответ: $\frac{3\sqrt{5}}{2}$; $\frac{6}{\sqrt{5}}$; $\frac{75\sqrt{5}}{7}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$d_1^2 = \overset{a}{\cancel{AB}}^2 + \overset{b}{\cancel{BC}}^2 - 2\cdot\overset{ab}{\cancel{AB\cdot BC}}\cdot\cos\alpha$



$d_2^2 = a^2+b^2+2ab\cos\alpha$

$d_2^2-a^2-b^2 = a^2+b^2-d_1^2$

$d_1^2+d_2^2 = 2(a^2+b^2)$

$8x^2-6x-7$

$D = 36+4\cdot8\cdot7$

$4\cdot9$

$4(9+56)$

$4\cdot65$

$4\cdot5\cdot13$

$90-30-\alpha = 60-\alpha$

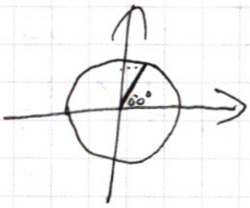
$180-60-30+\alpha = 90+\alpha$

$38-20=18$

$32\times7 = 224$

$224+36 = 260$

260 | 2
130 | 2
65 | 5
13 | 13



$(x-6)(y-1) = xy-6y-x+6$

$(x-6)(1-y) = -xy-6+x+6y$

$(x-6)-6(y-1) = x-6y\cancel{-6}\cancel{+6}$

$x\cancel{-6}-6y\cancel{+6}$

$\frac{\sqrt3}{\cancel{2}} = \frac{CM}{2\cancel{4}y}$

$CM = 2\sqrt3 y$

151
224

13×13: $39+13 = 169$

$36\times4 = 144$

$169-144 = 25$

$\frac{\cancel{\sqrt7}\cancel{\sqrt3}}{3\cancel{\sqrt7}\sqrt3}$

$81-36 = 45$

$224-151 = 73+1$ 74

~~Провести перп.~~

Подобие

Высота как перемнож

$45-9 = 36$

$f(\frac{13}{22}) = f(13) - f(2) - f(11) = 0$ не подх

10) $f(\frac{14}{22}) = f(\frac{7}{11}) = f(7) - f(11) < 0$

11) $f(\frac{15}{22}) = \cancel{f(3)} + f(5) - \cancel{f(2)} - f(11) < 0$

12) $f(\frac{16}{22}) = f(\frac{8}{11}) = 3f(2) - f(11) < 0$

$f(\frac{17}{22}) = f(17) - f(11) - f(2) > 0$ не под

13) $f(\frac{9}{11}) = 2f(3) - f(11) < 0$

$f(\frac{19}{22}) > 0$

14) $f(\frac{20}{22}) < 0$

15) $f(\frac{21}{22}) < 0$

$y=21$

16) $f(\frac{1}{21}) < 0$

17) $f(\frac{2}{21}) < 0$

18) $f(\frac{1}{7}) < 0$

19) $f(\frac{4}{21}) < 0$

20) $f(\frac{5}{21}) < 0$

21) $f(\frac{2}{7}) < 0$

22) $f(\frac{1}{3}) < 0$

23) $f(\frac{8}{21}) < 0$

24) $f(\frac{3}{7}) < 0$

25) $f(\frac{10}{21}) < 0$

26) $f(\frac{11}{21}) < 0$

27) $f(\frac{4}{7}) < 0$

28) $f(\frac{13}{21}) < 0$

$f(\frac{2}{3}) = 0$

29) $f(\frac{5}{7}) < 0$

$f(\frac{16}{21}) = 0$

$y=20$

+ 16 других

Ответ: 45

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)