МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Пусть q - частное прогрессии. Тогда

$a = a$ - 1 член

$b = a \cdot q$ - 2 член

$c = a \cdot q^2$ - 3 член

$d = a \cdot q^3$ - четвертый член, корень ур-я $ax^2 - 2bx + c = 0$.

$ax^2 - 2bx + c = ax^2 - 2aq + aq^2 = 0$

$a(x^2 - 2q + q^2) = 0$

$a(x-q)^2 = 0$

1) При $a=0$:

Все члены прогрессии будут нулями, $d = a \cdot q^3 = 0$ будет корнем ур-я $0 \cdot x^2 - 2 \cdot 0 \cdot x + 0 = 0 \Rightarrow aq^2 = 0$

2) При $x=q$:

Из условия, $a \cdot q^3$ тоже решение ур-я $\Rightarrow a \cdot q^3 = q$

При $q=0$, $a \cdot q^2 = 0$.

При $q \neq 0$: $\underbrace{a q^2}_{3\text{ член}} = 1$

Ответ: 1; 0

№7 Из условия следует, что $f(1)=0$. Определим з-я функции для всех чисел от 2 до 22.

$f(2) = \left[\frac{2}{2}\right] = 1$

$f(3) = \left[\frac{3}{2}\right] = 1$

$f(4) = f(2\cdot 2) = f(2)+f(2) = 1+1=2$

$f(5) = \left[\frac{5}{2}\right] = 2$

$f(6) = f(2)+f(3) = 2$

$f(7) = \left[\frac{7}{2}\right] = 3$

$f(8) = f(4)+f(2) = 3$

$f(9) = f(3)+f(3) = 2$

$f(10) = f(2)+f(5) = 3$

$f(11) = \left[\frac{11}{2}\right] = 5$

$f(12) = f(6)+f(2) = 2+1=3$

$f(13) = \left[\frac{13}{2}\right] = 6$

$f(14) = f(7)+f(2) = 4$

$f(15) = 3$

$f(16) = 4$

$f(17) = \left[\frac{17}{2}\right] = 8$

$f(18) = 3$

$f(19) = 9$

$f(20) = 4$

$f(21) = 4$

$f(22) = 6$

$$\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{x}{x}\right) = f(1) = 0 \\ f\left(\frac{x}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x) = -f\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x)-f(y)$$

$$f(x)-(f)<0 \Rightarrow f(x)<f(y)$$

~~Для / того, чтобы~~

При $x=2, 3$ можно подобрать 19 различных y так, чтобы $f(x)<f(y)$

При $x = 4, 5, 6, 9$ — 15 вариантов для y

При $x = 7, 8, 10, 12, 15, 18$ — 9 вариантов

При $x = 14, 16, 20, 21$ — 5 вариантов / При $x=11$: 4 варианта

При $x = 13, 22$ — по 2 варианта

При $x=17$ — 1 вариант, При $x=19$ вариантов нет. $\boxed{\text{См стр. 3}}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

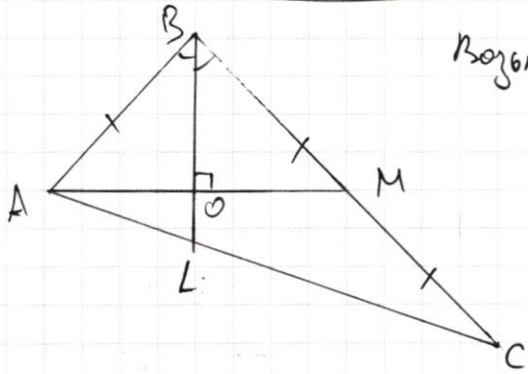
№1 Таким образом, всего пар, подходящих под условие:

$19 \cdot 2 + 15 \cdot 4 + 9 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 =$

$= 38 + 60 + 54 + 20 + 4 + 4 + 1 = 80 + 100 + 1 = 181$

Ответ: 181 пара

№2



Возьмем $\triangle ABC$, BL - биссек, AM - медиана

В $\triangle ABM$ BO - биссек и высота $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = BM$

Пусть $AB = x$, тогда $BC = 2x$

Пусть $AC = y$

По условию:

$x + 2x + y = 900$

$3x + y = 900$

$y = 900 - 3x$

$y = 3(300 - x)$. x и y - целые, больше нуля $\Rightarrow$

x может принимать значения от 1 до 299, каждому

x соответствует один y $\Rightarrow$ всего есть 299 вариантов для

длин сторон

Ответ: 299

№3 $\begin{cases} x-6y=\sqrt{xy-6y-x+6} \\ x^2+2y^2-12x-4y+20=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ x^2-12x+36+2(y^2-2y+1)+20-36-2=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x-6y=\sqrt{(x-6)(y-1)} \\ (x-6)^2+2(y-1)^2=18 \end{cases}$

Замена $x-6=a$; $y-1=b$

$x=a+6$; $y=b+1$

$\begin{cases} a+6-6b-6=\sqrt{a\cdot b} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$ $\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ a^2+2b^2=18 \end{cases}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $ab\geq 0$; $a-6b\geq 0$

$a\geq 6b$

Возведем в квадрат первое ур-е

$a^2-12ab+36b^2=ab$

$a^2-13ab+36b^2=0$, решим как кв. отн-но a.

$D=169b^2-4\cdot 36b^2=169b^2-144b^2=25b^2=(5b)^2$

$a=\frac{13b\pm\sqrt{25b^2}}{2}=\frac{(13\pm 5)b}{2}=9b;\ 4b$

1) $a=9b$:

$81b^2+2b^2=18$

$83b^2=18$

$b=\pm\sqrt{\frac{18}{83}}$

1.1) $b=+\sqrt{\frac{18}{83}}$

$a=9b=9\sqrt{\frac{18}{83}}$

$a>6b$

(+)

1.2) $b=-\sqrt{\frac{18}{83}}$

$a=-9\sqrt{\frac{18}{83}}$

$-9\sqrt{\frac{18}{83}}<6\cdot\left(-\sqrt{\frac{18}{83}}\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow b\neq-\sqrt{\frac{18}{83}}$

(−)

см стр №5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 2) $a = 4b$

$16b^2 + 2b^2 = 18$

$b = \pm 1$

2.1) $b = 1$ | 2.2) $b = -1$
$a = 4$ | $a = -4$
$a < 6b$ | $-4 > -6$
$-$ | $+$
 | $a > 6b$

①: $x = a + 6 = 9\sqrt{\frac{18}{83}} + 6$

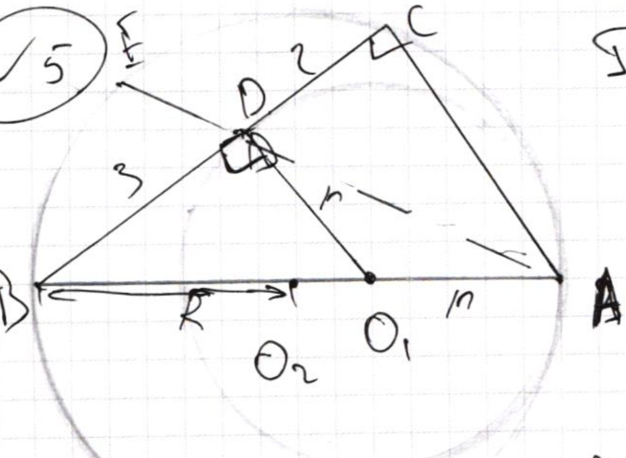
$y = b + 1 = \sqrt{\frac{18}{83}} + 1$

②: $x = a + 6 = 2$

$y = b + 1 = 0$

Ответ: $\left(9\sqrt{\frac{18}{83}} + 6;\ \sqrt{\frac{18}{83}} + 1\right); (2; 0)$

№5



Пусть O_1 - центр ω, O_2 - центр Ω

$OD \perp BC$ как радиус и касательной,

$\angle BCA = 90^\circ$ т.к. опирается на диаметр

Пусть $O_2B = R$

$O_1A = r$

$\triangle BDO_1 \sim \triangle BCA$ по двум углам $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BO_1}{BA} = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{5}$

см. стр 6

№5 $BO_1 = 2R - r$
$BA = 2R$ $\Rightarrow \frac{2R-r}{2R} = \frac{3}{5}$

$6R = 10R - 5r$

$5r = 4R$

$r = \frac{4}{5}R$. С другой стороны, из $\triangle BDO_1$:

$3^2 + r^2 = (2R - r)^2$

$9 + \cancel{r^2} = 4R^2 - 4R \cdot r + \cancel{r^2}$

$9 = 4R^2 - 4R \cdot \frac{4}{5}R \mid \cdot 5$

$45 = 20R^2 - 16R^2 = 4R^2$

$R^2 = \frac{45}{4} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$, $r = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot 3\sqrt{5}}{5 \cdot \cancel{2}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

Ответ: радиусы равны $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ и $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

$S\,BACE = S_\triangle BEC + S_\triangle ACB$

$S_\triangle ACB = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 10 \cdot 5 = 50$

$AC = \underset{BA^2 - BC^2}{2R^2 - 5^2} = 45 - 25 = 20$

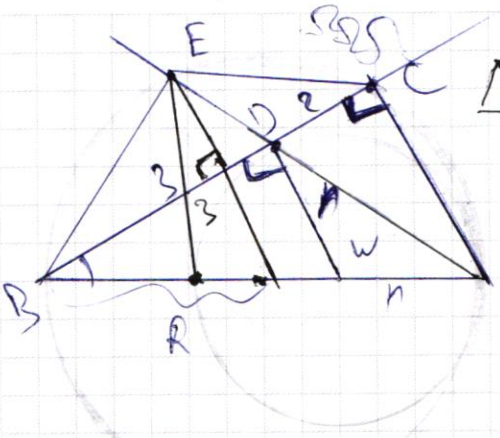
$BA = 3\sqrt{5}$

$\cancel{BE} =$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



 $2R - r$

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{3}{5}$

$3^2 + r^2 =$

$AC = \frac{5}{3} r$

$6 = EA = 6$

$\frac{BD}{BC} = \frac{3}{5} = \frac{r}{AC}$

$ED \cdot DA = 6$

$AC^2 + 5^2 = 4R^2$

$(2R-r)^2 = r^2 + 3^2$

$\frac{25}{9} r^2 + 25 = 4R^2 \quad | \cdot 9$

$\cancel{2R-R}$

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{3}{5}$

$4R^2 - 4Rr = 9 / 4$

$\cancel{r \; 4R^2 - 4R}$

$r(R^2 - R) = \frac{9}{4}$

$r = \frac{9}{4R^2 - 4R}$

$6R = 10R - 5r$

$5r = 4R$

$R = \frac{5}{4} r$

$r = \frac{4}{5} R$

$4R^2 - R \cdot \frac{4}{5} R = 9 \quad | \cdot 5$

$20R^2 - 4R^2 = 40$

$4 \; 16R^2 = 40 \; 10$

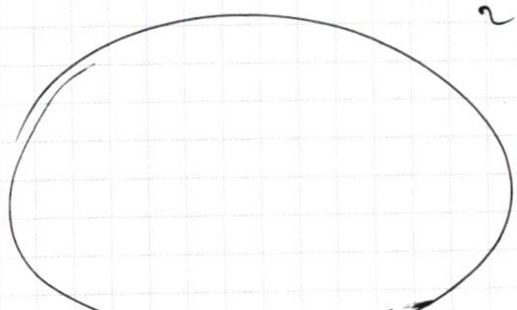
$\cancel{R^2 = \frac{10}{4} =}$

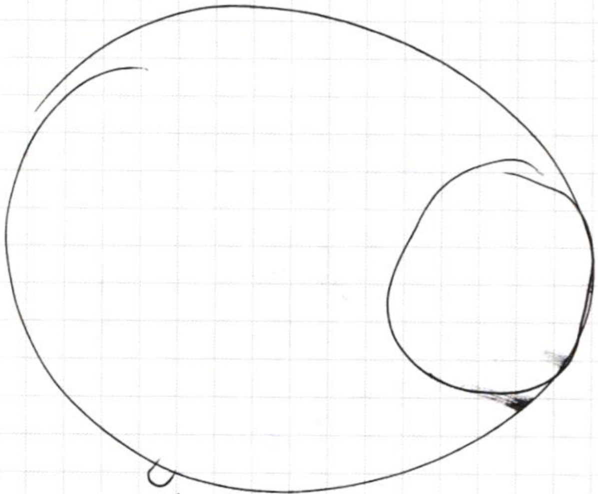
$R =$

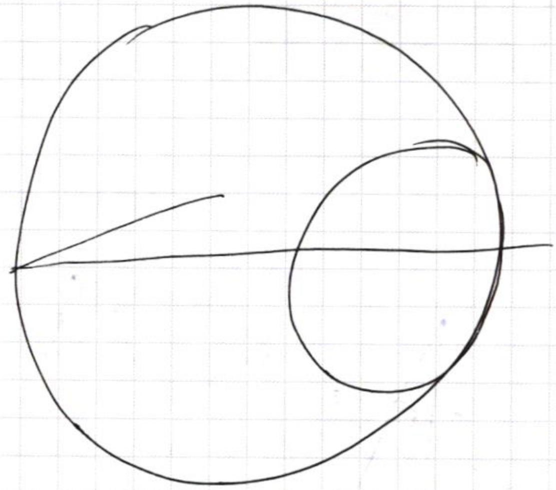
$(3\sqrt{5})^2 - 5^2 =$

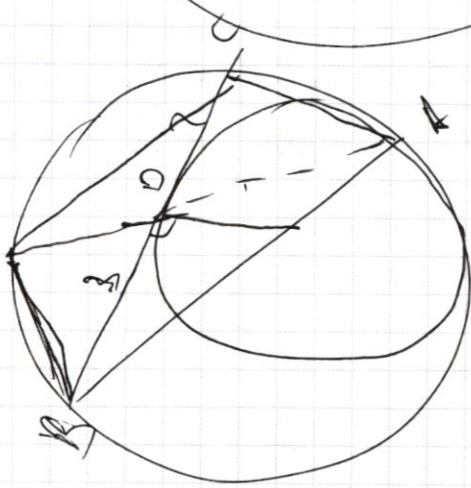
$45 - 25 = 20 = AC$

$S_{BCA} = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50$









ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$a, \; b \; b = a \cdot q, \; c = a \cdot q^2$

$d \, q^3$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$\cancel{(x - dq^3)}$

$a \cdot x^2 - 2a \cdot q x + a \cdot q^2 = 0$

$a(x^2 - 2qx + q^2) = 0$

$a(x + q)^2 = 0$

$x = \pm q$

$x_1 = aq^3$

$aq^2 = q$

$aq^3 = a$

$aq^2 = 1$

$\cancel{q^2 = q}$

$x = 6y$

$a \ne 0 \quad 8x - 6|2x - 1| \le ax + b \le 8x^2 - 6x - 1$

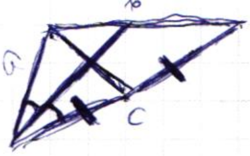
1

$2x - 1 > 0$

$x > \frac{1}{2}$

$x \in -$

2



3

$x - 6y \ge 0$

$xy - 6y - x + 6 \ge 0$

$x^2 - 12xy + 36y^2 = xy - 6y - x + 6$

$y(x-6) - (x-6) = (x-6)(y-1)$

$x \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$

$x^2 - 12x + 36 + 2y^2 - 4y + 2 = 18 \quad 18$

$6 \cdot 2$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18$

$8x - 6 + 12x =$

$20x + 6 \le ax + b \le -(8x^2 - 6x - 2) = 0$

$D = 36 + 32 \cdot 7 = 36 + 224 = 260 =$

$= 13 \cdot 20 = 13 \cdot 5 \cdot 4$

$= 2\sqrt{65}$

$a \ge 6b$

$b < 3$

$a^2 > 18$

$b < 3$

$18 > \sqrt{18} > a \ge 6b$

$a \ge 6b > -18$

$a - 6b = \sqrt{ab}$

$a^2 + 2b^2 = 18$

$(a-b)(a+b) - b^2 = 18$

$a^2 = 18 - 2b^2$

$2b^2 = 18 - a^2$

$\underbrace{18 - a^2}_{>0}$

$a - 6b = \sqrt{ab}$

$b^2 < 9$

$6b < 18$

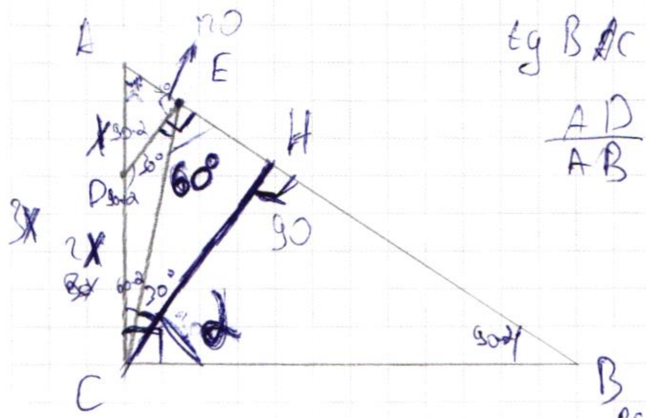
$6b > -18$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

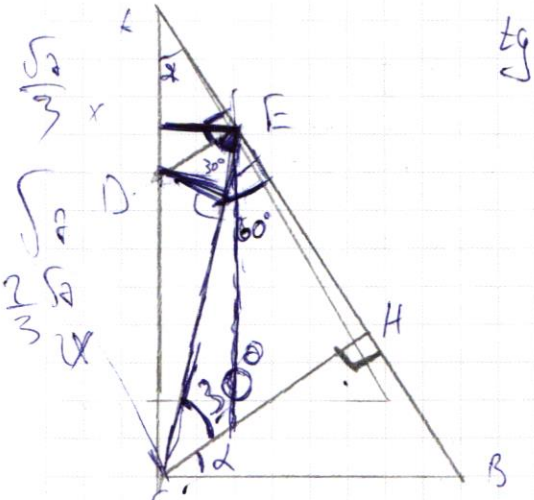
(Нумеровать только чистовики)



$tg\, BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE}$

$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{\cancel{CB}\, BC} = \frac{AE}{AC}$

$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$



$tg\,\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE} = \frac{CH}{AH} = \frac{HB}{CH}$

$\frac{AE}{AH} = \frac{DE}{CH} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

$\frac{3DE}{3AE}$

$CH = 3DE \quad AC = 3AD$

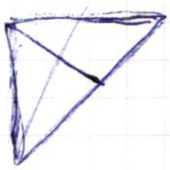
$AH = 3AE$

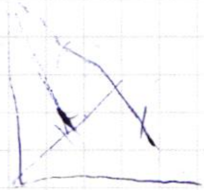
$\begin{cases} x \geq 6 \\ y \geq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 6 \\ y \leq 1 \end{cases}$

$x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)}$

$\frac{AH}{AC} = \frac{CH}{CB} = \frac{AC}{AB}$

$\frac{AC}{3AB} \quad \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$





$CH = \frac{AC \cdot BC}{AB}$

$tg\,\alpha = \frac{AC \cdot BC}{AH \cdot AB}$

$\cancel{tg\,\alpha = \frac{BC}{AC}} =$

$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 =$

$x^2 - 12x + 36 +$

$+ 2(y^2 - 2y + 1) + 20 - 36 - 2 =$

$= (x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18$

$a^2 \qquad b^2$

$\frac{3AE}{AC} = \frac{3DE}{CB} = \frac{3AD}{AB}$

$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{\cancel{AB}\, AB} = \frac{DE}{BC} =$

$AE \cdot BC = AC \cdot DE$

$x - 6 = a \qquad y - 1 = b$

$x = 6 + a, \qquad y = b + 1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(x) < f(y)$

$x=2$: y - 20 вар

$x=3$: 20 вар.

по 19в.

$x=2;3$: ~~поворот~~

$x=4;5,6,9$: 15 вар.

$x=14,16,20,21$ - 5 вар.

$x=7,8,10,12,15,18$ - 9 вар

$x=11$: 4 вар.

$x=13,22$: 2 вар

$x=17$: 1 вар.

$f(a)=1$, a: 2; 3

$f(\,)=2$: 5; 4; 6; 9

$f(\,)=3$: 7, 8, 10, 12, 15, 18

4: 14; 16, 20, 21 При $q=a$

5: 11

6: 13, 22   9: 19

8: 17

$$\begin{array}{r} 54 \\ +\,38 \\ \hline 92 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 38 \\ +\,36 \\ +\,14 \\ 89 \\ \hline 163 \end{array}$$

54

$19\cdot 2 + 15\cdot 4 + 4\cdot 5 + 9\cdot 6 + 4\cdot 5 + 4\cdot 1 + 2\cdot 2 + 1$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \cdot\,4 \\ \hline 144 \end{array}$$

$38 + \underline{60} + 36 + \underline{20} + 4 + 4 + 1 = 89 + 38 + 36 = \cancel{163}$

$a - 6b\sqrt{ab}$

$a^2 + 2b^2 = 18$

$a^2 - 12ab + 36b^2 = ab$

$a > 6b$

$a^2 - 13b\cdot a + 36b^2$

$a^2 - 16\cdot 2b^2 = (a-b^2) = 2(3-b)(3+b)$

$D = 169b^2 - 4\cdot 36b^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$

$a = \cancel{13\pm 5}$

$a = \dfrac{13b \pm 5b}{2} = \cancel{18b}, 8b$

1)

$9b$; $4b$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

1) $a = b$ $a - 6b = \sqrt{ab}$ $\qquad y(x-6) - x(x-6)$

$a^2 + 2b^2 = 18$ $\qquad -2 = a$

$326b^2 = 18$ $\qquad -4 + 6 = 2$

$b^2 = \frac{18}{326} = \frac{9}{163}$ $\qquad \sqrt{\frac{18}{83}}$

$b = \pm\sqrt{\frac{18}{326}} = \pm\sqrt{\frac{9}{163}}$

1) $a = 18\sqrt{\frac{9}{163}}$ $\qquad -18\sqrt{\frac{9}{163}} < -6\sqrt{\frac{9}{163}}$

2) $a = -18\sqrt{\frac{9}{163}}$ $\qquad 2 = \sqrt{-2+6} = \sqrt{4} = 2$ $\qquad x - 6 = a$

~~2) $a = 6b$~~ $\qquad 4 - 24 + 20 = 0$ $\qquad y - 1 = b$

1) $a = 9b$ $\qquad y = b + 1$

$a > 6b$

$81b^2 + 2b^2 = 18$ $\qquad -9\sqrt{\frac{18}{83}} < 6\sqrt{\frac{18}{83}}$ $\qquad y = 2$

$83b^2 = 18$ $\qquad +9\sqrt{\frac{18}{83}} + 6 ; \sqrt{\frac{18}{83}} + 1$

$b = \pm\sqrt{\frac{18}{83}}$

$a = -9\sqrt{\frac{18}{83}}$ $\qquad 2\sqrt{}$

$x = \sqrt{6+0}$

2) $a = 4b$ $\qquad x = 2$

$16b^2 = 16$

$b = \pm 1$ $\qquad a > 6b$

$a - 6b > 0$

$a = 4 ; b = 1 ; x = 10$ $\qquad x = 2$ $\qquad y = 0$

$a = -4 ; b = -1$ $\qquad -4 ; -1$

$-4 < -1$

$-4 > -6$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(6+a)-6b-6=\sqrt{ab}$

$a^2+2b^2=18$

$a-6b=\sqrt{ab}$

$a^2+2b^2=18$

$a-6b=\sqrt{ab}$

$a^2+2b^2=18$

$0=b$

$a^2+2b^2=b$

$a-6b=\sqrt{ab}$

$\sqrt{a}-6\frac{b}{\sqrt{a}}=\sqrt{b}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}-6\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=1$

$y-1<3(x-6)(y-1)$

$y<4$

$a-6b\geq 0$

$a^2-12ab+36b^2=ab$

$-13ab+34b^2=18$

$34b^2-13ab+18=0$

$169a^2-$

$a=0,\ b=0$

$a\geq 6b$

$a^2-13b(a-3b)=0$

$a^2-13ab+36b^2=0$

$a^2+2b^2=18$

$a\geq 6b$

$\cancel{a^2+2b^2}$ $a^2=18-2b^2$

$2b^2=18-a^2$

$(3-a)(3+a)$

~~34 18~~ 4

$3b\geq 0$

$18-b^2\geq 0$

$18\geq b^2$

$18\geq b^2$

$3\geq b$

$b<3$

$a<3\sqrt{2}$

$a-6b=\sqrt{ab}$

$a^2+2b^2=18$

$f(1)=0$

$f(2)=1$

$f(3)=1$

$f(5)=2$

$f(7)=3$

$f(11)=5$

$f(13)=6$

$f(17)=8$

$f(19)=9$

$f(4)=f(2\cdot 2)=f(2)+f(2)=2$

$f(6)=f(2)+f(3)=2$

$f(8)=f(4)+f(2)=3$

$f(9)=f(3)+f(3)=2$

$f(10)=3$

$f(12)=3$

$f(14)=4$

$f(15)=3$

$f(16)=4$

$f(18)=3$

$f(20)=4$

$f(21)=4$

$f(22)=f(11)+f(2)=5+1=6$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\left[\frac{ab}{2}\right] = \left[\frac{a}{2}\right] + \left[\frac{b}{2}\right]$

$\frac{a}{2} \le \left[\frac{a}{2}\right] < \frac{a}{2}+1$

$\frac{P}{2}$ $\frac{P-1}{2}$ 14:45 15:40 17:10

$\frac{ab}{2} \le \left[\frac{ab}{2}\right] < \frac{ab}{2}+1$

$\frac{ab}{2} < \left[\frac{a}{2}\right] + \left[\frac{b}{2}\right] < \frac{ab}{2}+1$

$f(x/y) < 0$

$\left[\frac{x}{2y}\right] < 0$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(\frac{x}{2y}\right) + f\left(\frac{x}{2y}\right)$ $\frac{1}{y} =$

$f(2) = 1$, $f(3) = 1$, $f(5) = 2$, $f(7) = 3$, $f(11) = 5$, $f(13) = 6$, $f(17) = 6$, $f(19) = 9$

$f(4) = 2$, $f(6) = 2$, $f(8) = 3$, $f(9) = 2$, $f(10) = 3$, $f(12) = 3$

$22 = 11 \cdot 2$

$f(22) = 6$

$f(14) = f(2 \cdot 7) = f(2) + f(7) = 4$

$f(x/y) = f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = f(1) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f(1) = f(1 \cdot 1) = f(1) + f(1) = 2f(1)$

$\frac{1}{y}$ $\frac{a}{b}$

$f(a : b) = f$

$f(1) = 0$

$b = \frac{1}{2}$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = 2f\left(\frac{1}{2y}\right)$

$x = 2;\ y = 2$

$y = \frac{1}{2}$

$f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$

$\left|f\left(\frac{1}{y}\right)\right| > f(x)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(1) = 0 = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = 1 + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -1 = -f$

$f\left(\frac{3}{2}\right) = f(3) + f\left(\frac{1}{2}\right) =$

299

$y > 0$

$2x$

$f\left(\frac{x}{x}\right) = f(1) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

$3x + y = 900$

$f(x) = -f\left(\frac{1}{x}\right)$

$x + 2x + y = 900$

$y = 900 - 3x$

$f(x/y) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$P = 900$ $y = 3(300 - x)$

897

$f(x) - f(y) < 0$

$f(x) < f(y)$