МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Пусть a - первый член прогрессии, а q - знаменатель. Тогда

$a = a$; $b = aq$; $c = aq^2$ по определению геом. прогрессии.

$a \neq 0$; $q \neq 0$

Теперь решим данное уравнение:

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$ax^2 + 2aqx + aq^2 = 0 \quad | : a$, т.к. $a \neq 0$

$x^2 + 2qx + q^2 = 0$

$(x+q)^2 = 0 \implies x + q = 0$. По условию четвёртый член прогрессии является корнем (он равен aq^3) $\implies$

$aq^3 + q = 0 \quad | : q$, т.к. $q \neq 0$

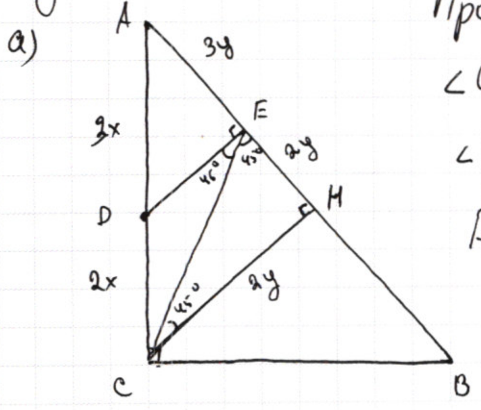
$aq^2 + 1 = 0$

$aq^2 = -1$ — это и есть третий член прогрессии $\implies$ он равен (-1).

Ответ: -1

Задача 4.

а)



Проведём высоту CH. Теперь заметим, что $\angle CEH = \angle DEH - \angle CED = 90° - 45° = 45°$; $\angle CHE = 90° \implies \triangle EHC$ - равнобедренный.

$DE \parallel CH$ (т.к. $\angle AED = \angle AHC$) $\implies$

пусть $AD : DC = 2x : 2x$ (по условию), тогда по т. Фалеса

$AE : EH = 3y : 2y \implies$ по равнобедренности $CH = 2y$. Запишем т. Пифагора для $\triangle ACH$ (см. след страницу)

$(2y)^2+(5y)^2=(5x)^2 \iff 4y^2+25y^2=25x^2 \iff 25x^2=29y^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{y^2}{x^2}=\frac{25}{29} \Rightarrow \frac{y}{x}=\frac{5}{\sqrt{29}}$

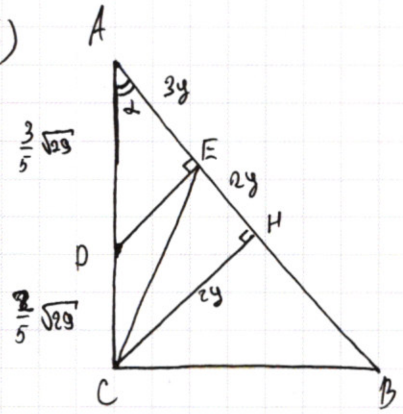
~~пусть~~ пусть $\angle BAC=\alpha$, тогда $tg\,\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$

$\cos\alpha=\frac{AE}{AD}=\frac{3y}{3x}=\frac{y}{x}=\frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow tg\,\alpha=\left(\sqrt{1-\frac{25}{29}}\right):\frac{5}{\sqrt{29}}=$

$=\frac{\sqrt{\frac{4}{29}}}{\frac{5}{\sqrt{29}}}=\frac{\frac{2}{\sqrt{29}}}{\frac{5}{\sqrt{29}}}=\frac{2}{5} \Rightarrow tg\,\angle BAC=\frac{2}{5}$

Ответ: $\frac{2}{5}=tg\,\angle BAC$

б)



$S=\frac{1}{2}ab\cdot\sin(\angle(a,b))$

Из п. а) выведено, что $\sin\alpha=(\sqrt{1-\cos^2\alpha})=\frac{2}{\sqrt{29}}$

$\Rightarrow$ Найдём y: $\frac{3y}{3x}=\frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow$

$\frac{3y}{\frac{3}{5}\sqrt{29}}=\frac{5}{\sqrt{29}} \quad \Big|\cdot\sqrt{29}$

$3y=\frac{3}{5}\cdot 5$

$y=1$

Также в п. а) было выведено, что $tg\,\alpha=\frac{2}{5} \Rightarrow$

$BC=\frac{2}{5}\sqrt{29}$. $\Rightarrow$ Найдем площадь $\triangle DEC$:

$S_{\triangle DEC}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADE}-S_{\triangle HEC}-S_{\triangle BHC}$

$S_{\triangle ABC}=\frac{2}{5}\sqrt{29}\cdot\sqrt{29}\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin 90^\circ=\frac{29}{5}$

$S_{\triangle EHC}=2\cdot 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin 90^\circ=2$

$S_{\triangle HBC}=\frac{1}{2}HC\cdot HB\cdot\sin 90^\circ=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{\frac{4}{25}\cdot 29-4}=\sqrt{\frac{4\cdot 29-4\cdot 25}{25}}=\sqrt{\frac{4\cdot 4}{25}}=\frac{4}{5}$

$S_{\triangle AED}=3\cdot\frac{3}{5}\sqrt{29}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{29}}=\frac{9}{5} \Rightarrow$

$S_{\triangle DEC}=\frac{29}{5}-\frac{9}{5}-2-\frac{4}{5}=\frac{20}{5}-\frac{10}{5}-\frac{4}{5}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$

Ответ: $S_{\triangle CED}=1\frac{1}{5}$ (1,2)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

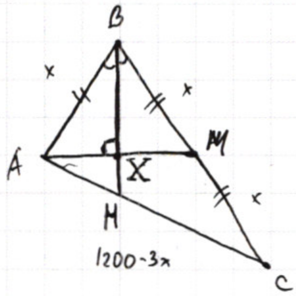
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.



Рассмотрим данную конструкцию: AM - медиана BH - бисс. Тогда в $\triangle ABM$ BX - биссектриса и высота => он р.б. => AB = AM.

Пусть $AB = x$, тогда $BC = 2x$, $AC = 1200 - 3x$, $x \in \mathbb{N}$

По неравенству треугольника:
$$\begin{cases} x + 2x > 1200 - 3x \rightarrow x > 200 \\ x + 1200 - 3x > 2x \rightarrow 300 > x \\ 2x + 1200 - 3x > x \rightarrow 600 > x \end{cases} \Rightarrow$$

$x \in (200; 300)$ => может принимать 98 значений.

Вне треугольника бисс. и мед. пересекаться не могут => ~~только 98~~ других случаев нет.

Ответ: 98

Задача 7.

Найдём $f(1)$: $f(1 \cdot a) = f(a) + f(1)$

$f(a) = f(a) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

Теперь рассмотрим функции от обратных значений:

$f(a : a) = f(a \cdot a^{-1}) = f(a) + f(a^{-1})$

$$\begin{cases} f(1) = f(a) + f(a^{-1}) \\ f(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow f(a) = -f(a^{-1})$$

см. след. страницу.

Тогда $f(x/y) = f(x \cdot y^{-1}) = f(x) + f(y^{-1}) = f(x) - f(y)$

$\Rightarrow$ переформулируем задачу: найти количество пар $(x;y)$, что $x, y \in \mathbb{N}$, $x, y \in [1; 21]$ и $f(x) - f(y) < 0$.

Рассмотрим значения функций у чисел на данном отрезке:

$f(1) = 0$	$f(8) = f(2 \cdot 4) = 3$	$f(15) = f(3 \cdot 5) = 3$
$f(2) = [2/2] = 1$	$f(9) = f(3 \cdot 3) = 2$	$f(16) = f(2 \cdot 8) = 4$
$f(3) = [3/2] = 1$	$f(10) = f(2 \cdot 5) = 3$	$f(17) = [17/2] = 8$
$f(4) = f(2 \cdot 2) = 1 + 1 = 2$	$f(11) = [11/2] = 5$	$f(18) = f(2 \cdot 9) = 3$
$f(5) = [5/2] = 2$	$f(12) = f(2 \cdot 6) = 3$	$f(19) = [19/2] = 9$
$f(6) = f(2 \cdot 3) = 1 + 1 = 2$	$f(13) = [13/2] = 6$	$f(20) = f(4 \cdot 5) = 4$
$F(7) = [7/2] = 3$	$f(14) = f(2 \cdot 7) = 4$	$f(21) = f(3 \cdot 7) = 4$

Посмотрим на кол-во чисел, которые имеют одинаковое значение $f(a)$:

$f(a)$	кол-во
0	1
1	2
2	4
3	6
4	4
5	1
6	1
8	1
9	1.

не можем взять числа, значение ~~кот~~ функции от которых равно.

Теперь рассчитаем, сколько пар чисел нам не подходит:

Это будет общее количество пар $(x;y)$ (пары $(a;b)$ $(b;a)$ будем считать одинаковыми, т.к. подойти из них нам может только одна) минус кол-во пар чисел, у которых одинаковое значение функции $\Rightarrow$

$$\frac{21 \cdot 20}{2} - \frac{2 \cdot 1}{2} - \frac{4 \cdot 3}{2} - \frac{6 \cdot 5}{2} - \frac{4 \cdot 3}{2} = 210 - 2 - 6 - 15 - 6 =$$

$= 210 - 15 - 14 = 195 - 14 = 181$. Т.к. мы брали числа, у см. след. стр.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Которых значение функции не равно, без учета порядка, то из каждой пары выберем x и y так, что $f(x) < f(y)$, получим значение $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

Ответ: 182

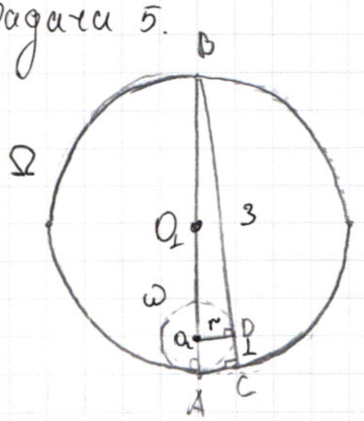
Задача 3.

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2} \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y - 2x = \sqrt{(x-1)(y-2)} \\ (2x-1)^2 + (y-2)^2 - 2 = 0 \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} y - 2x \geq 0 \\ (x-1)(y-2) \geq 0 \end{cases}$

Возведём первое уравнение в квадрат: $\begin{cases} (y-2x)^2 = (x-1)(y-2) \\ (2x-1)^2 + (y-2)^2 = 2 \end{cases}$

Задача 5.



Обозначим центр Ω за O_1, центр ω - O_2. Проведём отрезок O_2D. Т.к. BD - касат. к ω, $O_2D \perp BD$.

Теперь рассмотрим $\triangle BAC$. AB - диаметр, $\angle BCA$ опирается на AB $\Rightarrow$

$\angle ACB = 90°$.

$\left.\begin{array}{l}\angle B \text{ - общ. для } \triangle BO_2D \text{ и } \triangle BAC \\ \angle BDO_2 = \angle BCA\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle O_2BD \sim \triangle ABC.$

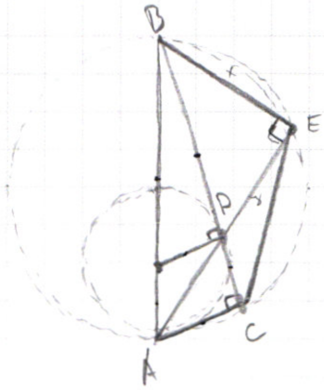
Пусть радиус Ω - R, а радиус ω - r, тогда:

$$\begin{cases} r^2 + 9 = (2R - r)^2 & \text{по т. Пифагора } \triangle BO_2D \\ \frac{2R}{2R - r} = \frac{4}{3} & \text{по подобию треугольников} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} r^2 + 9 = (2R - r)^2 \\ 6R = 8R - 4r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r^2 + 9 = (2R - r)^2 \\ 4r = 2R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} r^2 + 9 = (4r - r)^2 \\ 4r = 2R \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} r^2 + 9 = 9r^2 \\ 9 = 8r^2 \\ \frac{9}{8} = r^2 \Rightarrow r = \frac{3}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \\ R = \frac{3}{\sqrt{2}} \end{array}$$

Радиус Ω - $\frac{3}{\sqrt{2}}$, радиус ω - $\frac{3}{2\sqrt{2}}$



По лемме о крыльях бабочки $S_{\triangle BDE} + S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ADC} \Rightarrow$

$S_{BACE} = 2(S_{\triangle BDE} + S_{\triangle ACD})$

$AC = \frac{4}{3} \cdot r = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow$ по т. Пифагора $AD = \sqrt{5}$

Пусть $BE = x$, $DE = y$, тогда рассмотрим 2 теоремы Пифагора ($\triangle BDE$ и $\triangle BAE$)

см. след. стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ x^2+(y+\sqrt5)^2=\left(\frac{6}{\sqrt2}\right)^2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=9 \\ x^2+y^2+2\sqrt5\,y+5=\frac{36}{2}=18 \end{cases} \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=9 \\ x^2+y^2+2\sqrt5\,y=13 \end{cases} \Rightarrow \text{вычитаем ур-я:}$$

$$2\sqrt5\,y=4 \Rightarrow y=\frac{2}{\sqrt5} \Rightarrow x=\sqrt{9-\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{41}{5}} \Rightarrow$$

$$S_{\triangle BER}=\frac{\sqrt{41}}{\sqrt5}\cdot\frac{2}{\sqrt5}\cdot\frac12\cdot\sin 90^\circ=\frac{\sqrt{41}}{5}$$

$$S_{\triangle ADC}=1\cdot\sqrt2\cdot\frac12\cdot\sin 90^\circ=\frac{\sqrt2}{2}$$

$$\Rightarrow S_{BACE}=2\left(\frac{\sqrt{41}}{5}+\frac{\sqrt2}{2}\right)=2\left(\frac{2\sqrt{41}+5\sqrt2}{10}\right)=\frac{2\sqrt{41}+5\sqrt2}{5}=$$

$$=\sqrt2+\frac25\sqrt{41}$$

Ответ: $S_{BACE}=\sqrt2+\frac25\sqrt{41}$

Задача 6.

$$2x^2-x-1\le ax+b\le x+|2x-1|$$

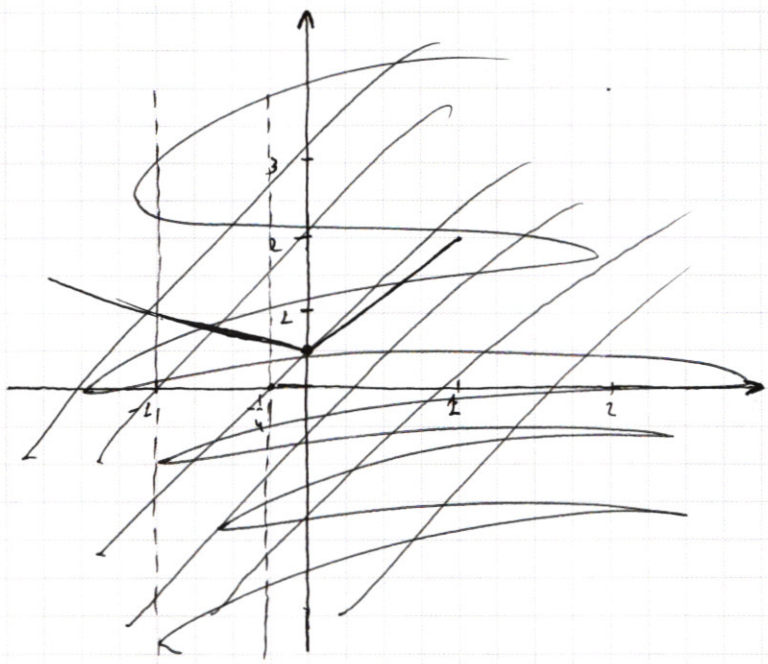
$$\begin{cases} 2x^2-x-1\le ax+b\le 3x-1, & x\in\left[\frac12;\frac32\right] \\ 2x^2-x-1\le ax+b\le 1-x, & x\in\left[-\frac14;\frac12\right) \end{cases}$$

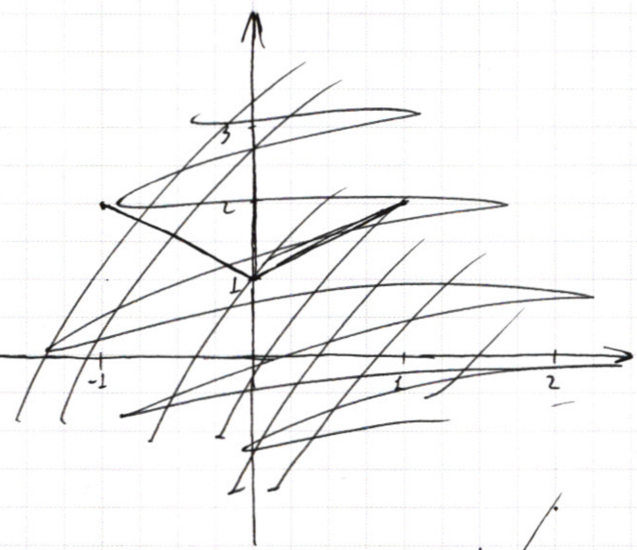
~~[illegible]~~

Заметим, что $ax+b$ – прямая, „зажатая между кусочной функцией и параболой.

Рассмотрим 2 точки: $\left(-\frac14;-\frac12\right)$ и $\left(\frac12;\frac12\right)$. Если $ax+b$ не пройдет через них, тогда она пересечет одну из функций в $\left[-\frac14;\frac32\right]$.

Если пройдет, тогда $a=\frac43$, $b=-\frac16$ $\Rightarrow$ при $x=\frac32$ $ax+b=1\frac56$, однако $2x^2-x-1$ при $x=\frac32$ равна 2 $\Rightarrow$ эта пара не подходит $\Rightarrow$ см стр. 8 и 9





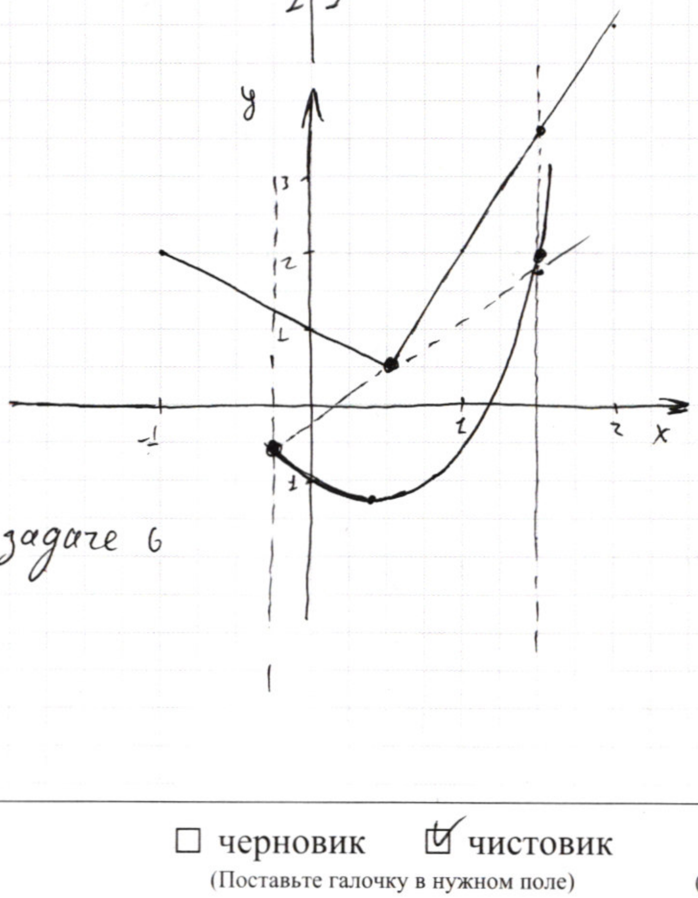


Чертёж к задаче 6

см. стр. 9.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если мы увеличим k, тогда в ~~точке~~ $x=-\frac{1}{4}$ мы будем находиться ниже параболы, если уменьшать – в $x=\frac{3}{2}$. Коэффициент b при изменении также приведёт к пересечению одной из функций => не существует подходящей пары (a;b)

$a = a$

$aq = b$

$aq^2 = c$

$aq^3 = d$

$x \geq 1$

$x = \quad y \geq 2$

$\cancel{a\cdot(aq^3)^2 + 2aq(aq^3) + aq^2 = 0}$

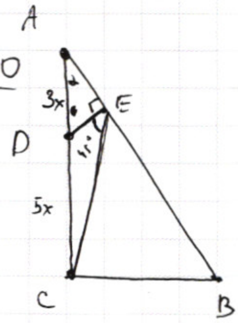
$\cancel{a\cdot a^2q^6 + 2a^2q^4 + aq^2 = 0}$

$\cancel{aq^2(a^2q^5 + 2aq^3 + 1) = 0}$

$\cancel{a^2q^5 + 2aq^3 + 1 = 0}$

$\cancel{aq^2(aq^3 + 2q) + 1 = 0}$

$\cancel{aq^2 = -\frac{1}{aq^3+2q}}$



$ax^2 + 2aqx + aq^2 = 0$

$D = 4a^2q^2 - 4a^2q^2 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-2aq}{2a} = -q$

$x^2 + 2qx + q^2 = 0$

$(x+q)^2 = 0$

$(aq^3+q)^2 = 0$

$(q(aq^2+1))^2 = 0$

$\Downarrow$

$a\cdot a^2\cdot q^6 + 2\cdot a\cdot q\cdot a\cdot q^3 + a\cdot q^2 = 0$

$a^2q^4 + 2aq^3 + \cancel{aq}1 = 0$

$x^2 + 2qx + 1 = 0$

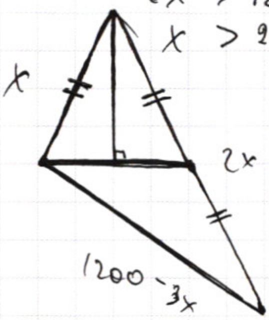
$D = b^2 - 4ac = 4q^2 - 4$

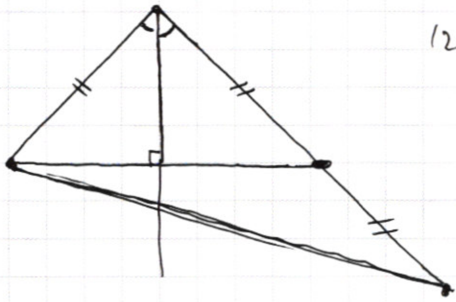
$x_{1,2} = -2q \pm \sqrt{}$

$x + 2x > 1200 - 3x$

$6x > 1200$

$x > 200$





$S = \frac{1}{2}ab\cdot\sin\alpha$

$$\begin{cases}(2x+y)^2 = xy - 2x - y + 2\\ x^2 + (x-2)^2 + (y-2)^2 - 5 = 0\end{cases}$$

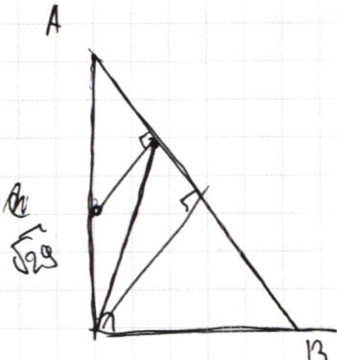
$\Updownarrow$

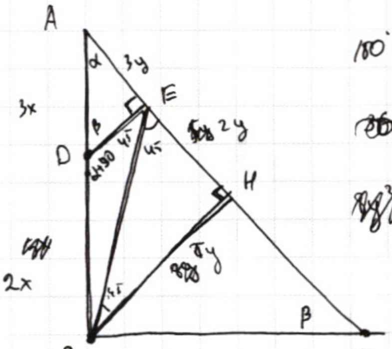
$(2x-1)^2 + (y-2)^2 - 2 = 0$

$4x^2 + 4xy + y^2 = xy - 2x - y + 2$

$x(y-2) - (y-2)$

$(2x-y)^2 = (x-1)(y-2)$





$180° - \beta - 45° + 180° - \alpha - 90° - 45° = 90°$

$25y^2 + 64y^2 = 64x^2$

$89y^2 = 64x^2 \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{89}{64}$

$\cos\alpha = \frac{8}{\sqrt{89}} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

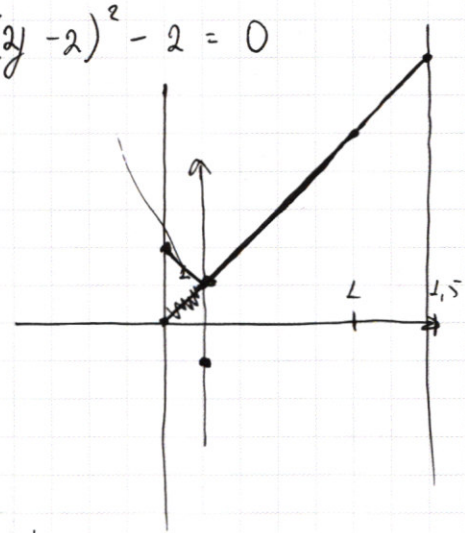
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} (2x-y)^2 = (x-1)(y-2) \\ (2x-1)^2 + (2y-2)^2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$f(ab) = f(a) + f(b)$



3 5 6

$x - 2x + 1 = -x + 1$

$3x - 1$

$f(2\cdot 1) = f(2) + f(1)$

$1200 > 4x$

300

$f(1) = 0$

$f(2) = 1$

$f(3) = 1$

$f(4) = 2$

$f(5) = 2$

$f(6) = 2$

$f(7) = 3$

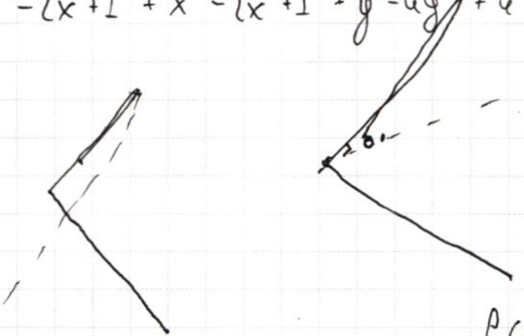
$f(8) = 3$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 1$

1 2 3 4 5 6

$x^2 - 2x + 1 + x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 - 3 = 0$

$2(x+1)^2 + (y-2)^2 = 3$



$f(a \cdot a^{-1}) = f(a) + f(a^{-1})$

$0 = f(a) + f(a^{-1})$

$f(a^{-1}) = -f(a)$

1 2 3

1 2

1 3

2 3

$\frac{3 \cdot 2}{2}$

$(2x-1)^2 + (y-2)^2 =$

$= 2x(2x-2y+1) + y(y-x+1)$

$(2x-y)^2 = (x-1)(y-2)$

$4x^2 - 4xy + y^2 = xy - 2x - y + 2$

$4x^2 - 5xy + y^2 + 2x + y - 2 = 0$

$y^2 + (1-5x)y + (4x^2+2x-2) = 0$

$4x^2 - 4xy + 2x + y^2 - xy + y = 2$

$(1-5x)^2 - 4(4x^2+2x-2) =$

$x(4x-4y+2) + y(y-x+1) = 2$

$1 - 10x + 25x^2 - 16x^2 - 8x + 8 =$

$2x(2x-2y+1) + y(y-x+1) = 2$

$= 9x^2 - 18x + 9 =$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

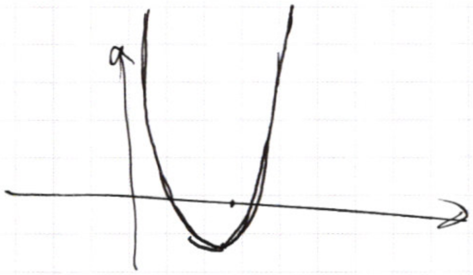
$2x^2 - x - 1$

$\boxed{\left(\sqrt{2}x - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{9}{8}}$

$1 = 2ab \iff 1 = 2\cdot\sqrt{2}\cdot b$

$+\frac{1}{8}$

$2\cdot\sqrt{2} \approx 2\cdot 1{,}4 = 2{,}8$



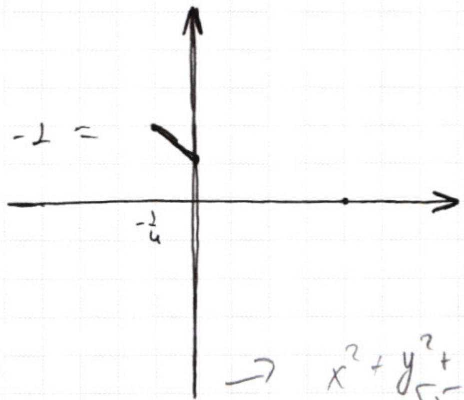
$2x - 1$

$2\cdot\frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 1 = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - \frac{2}{2} =$

$= \frac{4}{2} = 2$

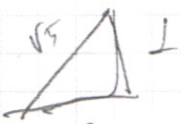
$2\cdot\frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 =$

$=$



$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + (y+\sqrt{5})^2 = \left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2 \end{cases} \to x^2 + y^2 + 2\sqrt{5}\cdot y$

$\sqrt{5}$



$\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$r^2 + 9 = (2R - r)^2 \Rightarrow 3R = 4R - 4r$

$\begin{cases} \frac{R}{r} = \frac{4}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4}a + b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}a = 1$

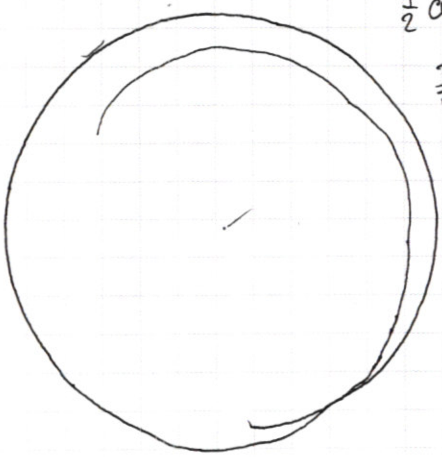
$\frac{3}{4}a = 1$

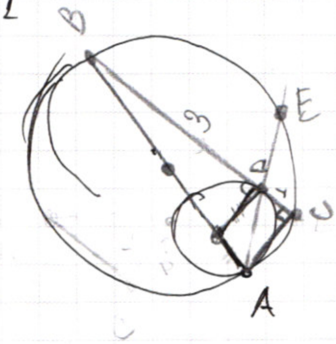
$a = \frac{4}{3}$

$\frac{2}{3} + b = \frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}x - \frac{1}{6} = 0$

$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$





$6R = 8R - 4r \Rightarrow 4r = 2R$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)