МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

d – 4ый член прогрессии. $a, b, c, d \ldots$

По свойству геом. прог: $b = \sqrt{ac}$

$ax^2 + 2bx + c = 0$

$D = b^2 - ac$, т.к. $b = \sqrt{ac}$, то $b^2 = ac \Rightarrow$

$\Rightarrow D = ac - ac = 0 \Rightarrow d = -\frac{b}{a}$

Знаменатель прогрессии: $\frac{b}{a} \Rightarrow c = \frac{b^2}{a}$ и $d = \frac{b^3}{a^2}$

$d = -\frac{b}{a} = \frac{b^3}{a^2}$; $| \cdot \frac{a}{b}$

$-1 = \frac{b^2}{a}$, т.к. $c = \frac{b^2}{a}$, $c = -1$

Ответ: -1

№3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}; \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0; \end{cases} = \begin{cases} (y-2) - 2(x-1) = \sqrt{(x-1)(y-2)}; \\ 2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3 \end{cases}$$

$a = x - 1;\ b = y - 2 \Rightarrow \begin{cases} \cancel{a} \ b - 2a = \sqrt{ab} \\ 2a^2 + b^2 = 3 \end{cases}$ при $a = 0$: $\begin{cases} b = 0 \\ b^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow a \neq 0$

$b^2 - 4ab + 4a^2 = ab \ (b - 2a \geq 0)$,

$b^2 - 5ab + 4a^2 = 0$, $\quad 2a^2 + 5ab - 4a^2 = 3$

$b^2 = 5ab - 4a^2$ $\quad 5ab - 2a^2 = 3 \ | : a$

$5b = \frac{3}{a} + 2a$, $b = \frac{3 + 2a^2}{5a}$

~~$b = \ldots$~~

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

$$b=\frac{3+2a^2}{5a} \Rightarrow 2a^2+\frac{9+12a^2+4a^4}{25a^2}-3=0;$$

$$50a^4+9+12a^2+4a^4-75a^2=0$$

$$54a^4-63a^2+9=0$$

$$6a^4-7a^2+1=0$$

$$a^2=t \Rightarrow 6t^2-7t+1=0$$

$$(t-1)(t-\tfrac{1}{6})=0$$

$$t=1 \qquad t=\frac{1}{6}$$

$$a_1=1 \qquad a_3=\frac{1}{\sqrt6}=\frac{\sqrt6}{6}$$

$$a_2=-1 \qquad a_4=-\frac{1}{\sqrt6}=-\frac{\sqrt6}{6}$$

$$b_1=\frac{3+2}{5}=1$$

$$b_2=\frac{3+2}{-5}=-1$$

$$b_3=\frac{3+\frac{1}{3}}{\frac{5}{\sqrt6}}=\frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{\sqrt6}}=\frac{2\sqrt6}{3}$$

$$b_4=\frac{3+\frac{1}{3}}{-\frac{5}{\sqrt6}}=-\frac{2\sqrt6}{3}$$

, проверка $b-2a\geq 0$

1) $1-2<0$ X

2) $-1+2\geq 0$ ✓

3) $\frac{4\sqrt6}{6}-\frac{\sqrt6}{6}=\frac{3\sqrt6}{6}\geq 0$ ✓

4) $-\frac{2\sqrt6}{3}-\frac{\sqrt6}{6}\leq 0$ X

$\Rightarrow$ $a_1=-1$, $a_2=\frac{1}{\sqrt6}$, $b_1=-1$, $b_2=\frac{1}{\sqrt6}$

$$a=x-1 \qquad -1=x_1-1;\ x_1=0;$$

$$b=y-2 \Rightarrow -1=y_1-2;\ y_1=1;$$

$$\frac{\sqrt6}{6}=x_2-1;\quad x_2=\frac{\sqrt6+6}{6}$$

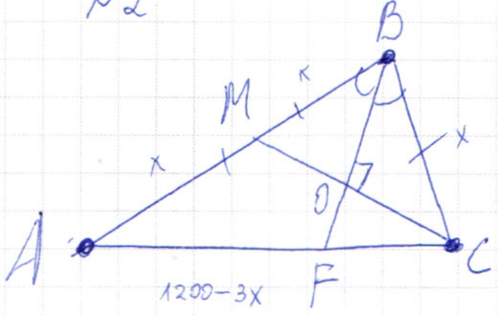
$$\frac{2\sqrt6}{3}=y_2-2;\quad y_2=\frac{2\sqrt6+6}{3}$$

Ответ: $(0;1)$; $\left(\frac{\sqrt6+6}{6};\frac{2\sqrt6+6}{3}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



BF – бис.

CM – мед.

Рассмотрим △BOC и △MOB:

$\angle BOM = \angle BOC = 90°$ (по усл.)

BO – общая

$\angle OBM = \angle OBC$ (по усл.)

$\Rightarrow \triangle BOC = \triangle MOB$ (по 2∠ и стороне)

$\Rightarrow MB = BC$ (по св. равных △).

$BC = x \Rightarrow AB = 2x$, $P = 1200 \Rightarrow AC = 1200 - 3x$

При любом x, должно выполняться условие:

$1200 - 3x < 3x$ и $1200 - 3x + x > 2x$ и $1200 - 3x + 2x > x$

$x > 200.$ $\quad x < 300.$ $\quad x < 600$

т.к. BC – целое число то и $x \in \mathbb{Z}$.

Получается для каждого натурального x в пределах $201 \le x \le 299$, существует такой треугольник, то есть всего 99 таких △.

Ответ: 99.

№7

I св: $f(ab) = f(a) + f(b)$

II св: $f(p) = [\frac{p}{2}] \Rightarrow f(2) = 1$

$f(2\cdot 1) = f(2) + f(1) = f(2) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(y)$

~~при $x \geq 1$; $f(x) \geq 0$, т.к. любой x можно разложить на сумму простых чисел, где для каждого слагаемого значение ф-ии будет >0.~~

$f(\frac{1}{2}) = f(\frac{2}{4}) = f(2) + f(\frac{1}{4})$; $f(\frac{1}{4}) = f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$

$f(\frac{1}{2}) = 1 + 2f(\frac{1}{2}) \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = -1$

обобщим: при $x \neq 0$:

$f(\frac{1}{x}) = f(\frac{x}{x^2}) = f(x) + f(\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{x}) = f(x) + 2f(\frac{1}{x})$

$f(\frac{1}{x}) = f(x) + 2f(x) \Rightarrow f(x) = -f(\frac{1}{x})$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) - f(y)$

$f(1) = 0$; $f(2) = 1$; $f(3) = 1$; $f(4) = f(2) + f(2) = 2$; $f(5) = 2$; $f(6) = f(2) + f(3) = 2$; $f(7) = 3$; $f(8) = f(4) + f(2) = 3$; $f(9) = f(3) + f(3) = 2$; $f(10) = f(2) + f(5) = 3$; $f(11) = 5$; $f(12) = f(6) + f(2) = 3$; $f(13) = 6$; $f(14) = f(2) + f(7) = 4$; $f(15) = f(3) + f(5) = 3$; $f(16) = f(8) + f(2) = 4$; $f(17) = 8$; $f(18) = f(9) + f(2) = 3$; $f(19) = 9$; $f(20) = f(10) + f(2) = 4$; $f(21) = f(7) + f(3) = 4$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(x)$	x	
0	1	1
1	2; 3	2
2	4; 5; 6; 9;	4
3	7; 8; 10; 12; 15; 18	6
4	14; 20; 21; 16	4
5	11	1
6	13;	1
8	17	1
9	19	1

т.к. $f(\frac{x}{y}) = f(x) - f(y)$, ~~которая при увеличении натурального аргумента не~~

Нужно просто посчитать пары, когда $f(x) < f(y)$

при $f(x)=0$ – 20 вар.

при $f(x)=1$ – $18 \cdot 2$ вар.

при $f(x)=2$ – $14 \cdot 4$ вар.

при $f(x)=3$ – $8 \cdot 6$ в.

при $f(x)=4$ – $4 \cdot 4$ в

при $f(x)=5$ – 3 в

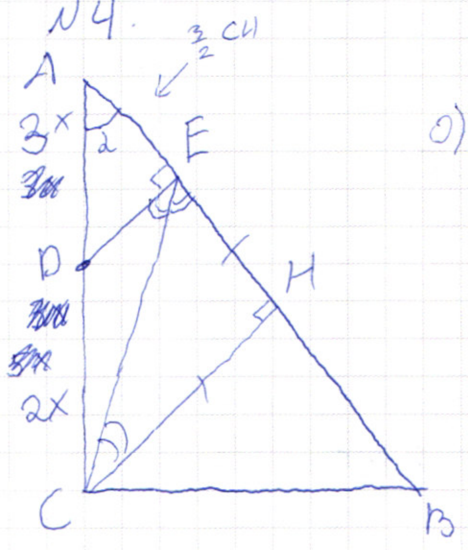
при $f(x)=6$ – 2

при $f(x)=8$ – 1

Всего: 182 варианта

Ответ: 182.

№4.

а) 

о) $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AD}{AD+DC} = \frac{3}{5}$

$2AD = 3DC$

$\frac{AD}{DC} = \frac{3}{2}$

$x = \frac{1}{5}AC.$

CH – высота в $\triangle ABC$.

α – $\angle BAC$.

1) Рассмотрим $\triangle ADE$ и $\triangle ACH$:

$\left.\begin{matrix}\angle DEA = \angle CHA = 90^\circ \\ \angle CAB \text{ – общий}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ACH$ (по 2 углам)

$\Rightarrow \frac{DE}{CH} = \frac{AE}{AH} = \frac{AD}{AC}.$

2) $\left.\begin{matrix}\angle DEB = 90^\circ \text{ (по усл.)} \\ \angle CED = 45^\circ \text{ (по усл.)}\end{matrix}\right. \Rightarrow \angle HCE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

$\angle ECH = \angle CEH \Rightarrow \triangle CEH$ – р/б (по обр. св. р/б $\triangle$).

$EH = CH$ (по св р/б $\triangle$).

3) по пункту 1: $\frac{DE}{CH} = \frac{AE}{AE+CH} = \frac{3}{5}$; $5AE = 3AE + 3CH$

$AE = \frac{3}{2}CH$

$tg\alpha = \frac{CH}{AH}$ (по опр.) ; $tg\alpha = \frac{CH}{CH + \frac{3}{2}CH} = 0,4$

Ответ: 0,4.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4. б)

4) $AC=\sqrt{29} \Rightarrow DC=\frac{2}{5}\sqrt{29}$ (по 0 пункту)

$x=\frac{\sqrt{29}}{5}$

$AC^2=AH^2+CH^2$ (по т. П.)

$AC^2=CH^2+\frac{25}{4}CH^2$

$29=\frac{29}{4}CH^2$; $CH^2=4$; $CH=2$

5) $\frac{ED}{CH}=\frac{3}{5}$ (по пункту 1).

$ED=\frac{6}{5}=1{,}2$

6) $CE^2=EH^2+CH^2$ (по т. Пифа)

$CE^2=8$

$CE=2\sqrt{2}$

7) $S_{\triangle CED}=\frac{1}{2}\sin\angle CED\cdot CE\cdot DE=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{1}\cdot 1{,}2=1{,}2$

Ответ: 1,2.

№6.

$2x^2-x-1\overset{①}{\leq} ax+b\overset{②}{\leq} x+|2x-1|$

Так как $2x^2-x-1$ – это парабола, ветви которой направлены вверх, а $ax+b$ – прямая, то условие ① будет всегда выполняться, если у прямой и параболы будет не больше одного пересечения:

$2x^2-x-1 \le ax+b$

$2x^2-x(a+1)-(b+1)=0$

$D=(a+1)^2+8(b+1)$, для условия ① достаточно чтобы $D\le 0 \Rightarrow$

$a^2+2a+1+8b+1\le 0$

$b\le -\frac{1}{8}(a^2+2a+9)$

---

②: $ax+b\le x+|2x-1|$

$$\left[\begin{array}{l} ax+b\le 3x-1,\ x\ge 0{,}5 \\ ax+b\le -x+1,\ x<0{,}5 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{ll} x(a-3)+b+1\le 0,\ x\ge 0{,}5 & \mathrm{I} \\ x(a+1)+b-1\le 0,\ x<0{,}5 & \mathrm{II} \end{array}\right.$$

чтобы I неравенство выполнялось, нужно, чтобы прямая убывала, иначе она пересечет ось X $\Rightarrow$ $a-3<0$, максимальное значение будет в точке $x=0{,}5$: $\frac{1}{2}(a-3)+b+1\le 0$

аналогично для II неравенства:

$a+1>0$ и максимум в $x=0{,}5$

$0{,}5(a+1)+b-1\le 0$

имеем: $\left[\begin{array}{l} (a-3)+2b+2\le 0,\ a-3<0 \\ (a+1)+2b-2\le 0,\ a+1>0 \end{array}\right.$

$a-3-\frac{1}{4}(a^2+2a+9)+2\le 0$

$4a-12-a^2-2a-9+8\le 0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-a^2+2a-13\le 0$

$a^2-2a+13\ge 0$

$D=1-13<0 \Rightarrow a\in(-\infty;3)$

$a+1-\frac{1}{4}(a^2+2a+9)-2\le 0$

$4a+4-a^2-2a-9-8\le 0$

$-a^2+2a-13\le 0$

$a^2-2a+13\ge 0$

$D=1-13<0 \Rightarrow a\in(-1;+\infty)$

при $a=-1$: $-\frac{1}{8}(8)-1\le$ ✓

при $a=3$: $-\frac{1}{8}(24)+1\le 0$ ✓

$\Rightarrow a\in[-1;3]$

$b\le-\frac{1}{8}(24)$; $b\le-3$

~~Ответ: $a\in[-1;3]$, $b\in$~~

~~Ответ: $a\in[-1;3]$, $b\in-\frac{1}{8}(a^2+2a+9)$.~~

Ответ: $a\in[-\frac{1}{4};\frac{3}{2}]$, $b\le-\frac{1}{8}(a^2+2a+9)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

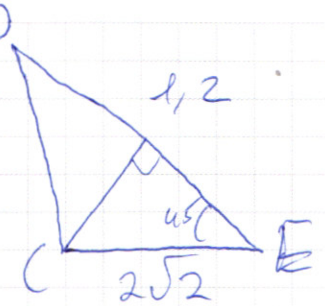
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\sin 45 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 1,2 \cdot 0,5 =$

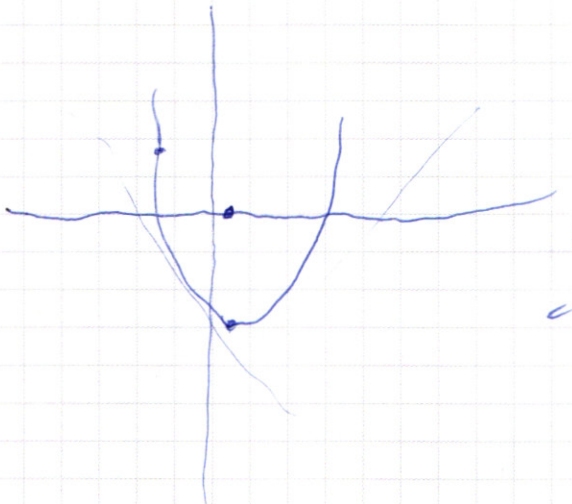
$=$

a^2+2a+9

$\cancel{2(x-1)}$

$2x^2-x-1 \leq ax+b \leq x+|2x-1|$

$\frac{1}{8}-\frac{1}{4}-1$



$2x^2-x-1-ax-b=$

$=2x^2-x(a+1)-(1+b)$

$D=(a+1)^2+8(1+b) \leq 0$

$a^2+2a+1+8+8b \leq 0$

$\frac{1}{8}(a^2+2a+9) \leq -b$

$b \geq -\frac{1}{8}(a^2+2a+9)$

$x+|2x-1|-$

$ax+b \leq x+2|x-1|$

$x \geq 1$

a

$a^2+2a+9 \leq -8b$

$\frac{a^2+2a+9}{-8} \geq b$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f\left(\frac{1}{x}\right)=f\left(\frac{2}{2x}\right)=f(2)+f\left(\frac{1}{2x}\right)=$

$\cancel{f\left(\frac{1}{2x}\right)+1}$

$f\left(\frac{1}{3}\right)=f\left(\frac{2}{6}\right)=f(2)+f\left(\frac{1}{6}\right)=1+f(1$

$f\left(\frac{1}{3}\right)=f\left(\frac{3}{9}\right)=f(3)+f\left(\frac{1}{9}\right)=f(3)+f\left(\frac{1}{3}\right)+f\left(\frac{1}{3}\right)$

$f\left(\frac{1}{x}\right)=f\left(\frac{x}{x^2}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{x^2}\right)=f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)$

$f\left(\frac{1}{x}\right)$

$f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=f(x)-f(y)$

$f(1)=0$

$f(2)=1$

$f(3)=1$

$f(4)=2$

$f(5)=2$

$f(6)=3$

$f(7)=3$

$f(8)=4$

$20+36=56$

$14\cdot4=56$

$56+56=112$

20, 36, 56, 48, 16, 3, 2, 1

56, 112, 160, 176, 182

182

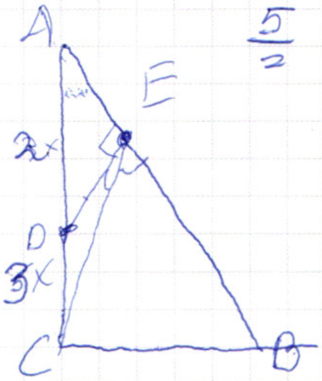
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

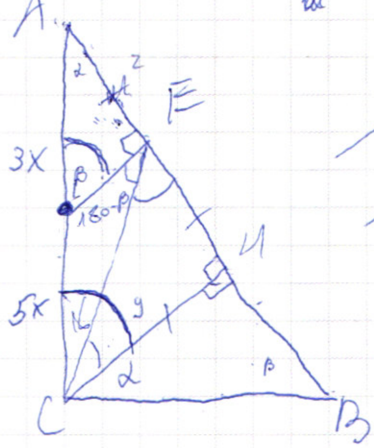
(Нумеровать только чистовики)

№4



$\frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

$\frac{CB}{AC}$



$\frac{AD}{AD + \frac{2}{3}AD} =$

$\frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$

$\frac{AD}{DC} =$

$135 - 180 + \beta =$

$90 - \alpha = \beta$

$= \beta - 45 = 45 - \alpha$

$\frac{AE}{y} = \frac{3x}{CB}$

$\frac{y}{AE} = \frac{CB}{3x}$

$\frac{AD}{AD+DC} = \frac{3}{5}$

$\frac{AB}{3x} = \frac{8x}{AE}$

$y = \frac{CB\,AE}{3x}$

~~sin 90~~

$3AD + 3DC = 5AD$

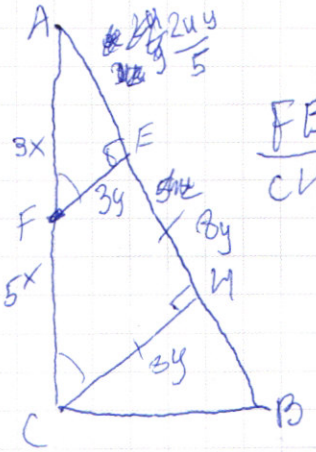
~~$\sin O = \sin(\alpha + 45 +$~~

$3DC = 2AD$

~~$AB = \frac{24x^2}{AE}$~~

$DC = \frac{2}{3}AD$

~~$AB \cdot AE = 24x^2$~~



$\frac{FE}{CH} = \frac{AE}{AH} = \frac{3x}{8x}$

~~$AB \cdot AE = 3x \cdot 8x$~~

$AB \cdot AE = 24x^2$

$\frac{3y}{3z} = \frac{8z}{8y}$

~~$AB \cdot (AB - z)$~~

$\frac{3y}{a} = \frac{8y}{8y+a} =$

$a = \frac{24y}{5}$

$\frac{3y}{\frac{24y}{5}} = \frac{15y}{24y} = \frac{15}{24}$

$24y + 3a = 8a$

$24y = 5a$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy-2x-y+2} \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$$(y-2)^2+(x-2)^2+x^2-5=0$$

$$x^2-4=(x-2)(x+2)$$

$$(y-2)^2+(x-2)(x-2+x+2)=1$$

$$(y-2)^2+(x-2)(2x)$$

$$\cancel{(x-2)^2+(y-2)^2=5-x^2}$$

$$(y-2x)^2=y^2-4xy+4x^2$$

$$y-2=t$$

$$\cancel{t=\sqrt{xt}} \quad x(y-2)-(y-2)=(y-2)(x-1)$$

$$x-1=a$$

$$y-2=b$$

$$y-2x=\sqrt{(y-2)(x-1)}$$

$$2x^2+y^2-4x-4y+3$$

$$(x-2)^2+(y-2)^2+x^2-5$$

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$$

$$(x-1)^2+(x-1)^2+(y-2)^2=3$$

$$2(x-1)^2+(y-2)^2=3$$

$$\cancel{a^2-2ab+b^2=ab}$$

$$\cancel{a^2+b^2=3ab}$$

$$\cancel{a^2+3ab=3}$$

$$\cancel{a(a+3b)=3}$$

$$y-2-2x+2=y-2x$$

$$-2-4+3$$

$$\cancel{b=a-\sqrt{ab}}$$

$$2a^2+a^2-$$

$$2x^2-4x+2+y^2-$$

$$-4y+4-6$$

$$(x-1)(y-2)=xy-2x-y+2$$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$b = \sqrt{ac}$

1 2 4

$ax^2 + 2bx + c = 0$ $\quad \frac{b}{a}$

$D = b^2 - ac = ac - ac = 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ $\quad x = \frac{-b}{a}$

$a, b, c, -\frac{b}{a}$ ОП $\quad \cancel{a \neq -\frac{b}{a}}$

$a, a\cdot\frac{b}{a}, a\cdot\frac{b^2}{a^2}, a\cdot\frac{b^3}{a^3}$ $\quad a\frac{b^3}{a^3} = -\frac{b}{a}$

$\frac{b^3}{a} = -b$

$a\cdot\frac{b^2}{a^2} = \sqrt{a\cdot\frac{b}{a}\cdot -\frac{b}{a}} =$ $\quad \frac{b^2}{a} = -1$

$= \sqrt{\frac{ab-b}{a}}$

$\frac{b^4}{a^2} = \frac{b(a-1)}{a}$, $\quad \frac{b^3}{a} = a - 1$

$\frac{b^3 - a^3}{a} = -1$

$a, b, \frac{b^2}{a}, -\frac{b}{a}$

$-\frac{b}{a} = \frac{b^3}{a^2}$

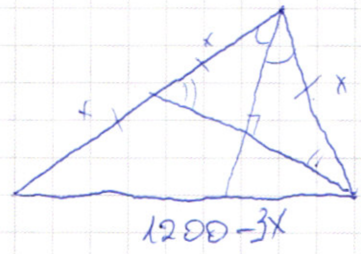
$-1 = \frac{b^2}{a}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$3x > 1200 - x$; $x > 300$

$1200 + x > 2x$

$1200 > x$

$1200 + 2x > x$

$1200 > -x$

x

$1200 - 3x + 2x > x$

$3x > 1200 - 3x$

$x > 200$

$1200 - 3x + x > 2x$

$1200 > 4x$

$x < 300$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{2}{4}\right) =$

$= f(2) + f\left(\frac{1}{4}\right) =$

$f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{4}\right) = 1$

$f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) =$

$= f\left(\frac{1}{4}\right)$

$1 \leq 5$

$299 - 201 + 1 = 99$

$f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{2}\right)$

$7 = 2 + 2 + 2$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -1$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) =$

$= f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$, при $y > 1$;

$f(2) = 1$ ≥ 0

$f(3) = 1$

$f(5) = 2$

$f(4) = f(2) + f(2) = 2$

$f(7) = 3$ $f(6) = f(2) + f(4) = 3$

~~$f(2) = 2f$~~

$f(2\cdot) = f(2) + f(1)$

$f(1) = 0$

$f\left(\frac{1}{x}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{2x}\right) =$

$= f(2) + f\left(\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{2}\right) =$

~~$f(5) =$~~ ~~$f(6) =$~~ $f(6) = f(2) \cdot 3$

$f(6) > \frac{x}{2} - 1$

$f\left(\frac{1}{6}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{x}\right)$

~~$f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{4}{8}\right) = f(4) + f\left(\frac{1}{8}\right)$~~

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$;

$f\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{2}{6}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{6}\right)$

$f\left(\frac{1}{6}\right) = f($

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y-2x = \overset{6}{y-2} = \overset{2a}{2x+2}$

$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ 2a^2+b^2=3 \end{cases}$

$b-2a=\sqrt{ab}$

$2a^2+b^2=3$

$b^2=3-2a^2$

$\pm\sqrt{3-2a^2}-2a=\sqrt{a\pm\sqrt{3-2a^2}}$

$b^2-4ab+4a^2=ab$

$b^2-5ab+4a^2=0$

$2,5$

$2a^2+\frac{9+12a^2+4a^4}{25a^2}=3$

$\frac{54a^2+12a^2+9-75a^2}{25a^2}$

$b(b-5a)+4a^2=0$

$\frac{1}{6}-\frac{7}{6}+1$

$b^2=5ab-4a^2$

$54a^4-63a^2+9=0$

$2a^2+5ab-4a^2=3$

$6t^2-7t+1=0$

$5ab-2a^2=3$

$6t(t-1)-(t-1)=0$

$a(5b-2a)=3$

$6(t-\frac{1}{6})(t-1)=0$

-1

$5b=\frac{3}{a}+2a$

$a^2=1 \quad a^2=\frac{1}{6}$

$\frac{\sqrt6}{6}+1=\frac{\sqrt6+6}{6}$

$b=\frac{3+2a^2}{5a}$

$a=\pm1 \quad a=\pm\frac{1}{\sqrt6}$

$y_2= \quad 2\sqrt6$

$6-2a$

$\frac{2\sqrt6}{3}+2=\frac{2\sqrt6+6}{3}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)