

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

- + 1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.
- ⊥ 2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

- + 4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC , если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.
- б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED .
5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2, BD = 3$.
- + 6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

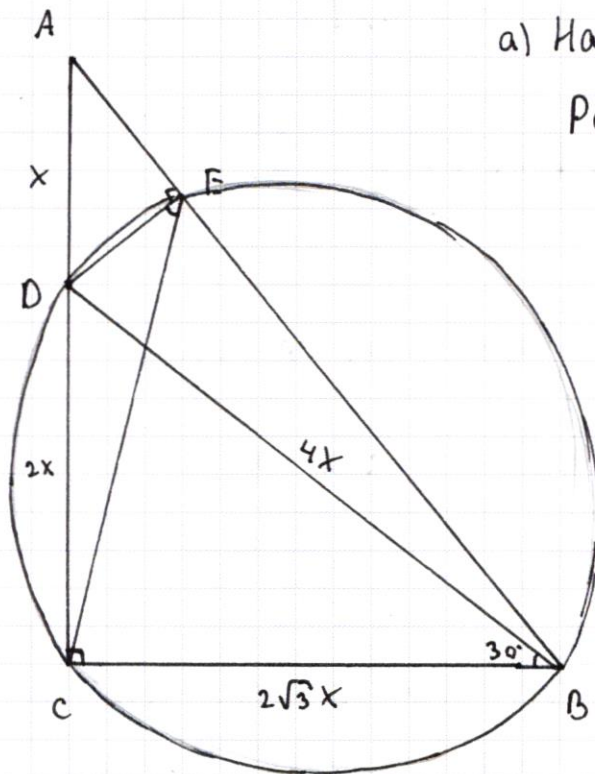
$$8x - 6|2x - 1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{1}{2}; 1]$.

- + 7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leq x \leq 22, 2 \leq y \leq 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



а) Найти: $\operatorname{tg} \angle BAC$.

Решение: $\angle DCB = 90^\circ$. $\angle DEB = 180^\circ - \angle AED = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

$\angle DCB + \angle DEB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$

\Rightarrow Около четырёхугольника $CDEB$ можно описать окружность. \Rightarrow

$\Rightarrow \angle DBC = \angle DEC = 30^\circ$

т.к. опираются на одну дугу CD . Пусть $CD = x$.

Тогда $CD = 2x$ (т.к. $\frac{AD}{AD+CD} = \frac{1}{3}$; $\frac{x}{x+CD} = \frac{1}{3} \Rightarrow CD = 2x$). Рассмотрим прямоугольный треугольник CBV . $\angle CBD = 30^\circ$, а в прямоугольном треугольнике катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы $\Rightarrow DB = 2CD = 4x$. По т. Пифагора $CB = \sqrt{DB^2 - CD^2} = \sqrt{16x^2 - 4x^2} = \sqrt{12x^2} = 2\sqrt{3}x$. $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{CB}{AC} = \frac{2\sqrt{3}x}{3x} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Ответ: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

б) $AC = \sqrt{7}$. Тогда $3x = \sqrt{7}$; $x = \frac{\sqrt{7}}{3}$. $CD = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{9x^2 + 12x^2} = \sqrt{21}x$. $\triangle AED \sim \triangle ACB$ ($\angle AED = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAB$ - общий). $\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$; $\frac{AE}{3x} = \frac{x}{\sqrt{21}x}$; $AE = \frac{3x \cdot x}{\sqrt{21} \cdot x} = \frac{3x}{\sqrt{21}}$. $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$; $\frac{DE}{2\sqrt{3}x} = \frac{x}{\sqrt{21}x}$; $DE = (2\sqrt{3}x \cdot x) : \sqrt{21}x = \frac{2x}{\sqrt{7}}$.

$$AE = \frac{3x}{\sqrt{21}}; DE = \frac{2x}{\sqrt{7}}. S_{\Delta AED} = \frac{1}{2} AE \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot \frac{3x}{\sqrt{21}} \cdot \frac{2x}{\sqrt{7}} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{6x^2}{7\sqrt{3}}. \text{ } \Delta AED \text{ и } \Delta DEC \text{ одинаковые высоты, опущ. на}$$

$$AC \Rightarrow S_{\Delta AED} : S_{\Delta DEC} = AD : CD = 1 : 2 \Rightarrow S_{\Delta DEC} =$$

$$= 2 S_{\Delta AED} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{6x^2}{7\sqrt{3}} = \frac{6x^2}{7\sqrt{3}}; x = \frac{\sqrt{7}}{3} = S_{\Delta DEC} = \frac{6 \cdot \frac{7}{9}}{7\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}. \text{ Ответ: } S_{\Delta DEC} = \frac{2\sqrt{3}}{9}.$$

√1.

$$a, b = a \cdot q, c = a \cdot q^2. \text{ (} q \text{ - знаменатель прогрессии)}$$

$$ax^2 - 2bx + c = ax^2 - 2aqx + aq^2 = 0. \quad | : a \quad a \neq 0$$

$$x^2 - 2qx + q^2 = 0.$$

$$(x - q)^2 = 0$$

$x_1 = q$. Четвёртый член прогрессии равен aq^3 и равен $x_1 = q$. $aq^3 = q \quad | : q \quad aq^2 = 1$. aq^2 - третий член прогрессии и он равен 1. Ответ: $c = 1$.

√7.

~~$$f\left(\frac{1}{2}\right) = f(4 \cdot 2^{-1}) = f(4) + f(2^{-1}) = f(2) + f(2) + f(2^{-1}).$$~~

~~$$(2 = 2 + 2 + f(2^{-1})). \quad f(2^{-1}) = -2.$$~~

~~$$f(y^2)$$~~

~~$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f(y^{-1}). \text{ Если } f\left(\frac{x}{y}\right) < 0, \text{ то } |f(y^2)| > |f(x)|.$$~~

~~$$f(y^{-1}) = f(y^2 \cdot y^{-1}) = f(y^2) + f(y^{-1}) = f(y) + f(y) + f(y^{-1}).$$~~

~~$$f(y) = f(y^2 \cdot y^{-1}) = f(y^2) + f(y^{-1}) = f(y) + f(y) + f(y^{-1}).$$~~

~~$$f(y^{-1}) = -f(y). \quad | -f(y) | > f(x). \Rightarrow$$~~

~~$$f(\text{чет}) = f(2 \cdot n) = n \cdot f(2) = n. \Rightarrow f(p_i) \leq f(k) \leq f(p_{i+1}).$$~~

ответе будут ^{подходить} все пары чисел x и y , удовлетворяющие условию $f(y) > f(x)$. см. стр. 4.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6.

$$8x - 6|2x - 1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7.$$

1) $2x - 1 < 0$. $x < \frac{1}{2}$.

Пусть $8x - 6|2x - 1| = F(x)$

$$-8x^2 + 6x + 7 = S(x). \quad ax + b = P(x)$$

при $x < \frac{1}{2}$ $F(x) = 8x + 12x - 6 =$

$$= 20x - 6.$$

2) $2x - 1 \geq 0$. $x \geq \frac{1}{2}$.

$$F(x) = 8x - 12x + 6 =$$

$$= -4x + 6.$$

$$F(x) = \begin{cases} 20x - 6; & x < \frac{1}{2} \\ -4x + 6; & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

при $x = -\frac{1}{2}$ $F(x) = -10 - 6 = -16.$

при $x = \frac{1}{2}$ $F(x) = -2 + 6 = 4$

при $x = 1$ $F(x) = -4 + 6 = 2.$

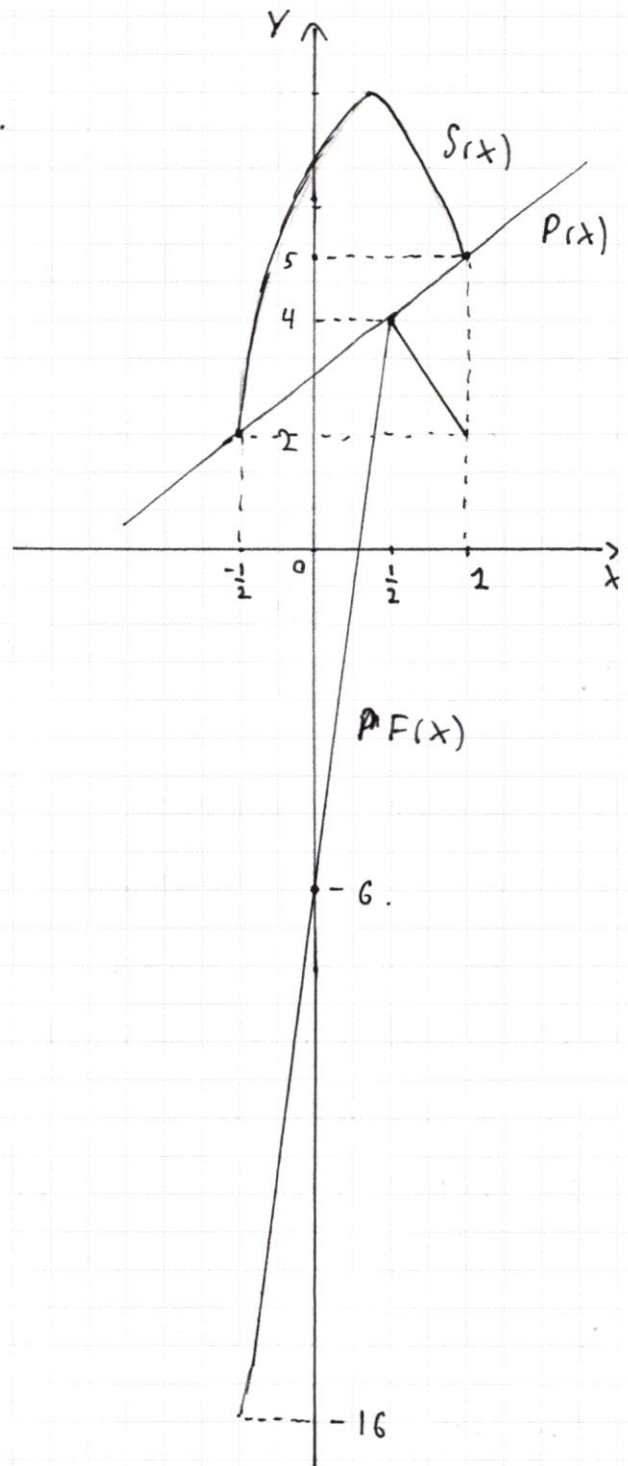
$S(x)$ - парабола, ветви которой направлены вниз. $x_0 = \frac{-6}{-16} = +\frac{3}{8}.$

$$y_0 = -8 \cdot \frac{9}{64} + 6 \cdot \frac{3}{8} + 7 = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$$

при $x = -\frac{1}{2}$ $S(x) = -8 \cdot \frac{1}{4} - 3 + 7 = 2.$

при $x = 1$ $S(x) = -8 + 6 + 7 = 5.$

$ax + b$ - прямая. Если она пройдёт через точки $(-\frac{1}{2}; 2)$ и $(1; 5)$, то $-\frac{1}{2}a + b = 2$; $a + b = 5.$



$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a + b = 2 \\ a + b = 5 \end{cases}$$

$$a + \frac{1}{2}a + b - b = 3.$$

$$\frac{3}{2}a = 3.$$

$$a = 2. \quad b = 5 - a = 3.$$

$$ax + b = 2x + 3 = P(x)$$

Но тогда при $x = \frac{1}{2}$ $2x + 3 = 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 = 1 + 3 = 4 \Rightarrow$

\Rightarrow эта прямая проходит через точку

$$(\frac{1}{2}; 4).$$

$$P(x) \geq F(x) \Rightarrow P(\frac{1}{2}) \geq F(\frac{1}{2}) = 4$$

$$P(x) \leq S(x) \Rightarrow P(-\frac{1}{2}) \leq S(-\frac{1}{2}) = 2$$

$$P(2) \leq S(2) = 5.$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a + b \leq 2 & (1) \\ a + b \leq 5 & (2) \\ \frac{1}{2}a + b \geq 4 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (2) = \frac{1}{2}a + b - a - b = -\frac{1}{2}a \geq -1.$$

$a \leq 2.$ (можно вычесть, т.к. разные знаки)

$$(3) - (1) = \frac{1}{2}a + b + \frac{1}{2}a - b = a \geq 2.$$

Получаем $a \leq 2$ и $a \geq 2 \Rightarrow a = 2.$

$$\begin{cases} 2 + b \leq 5 \\ \frac{1}{2} \cdot 2 + b \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b \leq 3 \\ b \geq 3 \end{cases} \Rightarrow b = 3 \Rightarrow P(x) = 2x + 3.$$

При других значениях a и b $P(x)$ пересечёт один из графиков и неравенство не будет выполняться при

всех x . Ответ: $(2; 3)$. $\sqrt{7}$.

$$f(2) = 1 \quad f(3) = 1 \quad f(5) = 2 \quad f(7) = 3 \quad f(11) = 5 \quad f(13) = 6 \quad f(17) = 8 \\ f(19) = 9 \quad f(23) = 11.$$

~~$f(p_i) \leq f(k) \leftarrow f(p_{i+1})$ если $p_i < k < p_{i+1}$~~

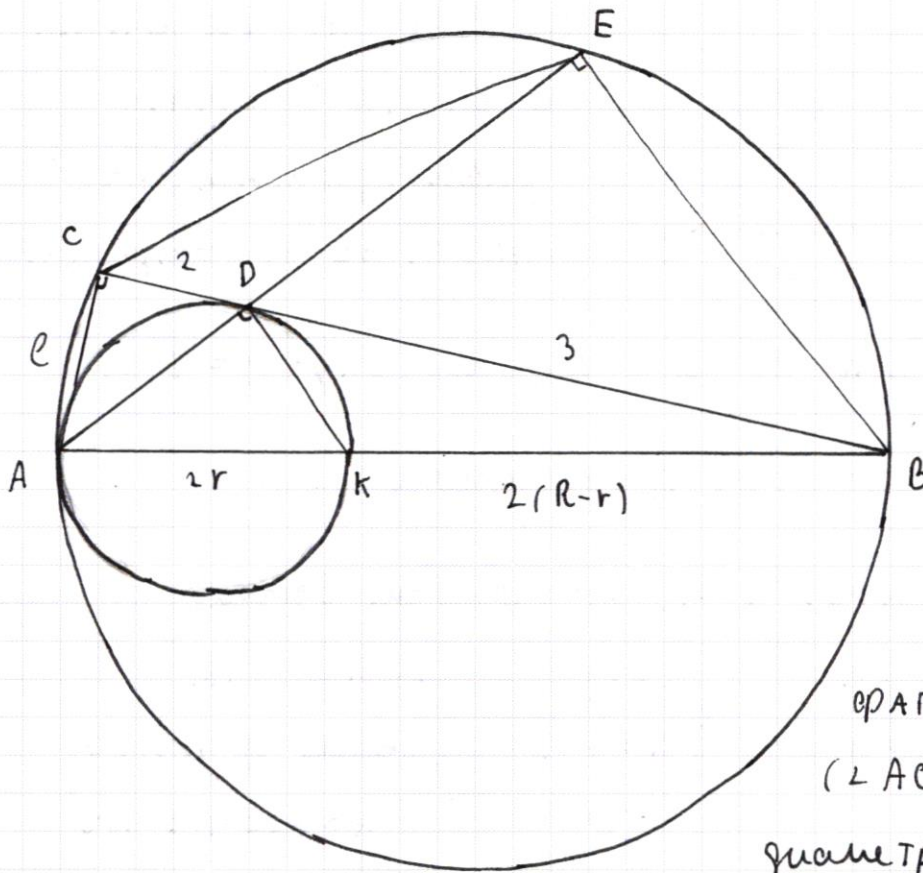
$$f(4) = 2 \quad f(6) = 3 \quad f(8) = 4 \quad f(9) = 2 \quad f(10) = 3 \quad f(12) = 3 \quad f(14) = 4 \\ f(15) = 3 \quad f(16) = 8 \quad f(18) = 3 \quad f(20) = 4 \quad f(21) = 4$$

$$f(22) = 6. \quad \text{или } y = 3 \{ x = 2, y = 4 \}$$

~~если ответ: $(2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6),$~~

~~$(3; 7), (4; 7), (5; 7), ($~~ ~~или~~ ~~5.~~ Ответ: 204.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $CD=2$, $BD=3$.

Найти: r , R ,

$S_{\triangle ACE}$.

Решение:

Пусть r - радиус

ω , R - радиус

Ω . $\Rightarrow AEAK = 2r$,

$KB = 2R - 2r =$

$= 2(R - r)$. По т. Пи-

фагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$.

($\angle ACB = 90^\circ$ т.к. опир. на

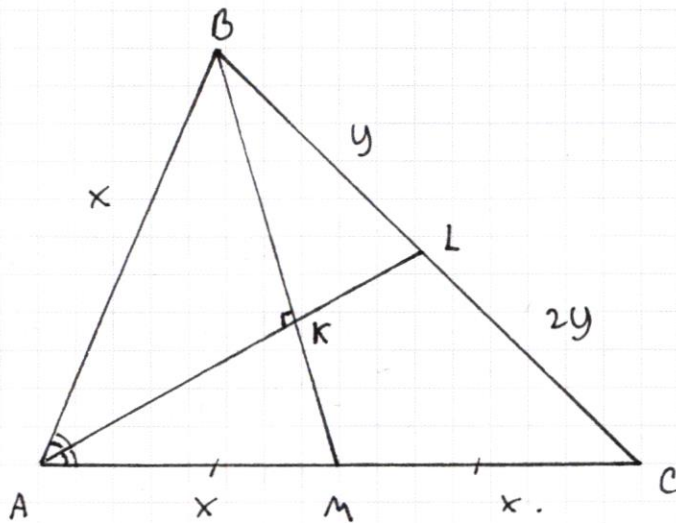
диаметр.) Пусть $AC = e$.

$$e^2 + (2+3)^2 = CD \cdot DB = AD \cdot DE ; e = AD \cdot DE. DB^2 = AB \cdot KB = 9.$$

$$2R \cdot 2(R-r) = 9. \angle APK = 90^\circ \text{ т.к. опир. на диаметр } AK.$$

~~МФТИ~~.

√2.



Дано: AL - биссектриса

BM - медиана, $AL \perp BM$.

Пусть $AM = MC = x$.

В $\triangle MAB$ AK - биссектриса

и высота $\Rightarrow \triangle MAB$ -

равнобедренный, $AM =$

$= AB = x$. AL - биссектриса \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{BL}{LC} = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}. \text{ Пусть } BL = y \Rightarrow LC = 2y; \quad 3x + 3y = 900.$$

$x + y = 300$. По неравенству треугольника

$$\begin{cases} x < 3y + 2x \\ 2y < x + 3y \\ 3y < x + 2x \\ x + y = 300 \end{cases} \quad \begin{cases} 3y + x > 0. (x > 0, y > 0) - \text{выполнено всегда.} \\ 3y > x \\ x > y \end{cases} \quad \begin{cases} 3y > x \\ x > y \\ x + y = 300 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \max y = 149. \\ \text{если } y = 150, \text{ то} \\ x = 300 - 150 = 150 \end{array}$$

Тогда $x = y$, что

неверно. $\min(y) = 76$. если $y = 75$, то $x = 225$, но $3y =$
 $= 225 = x \Rightarrow$ условие $3y > x$ не выполнено. \Rightarrow

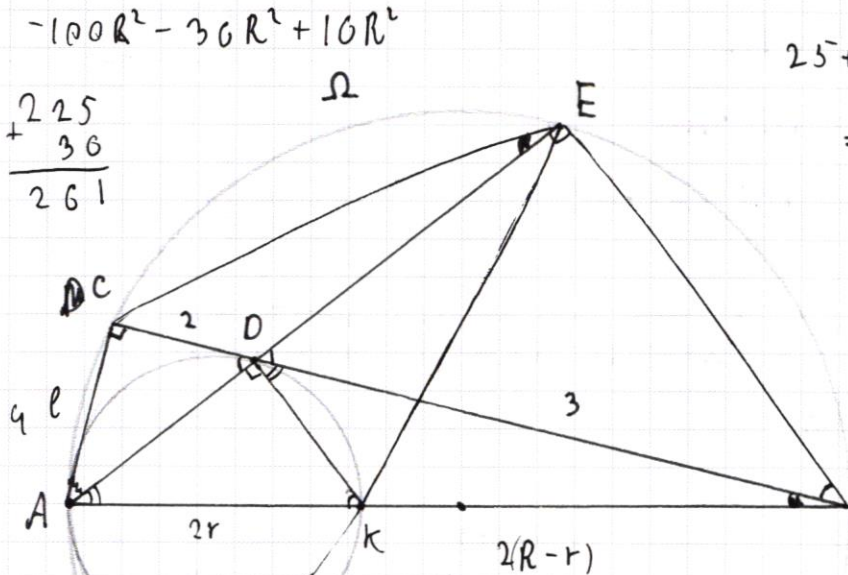
$\Rightarrow y$ может принимать все целые значения от 76 до 149.

\Rightarrow кол-во вариантов $149 - 76 + 1 = 74$. Ответ: 74.

$$\frac{1}{2}a \leq 1 \quad a \leq 2.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2}a + 2b \leq 7.$$



$$25 + e^2 = 4r^2 - 4R^2 + 8Rr - 4r^2 =$$

$$= 8Rr - 4R^2 = 4R(r - R)$$

$$25 + e^2 = 4R^2$$

$$e^2 = 4R^2 - 25$$

$$\triangle ADB \sim \triangle KDB.$$

$$\frac{KD}{AD} = \frac{DB}{2R} = \frac{3}{2R}$$

$$AD^2 = 4 + e^2$$

$$AD = \sqrt{4 + e^2}$$

$$\frac{KD}{\sqrt{4 + e^2}} = \frac{3}{2R}$$

$$KD \cdot \sqrt{4 + e^2} = \frac{3\sqrt{4 + e^2}}{2R}$$

$$= \frac{3(4 + e^2)}{4R^2} = \frac{3 \cdot 2 + 4R^2}{4R^2}$$

$$\frac{16R^2 + 4R^2e^2 + 36 + 9e^2}{4R^2} = 4R^2$$

$$-100R^2 - 36R^2 + 16R^2$$

$$\frac{225}{36} = \frac{261}{261}$$

$$5a + b \leq 5$$

$$ar + b \leq 5, \quad -\frac{1}{2}a + b \leq 2.$$

$$\frac{1}{2}a + b \geq 4$$

$$ax + b = P(x).$$

$$P(2) \leq 5, \quad P(-\frac{1}{2}) \leq 2.$$

$$P(\frac{1}{2}) \geq 4$$

$$\frac{16R^2 + 416R^4 - 4R^2 \cdot 25 + 36 - 9 \cdot 4R^2 + 25 \cdot 9}{4R^2} = 4r^2$$

$$\frac{16R^4 - 120R^2 + 261}{4R^2} = 4r^2$$

$$f(\frac{1}{2}) = f(4) + f(\frac{1}{2})$$

$$CD \cdot DB = AD \cdot DE \quad f(2) = f(4) + f(\frac{1}{2})$$

$$6 = AD \cdot DE \quad f(2) = f(2) + f(2) + f(\frac{1}{2})$$

$$2r$$

$$2R \cdot 2(R - r) = 9.$$

$$4R^2 - 4Rr = 9$$

$$4R(R - r) = 9.$$

$$25 + e^2 = 9$$

$$4R(r - R) = -9.$$

$$55 + 25 + 6^2 = -9.$$

$$e^2 = 16 \quad e = 4$$

$$7 \cdot 9 \cdot 9 = 64.$$

$$(2r^2 + 2(R-r))^2 = 4r^2 + 4(R-r)^2 + 8r(R-r) =$$

$$= \underline{4r^2} + 4R^2 - 8Rr + \underline{4r^2} + 8Rr - \underline{4r^2} =$$

$$\frac{AD}{DE} = \frac{AK}{KB}$$

$$AD \cdot KB = DE \cdot AK$$

$$6KB = DE^2 \cdot AK$$

$$36 = DE \cdot AK$$

$$36 = DE^2 \cdot AK \cdot AB$$

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} = \sqrt{x(y-1) - 6(y-1)} = \sqrt{(y-1)(x-6)} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$$

$$(x - 6y)^2 = (y - 1)(x - 6)$$

$$x^2 -$$

$$-8x^2 + 6x + 7$$

$$x_0 = \frac{-6}{-16} = \frac{3}{8}$$

$$y_0 = -8 \cdot \frac{9}{64} + 6 \cdot \frac{3}{8} + 7 =$$

$$= -\frac{9}{8} + \frac{18}{8} + \frac{56}{8} =$$

$$= \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$$

$$x^2 - 12xy + 36y^2$$

$$x^2 - 12x + 36 + y^2 - 4y + 16 - 32 + y^2 = 0.$$

$$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 + y^2 - 32 = 0.$$

x

$$8x - 6|2x - 1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$$

$\sqrt{2}y^2$

$$1) x \geq 0, x < \frac{1}{2}$$

$$8x + 12x - 6 \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$$

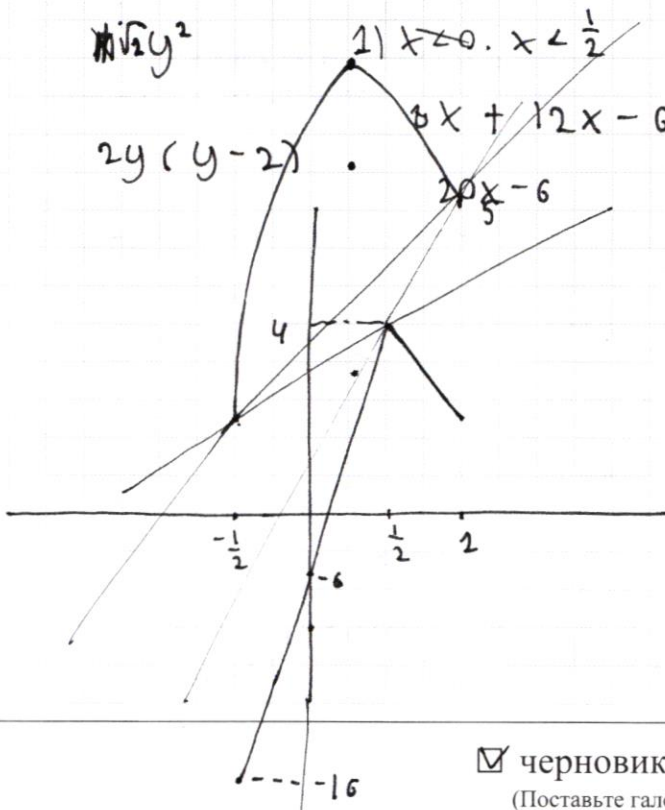
$2y(y-2)$

$$20x - 6$$

$$8x - 12x + 6 = -4x + 6$$

$$-8 \cdot \frac{1}{4} - 3 + 7 = -2 - 3 + 7 = 2.$$

$$-8 + 6 + 7 = 5.$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

a, b, c
 a, aq, aq^2

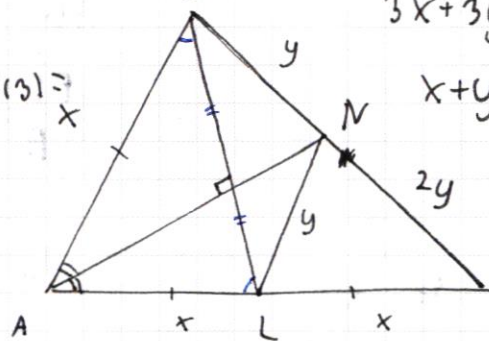
$f(16) = 8.$
 $f(15) = f(5) + f(3) = 1 + 2 = 3.$

$ax^2 - 2aqx + aq^2 = 0.$

$x^2 - 2qx + q^2 = 0.$

$(x - q)^2 = 0.$

$x_1 = q.$
 $aq^3 = q$
 $aq^2 = 1$



$x_{max} =$
 $x = 300 - y$
 $3x + 3y = 900.$
 $x + y = 300.$
 $300y > y$
 $y < 150.$

$\begin{cases} x + y = 300 & 3y > 300y \\ x > y & 4y > 300. \\ 3y > x & y > 75. \end{cases}$

$\frac{AL}{LC} = \frac{AN}{NB}$
 $\frac{AB}{AC} = \frac{BN}{NC} = \frac{1}{2}$
 $y \in [75; 150]$

$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$

$x^2 - 12yx + 36y^2 = xy - 6y - x + 6.$

$\begin{cases} x^2 + 36y^2 - 13xy + 6y + x - 6 = 0 \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 12xy + 36y^2 = xy - 6y - x + 6. \\ x^2 + 36y^2 - 13xy + 6y + x - 6 = 0. \end{cases}$

$34y^2 - 13xy + 13x + 10y - 26 = 0.$

$x^2 + 12x + 6$

$(x - \sqrt{6}) f(15) = f(5) + f(3) =$

$x^2 - 12x + 36$

$34x + 3y = 900$

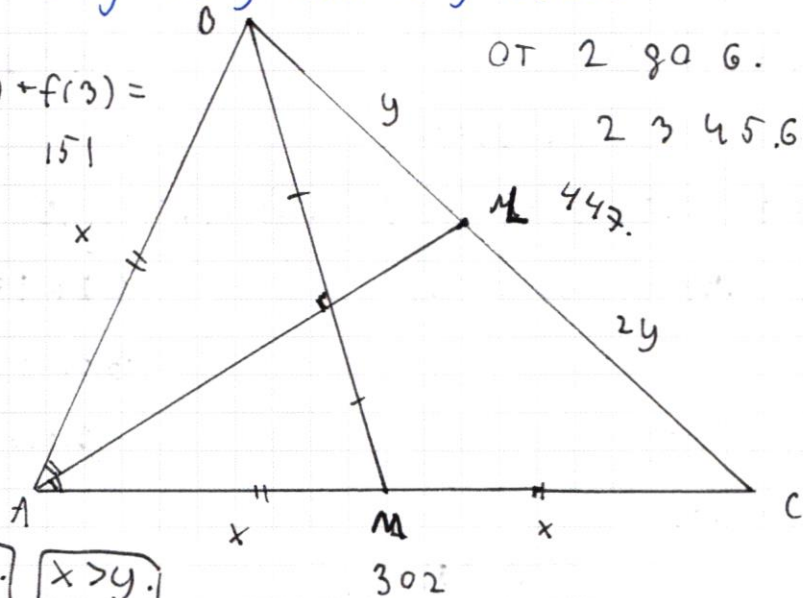
$x < 2x + 3y$

$2x < x + 3y$

$3y < 3x.$

$x + 3y > 0.$

$3y - x > 0.$ $x > y.$



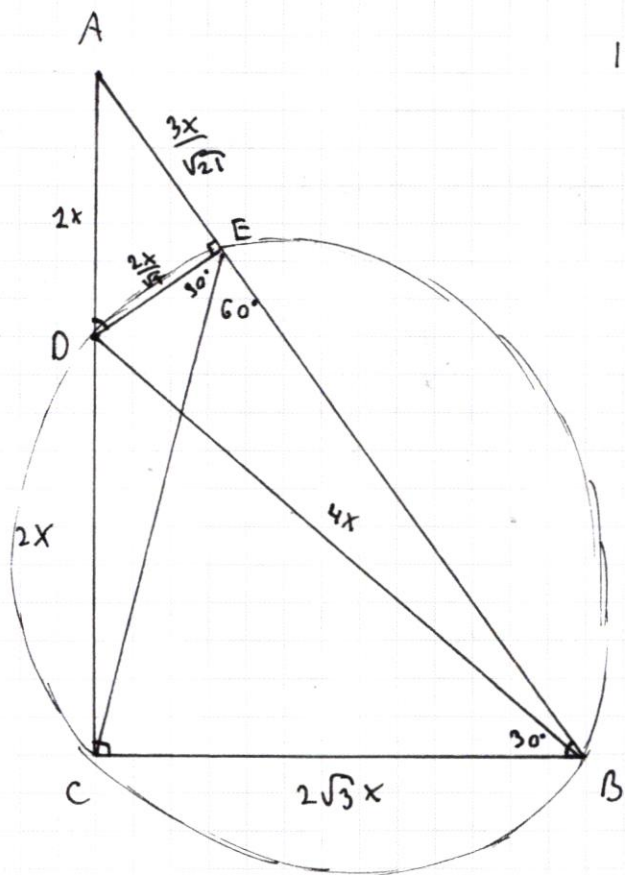
от 2 80 6.

2 3 4 5 6

447.

302

$3y > x.$



$$4x^2 + \dots = 16x^2$$

$$12x^2 = \sqrt{12}x = 2\sqrt{3}x$$

$$AB^2 = 9x^2 + 12x^2 = 21x^2.$$

$$AB = \sqrt{21}x.$$

$$\frac{DE}{CB} = \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{x}{\sqrt{21}x} = \frac{1}{\sqrt{21}}.$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle AED} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3x}{\sqrt{21}} \cdot \frac{2x}{\sqrt{7}} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{6x^2}{7\sqrt{3}} \cdot \frac{6x^2}{\sqrt{7} \cdot 7\sqrt{3}} = \\ &= \frac{6 \cdot 9}{7\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \\ &= \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}. \end{aligned}$$

$$P(x) \quad P(-\frac{1}{2}) \leq 2 \quad P(\frac{1}{2}) \geq 4 \quad P(2) \leq 5.$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a + b \leq 2 \\ \frac{1}{2}a + b \geq 4 \\ a + b \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a \geq -1 \\ \frac{1}{2}a \leq 1 \\ a \leq 2. \end{cases}$$

$$a + b \quad a \geq 2.$$

$$\frac{1}{2}a + b - a - b \geq -1$$

$$-\frac{1}{2}a \geq -1$$

$$a \leq 2.$$

$$\begin{array}{r} +109 \\ 95 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6b + 41 \\ + \\ 80 \quad 95 \end{array}$$

$$f(2) = 1 \quad f(3) = 2$$

$$f(4) = 2 \quad f(5) = 2 \quad f(6) = 2$$

$$f(7) = 3 \quad f(8) = 3 \quad f(9) = 3 \quad f(10) = 3 \quad f(11) = 3 \quad f(12) = 3 \quad f(13) = 3 \quad f(14) = 3 \quad f(15) = 3 \quad f(16) = 3$$

$$\begin{array}{r} 6 + 30 + 44 + 58 + 72 + 86 + 100 + 114 + 128 + 142 + 156 + 170 + 184 + 198 + 212 + 226 + 240 + 254 + 268 + 282 + 296 + 310 + 324 + 338 + 352 + 366 + 380 + 394 + 408 + 422 + 436 + 450 + 464 + 478 + 492 + 506 + 520 + 534 + 548 + 562 + 576 + 590 + 604 + 618 + 632 + 646 + 660 + 674 + 688 + 702 + 716 + 730 + 744 + 758 + 772 + 786 + 800 + 814 + 828 + 842 + 856 + 870 + 884 + 898 + 912 + 926 + 940 + 954 + 968 + 982 + 996 + 1010 + 1024 + 1038 + 1052 + 1066 + 1080 + 1094 + 1108 + 1122 + 1136 + 1150 + 1164 + 1178 + 1192 + 1206 + 1220 + 1234 + 1248 + 1262 + 1276 + 1290 + 1304 + 1318 + 1332 + 1346 + 1360 + 1374 + 1388 + 1402 + 1416 + 1430 + 1444 + 1458 + 1472 + 1486 + 1500 + 1514 + 1528 + 1542 + 1556 + 1570 + 1584 + 1598 + 1612 + 1626 + 1640 + 1654 + 1668 + 1682 + 1696 + 1710 + 1724 + 1738 + 1752 + 1766 + 1780 + 1794 + 1808 + 1822 + 1836 + 1850 + 1864 + 1878 + 1892 + 1906 + 1920 + 1934 + 1948 + 1962 + 1976 + 1990 + 2004 + 2018 + 2032 + 2046 + 2060 + 2074 + 2088 + 2102 + 2116 + 2130 + 2144 + 2158 + 2172 + 2186 + 2200 + 2214 + 2228 + 2242 + 2256 + 2270 + 2284 + 2298 + 2312 + 2326 + 2340 + 2354 + 2368 + 2382 + 2396 + 2410 + 2424 + 2438 + 2452 + 2466 + 2480 + 2494 + 2508 + 2522 + 2536 + 2550 + 2564 + 2578 + 2592 + 2606 + 2620 + 2634 + 2648 + 2662 + 2676 + 2690 + 2704 + 2718 + 2732 + 2746 + 2760 + 2774 + 2788 + 2802 + 2816 + 2830 + 2844 + 2858 + 2872 + 2886 + 2900 + 2914 + 2928 + 2942 + 2956 + 2970 + 2984 + 2998 + 3012 + 3026 + 3040 + 3054 + 3068 + 3082 + 3096 + 3110 + 3124 + 3138 + 3152 + 3166 + 3180 + 3194 + 3208 + 3222 + 3236 + 3250 + 3264 + 3278 + 3292 + 3306 + 3320 + 3334 + 3348 + 3362 + 3376 + 3390 + 3404 + 3418 + 3432 + 3446 + 3460 + 3474 + 3488 + 3502 + 3516 + 3530 + 3544 + 3558 + 3572 + 3586 + 3600 + 3614 + 3628 + 3642 + 3656 + 3670 + 3684 + 3698 + 3712 + 3726 + 3740 + 3754 + 3768 + 3782 + 3796 + 3810 + 3824 + 3838 + 3852 + 3866 + 3880 + 3894 + 3908 + 3922 + 3936 + 3950 + 3964 + 3978 + 3992 + 4006 + 4020 + 4034 + 4048 + 4062 + 4076 + 4090 + 4104 + 4118 + 4132 + 4146 + 4160 + 4174 + 4188 + 4202 + 4216 + 4230 + 4244 + 4258 + 4272 + 4286 + 4300 + 4314 + 4328 + 4342 + 4356 + 4370 + 4384 + 4398 + 4412 + 4426 + 4440 + 4454 + 4468 + 4482 + 4496 + 4510 + 4524 + 4538 + 4552 + 4566 + 4580 + 4594 + 4608 + 4622 + 4636 + 4650 + 4664 + 4678 + 4692 + 4706 + 4720 + 4734 + 4748 + 4762 + 4776 + 4790 + 4804 + 4818 + 4832 + 4846 + 4860 + 4874 + 4888 + 4902 + 4916 + 4930 + 4944 + 4958 + 4972 + 4986 + 5000 + 5014 + 5028 + 5042 + 5056 + 5070 + 5084 + 5098 + 5112 + 5126 + 5140 + 5154 + 5168 + 5182 + 5196 + 5210 + 5224 + 5238 + 5252 + 5266 + 5280 + 5294 + 5308 + 5322 + 5336 + 5350 + 5364 + 5378 + 5392 + 5406 + 5420 + 5434 + 5448 + 5462 + 5476 + 5490 + 5504 + 5518 + 5532 + 5546 + 5560 + 5574 + 5588 + 5602 + 5616 + 5630 + 5644 + 5658 + 5672 + 5686 + 5700 + 5714 + 5728 + 5742 + 5756 + 5770 + 5784 + 5798 + 5812 + 5826 + 5840 + 5854 + 5868 + 5882 + 5896 + 5910 + 5924 + 5938 + 5952 + 5966 + 5980 + 5994 + 6008 + 6022 + 6036 + 6050 + 6064 + 6078 + 6092 + 6106 + 6120 + 6134 + 6148 + 6162 + 6176 + 6190 + 6204 + 6218 + 6232 + 6246 + 6260 + 6274 + 6288 + 6302 + 6316 + 6330 + 6344 + 6358 + 6372 + 6386 + 6400 + 6414 + 6428 + 6442 + 6456 + 6470 + 6484 + 6498 + 6512 + 6526 + 6540 + 6554 + 6568 + 6582 + 6596 + 6610 + 6624 + 6638 + 6652 + 6666 + 6680 + 6694 + 6708 + 6722 + 6736 + 6750 + 6764 + 6778 + 6792 + 6806 + 6820 + 6834 + 6848 + 6862 + 6876 + 6890 + 6904 + 6918 + 6932 + 6946 + 6960 + 6974 + 6988 + 7002 + 7016 + 7030 + 7044 + 7058 + 7072 + 7086 + 7100 + 7114 + 7128 + 7142 + 7156 + 7170 + 7184 + 7198 + 7212 + 7226 + 7240 + 7254 + 7268 + 7282 + 7296 + 7310 + 7324 + 7338 + 7352 + 7366 + 7380 + 7394 + 7408 + 7422 + 7436 + 7450 + 7464 + 7478 + 7492 + 7506 + 7520 + 7534 + 7548 + 7562 + 7576 + 7590 + 7604 + 7618 + 7632 + 7646 + 7660 + 7674 + 7688 + 7702 + 7716 + 7730 + 7744 + 7758 + 7772 + 7786 + 7800 + 7814 + 7828 + 7842 + 7856 + 7870 + 7884 + 7898 + 7912 + 7926 + 7940 + 7954 + 7968 + 7982 + 7996 + 8010 + 8024 + 8038 + 8052 + 8066 + 8080 + 8094 + 8108 + 8122 + 8136 + 8150 + 8164 + 8178 + 8192 + 8206 + 8220 + 8234 + 8248 + 8262 + 8276 + 8290 + 8304 + 8318 + 8332 + 8346 + 8360 + 8374 + 8388 + 8402 + 8416 + 8430 + 8444 + 8458 + 8472 + 8486 + 8500 + 8514 + 8528 + 8542 + 8556 + 8570 + 8584 + 8598 + 8612 + 8626 + 8640 + 8654 + 8668 + 8682 + 8696 + 8710 + 8724 + 8738 + 8752 + 8766 + 8780 + 8794 + 8808 + 8822 + 8836 + 8850 + 8864 + 8878 + 8892 + 8906 + 8920 + 8934 + 8948 + 8962 + 8976 + 8990 + 9004 + 9018 + 9032 + 9046 + 9060 + 9074 + 9088 + 9102 + 9116 + 9130 + 9144 + 9158 + 9172 + 9186 + 9200 + 9214 + 9228 + 9242 + 9256 + 9270 + 9284 + 9298 + 9312 + 9326 + 9340 + 9354 + 9368 + 9382 + 9396 + 9410 + 9424 + 9438 + 9452 + 9466 + 9480 + 9494 + 9508 + 9522 + 9536 + 9550 + 9564 + 9578 + 9592 + 9606 + 9620 + 9634 + 9648 + 9662 + 9676 + 9690 + 9704 + 9718 + 9732 + 9746 + 9760 + 9774 + 9788 + 9802 + 9816 + 9830 + 9844 + 9858 + 9872 + 9886 + 9900 + 9914 + 9928 + 9942 + 9956 + 9970 + 9984 + 10000 \end{array}$$

$$f(18) \quad f(19) \quad f(20) \quad f(21)$$

$$22 + 18 +$$

$$5 \quad f(11)$$

$$3 \cdot 2 + 6 \cdot 5 + 4 \cdot 11 + 15 + 2 \cdot 16$$

$$6 \quad f(13) \quad f(22)$$

$$+ 2 \cdot 18 + 20 + 21$$

$$8 \quad f(17) \quad f(16)$$

$$f(19) = 9$$

$$f(23) = 11.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

$$x - 6y = \sqrt{(y-1) \cdot x - 6(y-1)} = \sqrt{(y-1)(x-6)}$$

$$2y^2 - 4y + x^2 - 2x - 10x + 20 = 0.$$

$$2y(y-2) + x(x-2) - 10(x-2) = 0.$$

$$(x-2)(x-10) + 2y(y-2) = 0.$$

$$(x-6y)^2 = (y-1)(x-6)$$

$$x^2 - 12x + 2y^2 - 4y + 20 = 0.$$

$$D = 144 - 4 \cdot (2y^2 - 4y + 20) =$$

$$x_1 + x_2 = 12$$

$$= 144 - 8y^2 + 16y - 80 =$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2y^2 - 4y + 20 = 2(y^2 - 2y + 10)$$

$$= 64 - 8y^2 + 16y = 8(8 + 2y - y^2)$$

$$x_1(12 - x_1) = 2(y^2 - 2y + 10)$$

$$12x_1 - x_1^2 = 2$$

$$4 + e^2 = AD^2$$

$$\frac{Dk}{AD} =$$

$$CD \cdot DB = AD \cdot DE = 6.$$

$$DB^2 = AB \cdot KB = 9. \quad f(p) = \lfloor p/2 \rfloor \quad f(2) = 1 \quad f(3) = 1 \quad f(5) = 2 \quad f(7) = 3$$

$$f(ab) = f(a) + f(b) \quad f(11) = 5 \quad f(13) = 6 \quad f(17) = 8 \quad f(19) = 9.$$

$$f(2 \cdot (-1)) = 1 + f(-1) \quad f(-2) = 1 + f(2)$$

$$f(-3) = 1 + f(-1) \quad f(-2) = f((-1) \cdot 2) = f(-1) + f(2).$$

$$f(-3) + f(-1) = f(3) \quad f(-2) + f(-1) = f(2)$$

$$1 + f(-1) + f(-1) = 1$$

$$f(-1) = 0.$$

$$f(-10) = f(10 \cdot (-1)) = f(10) + 0.$$

$$f(-10) = f((-2) \cdot 5) = f(-2) + f(5)$$

$$f(20) = f(-2) + f(-10) = f(-2)$$

$$\left(f\left(\frac{1}{5}\right) = f(2) + f(5^{-2}) \quad f\left(\frac{1}{5}\right) = f(1) + f\left(\frac{1}{5}\right) \right)$$

$$\frac{1}{25} = \quad f\left(\frac{2}{5}\right) = \underset{\substack{\parallel \\ 2.}}{f(2) + f(5^{-1})} = 1 + f\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$f(1) = f(5 \cdot 5^{-1}) = f(5) + f(5^{-1})$$

$$f(2) = f(10 \cdot 5^{-1}) = f(10) + f(5^{-1}) = f(2) + f(5) + f(5^{-1})$$

$$1 = 1 + 2 + f(5^{-1}) \quad f(5^{-1}) = -2.$$

$$f(2) = f(4 \cdot 2^{-1}) = f(4) + f(2^{-1}) = f(2) + f(2) + f(2^{-1})$$

$$1 = 2 + 2 + f(2^{-1}) \quad f(2^{-1}) = -2.$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -1$$

$$|f(y^{-1})| \Rightarrow |f(x)|.$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = f(x) + f(y^{-1})$$